



# Sampaadia

<https://t.me/Sampaadia>

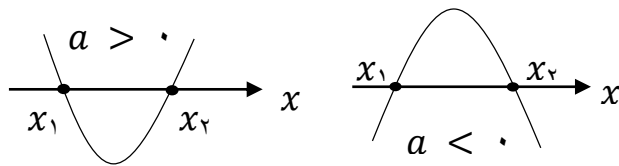
## quadratic equation

معادله درجه دوم

$$y = ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac, \Delta > 0$$

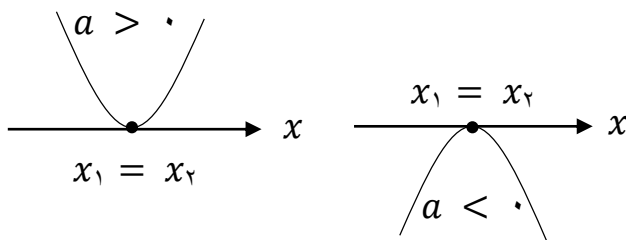
دو ریشه حقیقی متمایز و دو با محور  $x$  ها را قطع می‌کند.

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$
$y$	موافق $a$	مخالف $a$	مخالف $a$	موافق $a$

$$y = ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_1) = a(x - x_1)^2$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

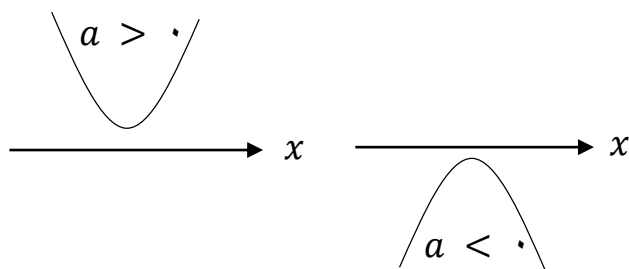
$$\Delta = 0$$

یک ریشه مضاعف، دو ریشه یکسان و یک با محور  $x$  ها را قطع می‌کند.

$x$	$-\infty$	$x_1 = x_2$	$+\infty$
$y$	موافق $a$	مخالف $a$	موافق $a$

$$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow \text{قابل تجزیه نیست.}$$

$$\Delta < 0$$

ریشه حقیقی ندارد و محور  $x$  ها را قطع نمی‌کند.

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$y$	موافق $a$	

## quadratic equation

روابط بین ریشه‌ها

$$\Delta \geq 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = S \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = P \end{cases}$$

بمث در مورد علامت ریشه‌ها  $\Leftarrow$  از روی علامت S و P در مورد علامت ریشه‌ها نظر می‌دهیم.

$\Delta > 0$ $S > 0$ $P > 0$ دو ریشه مثبت	$\Delta > 0$ $S < 0$ $P > 0$ دو ریشه منفی	$P < 0$ دو ریشه مختلف العلامت	$P = 0$ $\Delta > 0$ دو ریشه عکس هم	$P < 0$ $S = 0$ دو ریشه قرینه هم	$P = -1$ دو ریشه عکس و قرینه هم
--	--	-------------------------------------	---	--	---------------------------------------

## تیپ‌های رایج

## تیپ اول: روابط هماهنگ ریشه‌ها

منظور از روابط هماهنگ، روابطی است که قابل تبدیل به P و S هستند و توی اون ریشه‌ها ( $\alpha$  و  $\beta$ ) هم توان هستند.

تیپ اول:

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} \quad , \quad P = \alpha \beta = \frac{c}{a}$$

$$\text{مجموع مربعات ریشه‌ها} = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P$$

$$\text{مجموع مکعبات ریشه‌ها} = \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^3 - 3PS$$

$$\text{مجموع و تفاضل جزر ریشه‌ها} = \sqrt{\alpha} \pm \sqrt{\beta} = \sqrt{S \pm 2\sqrt{P}}$$

$$\text{فرق مطلق تفاضل ریشه‌ها} = |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

## quadratic equation

تیپ دو<sup>۳</sup>: روابط ناهمبندگ ریشه‌ها

تو این تیپ، دو ریشه فواسته شده تو صورت سوال هم توان نیستن و معمولا باید ریشه رو تو معادله صدق بریم و به عبارتی برسیم که هم‌توان بشن، مثلا  $\alpha^2 + \beta^2$  رو با تغییراتی به  $2\alpha + 2\beta$  تبدیل کنیم که دیکه با  $S$  و  $P$  قابل عله.

تیپ سو<sup>۴</sup>:

استفاده از  $P$  و  $S$  و نوشتن برعسب هم. مثلا تو معادله  $x^2 + \varepsilon x - 2$  چون  $S = -\varepsilon$  پس  $\alpha + \beta = -\varepsilon$  پس:  $\alpha + \varepsilon = -\beta$  و از این طریق ساده‌سازی می‌کنیم تا به یک رابطه برعسب  $S$  و  $P$  ساده تبدیل بشه.

حالات خاص معادله

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{if } a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

$$\text{if } a + c = b \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{-c}{a} \end{cases}$$

 $\alpha, \beta$ 

تشکیل معادله درجه ۲

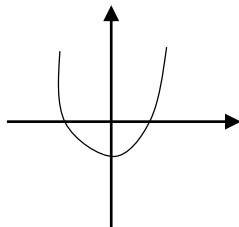
$$\alpha + \beta = S \implies x^2 - Sx + P = 0$$

$$\alpha\beta = P$$

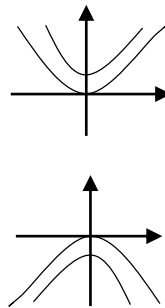
# quadratic equation

برای بررسی قرارگیری سهمی در صفحه مختصات، باید به  $\Delta$  و علامت ریشه‌ها دقت کرد.

$P < 0$   
 دو ریشه مختلف علامت  
 محور  $x$ ها را، در دو طرف مبدأ قطع  
 می‌کند.  
 از هر چهار ناحیه عبور می‌کند.

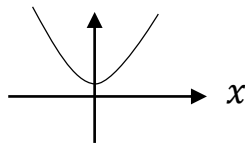


$\Delta \leq 0$   
 سهمی فقط در دو ناحیه  
 نامیه اول و دوم  
 $\Delta \leq 0$   
 $a > 0$   
 $\Delta \leq 0$   
 $a < 0$   
 نامیه سوم و چهارم



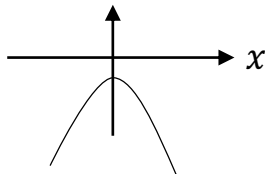
$$y = ax^2 + bx + c$$

تابع درجه ۲



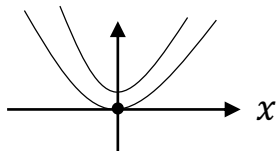
$$a > 0, \Delta < 0$$

همواره مثبت



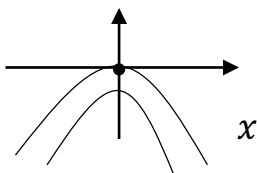
$$a < 0, \Delta < 0$$

همواره منفی



$$a > 0, \Delta \leq 0$$

همواره بزرگتر مساوی صفر



$$a < 0, \Delta \leq 0$$

همواره کوچکتر مساوی صفر

## quadratic equation

روش‌های نوشتن معادله سهمی

اگر مقدمات، رأس  $(\alpha$  و  $\beta)$  و یک نقطه دلفواه معلوم باشد:

$$y = a(x - \alpha)^2 + \beta \xrightarrow{\text{جایگذاری نقطه دلفواه}} a \text{ به دست می‌آید}$$

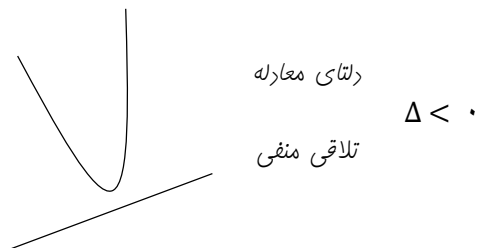
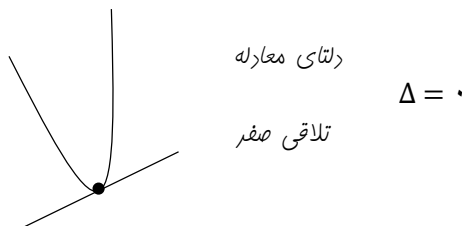
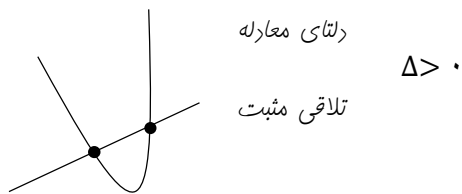
اگر دو ریشه و یک نقطه دلفواه معلوم باشد:  $(x_1$  و  $x_2$  ریشه‌ها)

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \xrightarrow{\text{جایگذاری نقطه دلفواه}} a \text{ به دست می‌آید}$$

اگر سه نقطه دلفواه معلوم باشند:

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{\text{جایگذاری ۳ نقطه دلفواه}} \text{معادله ۳ مجهول بر حسب } a \text{ و } b \text{ و } c \text{ حل شود.}$$

وضعیت فضا و سهمی نسبت به هم



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$g(x) = mx + h$$

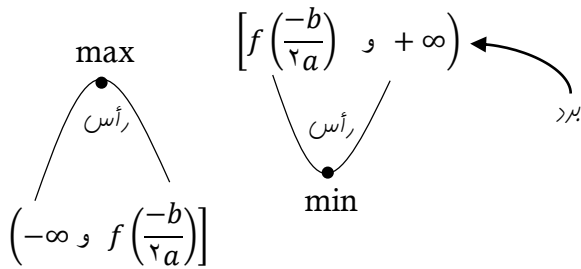
$$f(x) = g(x) \quad \text{معادله تلاقی}$$

$$ax^2 + bx + c = mx + h$$

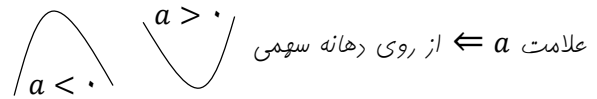
$$\boxed{ax^2 + (b - m)x + c - h = 0} \quad \text{معادله تلاقی}$$

$$\Delta = (b - m)^2 - 4a(c - h)$$

# quadratic equation

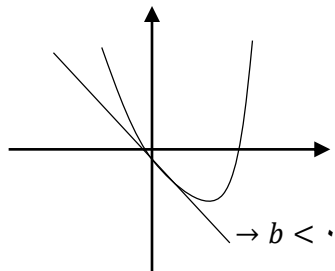


نمودار تابع درجه ۲



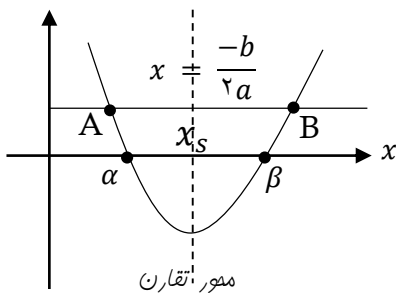
علامت  $c \leftarrow$  ممل بر محور  $y$  با محور  $y$ ها (عرض از مبدأ)

$$(عرض\ رأس\ سهمی) \quad x_s = \frac{-b}{a} \xrightarrow{\text{بایگذاری در معادله}} \text{میانگین طول دو تاس} (طول\ رأس\ سهمی)$$



علامت  $b \leftarrow$  در ممل بر محور  $y$  با محور  $y$ ها و از پب به راست اگر  
 $b > 0$  صعودی بود }  
 $b < 0$  نزولی بود }

اگر دو نقطه با عرض برابر روی سهمی داشته باشیم، طول رأس سهمی، میانگین طول اون دو تاسست.



معادله درجه ۲ نسبت به رأس متقارنه، یعنی اگر دو نقطه فاصله یکسانی از طول رأس سهمی

داشته باشن، عرض اونوام یکی هستش.

$$x_s = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

## quadratic equation

معادله‌هایی که با تغییر متغیر درجه ۲ میشن

$$(x^p + \varepsilon x)^p + x^p + \varepsilon x + -\gamma = 0 \xrightarrow{x^p + \varepsilon x = k} k^p + k - \gamma = 0 \text{ و } \dots$$

$$9^x + 3^x + 1 = 0 \xrightarrow{3^x = k} k^2 + k + 1 = 0 \text{ و } \dots$$

## معادله دو مجزوری

در واقع زیرشافه‌ای از تغییر متغیری‌ها هستن که تو این معادلات از  $x^p = t$  استفاده می‌کنیم.

$$ax^\varepsilon + bx^p + c = 0 \xrightarrow[x \neq 0]{x^p = t} at^p + bt + c = 0$$

چهار ریشه دو به دو قرینه

$$\Delta > 0, S > 0, P > 0$$

سه ریشه (دو قرینه و یکی صفر)

$$\Delta > 0, S > 0, P = 0$$

دو ریشه قرینه هم

$$P < 0 \text{ یا } \Delta = 0, \frac{-b}{2a} > 0$$

یک ریشه (صفر)

$$\Delta > 0, S < 0, P = 0 \text{ یا } \Delta = 0, \frac{-b}{2a} = 0$$

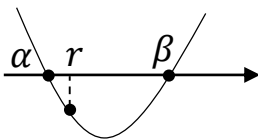
هیچ ریشه

$$\Delta > 0, S < 0, P > 0 \text{ یا } \Delta = 0, \frac{-b}{2a} < 0 \text{ یا } \Delta < 0$$

مجموع ریشه‌های معادله دو مجزوری (در صورت وجود) برابر صفر است.

## تیپ‌های رایج

۱- عددی مثل  $r$  بین ریشه‌هاست.



$x$	$\alpha$	$\beta$
$y$	موافق $a$	مقالف $a$

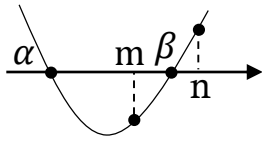
$$\alpha < r < \beta$$

عدد  $r$  بین دو ریشه است.

$$a f(r) < 0$$

## quadratic equation

۲- معادله دقیقاً یک ریشه ساده بین  $m$  و  $n$  دارد.

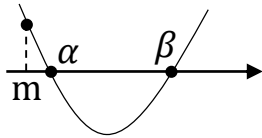


$x$	$\alpha$	$\beta$
$y$	$a$ موافق	$a$ مخالف

$m < \beta < n$  یک ریشه ساده

$$f(m)f(n) < 0$$

۳- هر دو ریشه معادله از عددی بزرگتر یا کوچکترند.

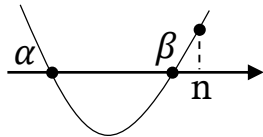


$x$	$\alpha$	$\beta$
$y$	$a$ موافق	$a$ مخالف

$m < \alpha < \beta$

هر دو ریشه از  $m$  بزرگترند.

$$\Delta > 0, \quad a f(m) > 0, \quad m < \frac{-b}{2a}$$

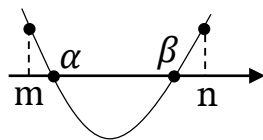


$x$	$\alpha$	$\beta$
$y$	$a$ موافق	$a$ مخالف

$\alpha < \beta < n - \varepsilon$

هر دو ریشه از  $n$  کوچکترند.

$$\Delta > 0, \quad a f(n) > 0, \quad \frac{-b}{2a} < n$$



$x$	$\alpha$	$\beta$
$y$	$a$ موافق	$a$ مخالف

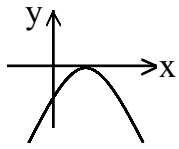
$m < \alpha < \beta < n - \varepsilon$

هر دو ریشه در بازه  $(m, n)$  هستند.

$$\Delta > 0, \quad a f(m) > 0, \quad a f(n) > 0, \quad m < \frac{-b}{2a} < n$$

۱- در تابع  $y = 2x^2 + 4x - 1$  کمترین مقدار  $y$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۷ (۴) ۱



۲- به ازای کدام مقدار  $a$  شکل مقابل نمودار تابع  $y = -2x^2 + 4x + a$  است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۳- اگر خط به معادله  $y = ax + 1$  همواره بیرون منحنی به معادله  $y = x^2 + 2$  باشد، مقادیر  $a$  کدام است؟

- (۱)  $|a| < 1$  (۲)  $|a| > 1$  (۳)  $|a| < 2$  (۴)  $|a| > 2$

۴- نقطه  $(2, 3)$  رأس یک تابع درجه‌ی دوم است که نمودار آن، پاره‌خطی به طول ۶ واحد روی محور  $x$  ها جدا می‌کند.

نمودار این تابع محور  $y$  ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\frac{5}{3}$  (۴)  $\frac{4}{3}$

۵- فاصله نقطه  $(\frac{3}{2}, \frac{-5}{4})$  از رأس سهمی  $y = x^2 + x + 1$ ، کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{5}$  (۲)  $\sqrt{10}$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $3\sqrt{2}$

۶- اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $x^2 + 4x + m = 0$  باشند، حدود  $m$  کدام باشد تا  $x_1 < 3 < x_2 < 5$  شود؟

- (۱)  $-7 < m < 1$  (۲)  $-45 < m < -70$  (۳)  $-21 < m < -45$  (۴)  $-3 < m < 1$

۷- خط‌های  $x = 1$  و  $y = -2$  به ترتیب محور تقارن و خط مماس بر نمودار یک تابع درجه دوم هستند. اگر نمودار این

تابع محور  $y$  ها را با عرض ۶ قطع کند، آنگاه طول پاره‌خطی که روی محور  $x$  ها جدا می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸- حدود  $m$  کدام باشد تا تابع  $f(x) = mx^2 + (m - 5)x - 4$  دارای دو ریشه طرفین خط  $x = 3$  باشد؟

- (۱)  $0 < m < \frac{19}{12}$  (۲)  $-1 < m < 4$  (۳)  $-\frac{3}{2} < m < \frac{3}{2}$  (۴)  $0 < m < \frac{7}{3}$

۹- حدود  $a$  کدام باشد، تا تابع  $f(x) = ax^2 + (a^2 - 3a)x - 3$  دارای دو ریشه در دو طرف خط  $x = -1$  باشد؟

- (۱)  $(2, +\infty)$  (۲)  $(-\infty, 1)$  (۳)  $(-\infty, 2)$  (۴)  $(0, 1) \cup (3, +\infty)$

۱۰- اگر عدد یک بین دو ریشه‌ی معادله‌ی  $f(x) = 3mx^2 + (5 - 2m)x - 14$  باشد، حدود  $m$  کدام است؟

- (۱)  $-9 < m < 0$  (۲)  $0 < m < 9$  (۳)  $-3 < m < 3$  (۴)  $-3 < m < 0$

۱۱- مجموعه مقادیر شیب خطوط گذرا از مبدأ که با تابع  $f(x) = x^2 + 3x + 1$  هیچ نقطه‌ی برخوردی ندارد به صورت

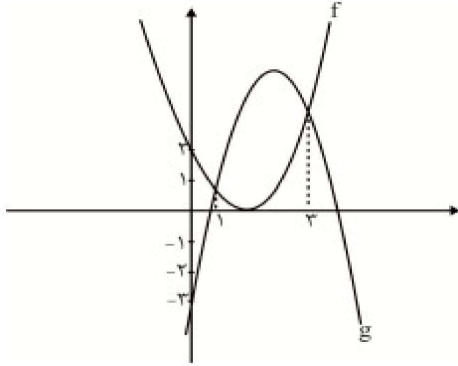
بازه‌ی  $(a, b)$  می‌باشد،  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۶

۱۲- در مورد معادله‌ی  $x^3 + 3x = \sqrt{x+1} - 3x^2 - 1$  کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) دو ریشه دارد. (۲) سه ریشه دارد. (۳) ریشه‌ی حقیقی ندارد. (۴) یک ریشه دارد.

- ۱۳- چند جمله زیر در مورد سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  درست است؟
- هرگاه راس سهمی در  $(2, 3)$  و از نقطه  $(-1, -3)$  بگذرد،  $a = 1$  است.
  - هرگاه  $a = 2$ ،  $b = -8$  و یکی از صفرهای تابع  $2$  واحد از صفر دیگر تابع بیشتر باشد،  $c = 6$  است.
  - هرگاه محور  $x$ ها را در دو نقطه به طولهای  $3$  و  $-2$  و محور  $y$ ها را در  $8$  قطع کند،  $a = -\frac{4}{3}$  است.
  - اگر  $a = -3$ ،  $\Delta > 0$  و صفرهای تابع  $6$  واحد اختلاف داشته باشند، سهمی دارای بیشترین مقدار  $27$  است.
- ۰ (۱)      ۱ (۲)      ۲ (۳)      ۳ (۴)



۱۴- اگر دو سهمی  $f(x)$  و  $g(x)$  به شکل زیر در دو نقطه یکدیگر را قطع کنند. مقدار  $f(4) - g(4)$  کدام است؟

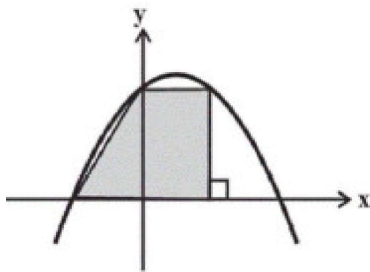
- ۵ (۱)  
 $\frac{5}{3}$  (۲)  
 $\frac{4}{3}$  (۳)  
 $4$  (۴)

- ۱۵- اگر تابع  $f(x) = x^4 + m(x-1)^4 + nx^2$  چندجمله‌ای از درجه  $3$  و تابع  $g(x) = (x-1)^3 - 2n(x+1)^3 + m$  چندجمله‌ای از درجه  $2$  باشد، حاصل  $(f+g)(2)$  کدام است؟
- ۱۵ (۴)      -۱۰ (۳)      ۱۵ (۲)      -۲۷ (۱)

۱۶- نمودار تابع  $f(x) = (1-m)x^2 + (2m-1)x - (m+2)$  و محور  $x$ ها فقط در یک نقطه مشترک هستند. مجموع مقادیر ممکن برای  $m$  کدام است؟

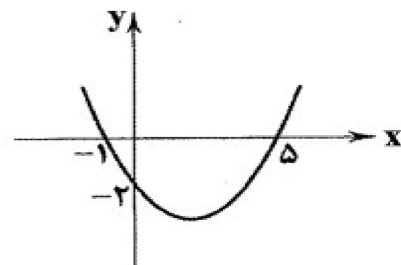
- ۱ (۴)       $\frac{17}{8}$  (۳)       $\frac{13}{8}$  (۲)       $\frac{9}{8}$  (۱)

- ۱۷- هرگاه سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  محور  $y$ ها را در  $2$  و محور طول را در  $-1$  و  $2$  قطع کند، برد آن چگونه است؟
- حداکثر  $1/25$  (۲)      حداکثر  $1/75$  (۳)      حداکثر  $2/25$  (۴)



۱۸- نمودار سهمی  $y = 2 + x - x^2$  در شکل زیر رسم شده است. مساحت دوزنقه‌ی رنگی کدام است؟

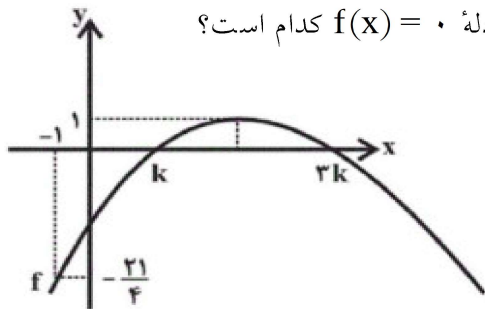
- ۳ (۱)  
 $3/5$  (۲)  
 $2/5$  (۳)  
 $4$  (۴)



۱۹- اگر نمودار زیر، مربوط به سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  باشد،  $a + b + c$  چقدر است؟

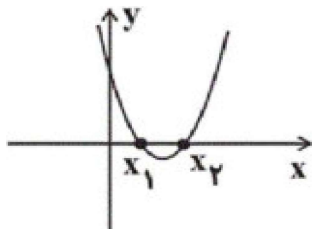
- $1/6$  (۱)  
 $-1/6$  (۲)  
 $3/2$  (۳)  
 $-3/2$  (۴)

۲۰- نمودار شکل زیر، مربوط به سهمی  $y = f(x)$  است. جواب کوچکتر معادله  $f(x) = 0$  کدام است؟



- ۱ (۱)
- ۳ (۲)
- ۲ (۳)
- ۲ (۴)

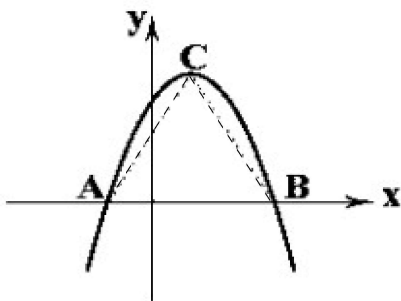
۲۱- نمودار سهمی  $y = x^2 - 6x + m$  در شکل زیر رسم شده است. اگر بدانیم  $x_1 = 2x_2$  است، آنگاه مقدار  $m$  کدام است؟



- ۸ (۲)
- ۱۲ (۱)
- ۲ (۴)
- ۴ (۳)

۲۲- خط  $y = mx + 3$ ، سهمی به معادله  $f(x) = ax^2 + bx + 2$  را در نقاط  $(h, 2)$  و  $(-2, k)$  قطع کرده و از نقطه  $(-1, 4)$  می‌گذرد. مقدار  $a - b$  از مقدار  $k + m + h$  چه مقدار کمتر است؟

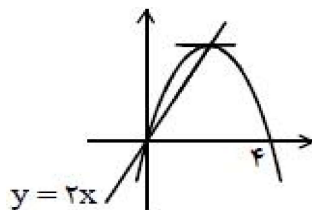
- ۴ (۴)
- ۳ (۳)
- ۲ (۲)
- ۱ (۱)



۲۳- سهمی زیر، مربوط به تابع  $y = -x^2 + x\sqrt{8} + m$  است.

اگر مثلث ABC متساوی‌الاضلاع باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۲ (۴)



۲۴- اگر  $y = 2x$  از رأس سهمی عبور کند، حداکثر مقدار تابع چه عددی است؟

- ۲ (۱)
- ۶ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۲۵- برد تابع درجه دوم  $y = -2x(1-x) - 3x - 2$  کدام است؟

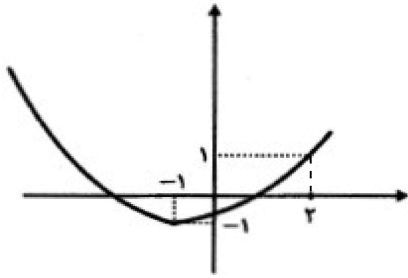
- (۱)  $(-\infty, -\frac{41}{8}]$
- (۲)  $[-\frac{41}{8}, +\infty)$
- (۳)  $[-\frac{9}{8}, +\infty)$
- (۴)  $(-\infty, -\frac{9}{8}]$

۲۶- به ازای کدام مقادیر  $m$ ، نمودار تابع  $f(x) = mx^2 + 1$  با خط  $y = mx$  تقاطع ندارد؟

- (۱)  $0 \leq m \leq 4$
- (۲)  $0 \leq m < 4$
- (۳)  $m > 4$  یا  $m < 0$
- (۴)  $m \geq 0$

۲۷- منحنی تابع  $y = -x^2 + mx - n$ ، محور تقارن خود را در نقطه‌ی  $(3, 6)$  قطع می‌کند. منحنی محور  $y$  ها را در کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) ۳
- (۲) -۳
- (۳) ۶
- (۴) -۶



۲۸- اگر  $y = ax^2 + bx + c$  به شکل روبه‌رو باشد،  $a + b$  کدام است؟

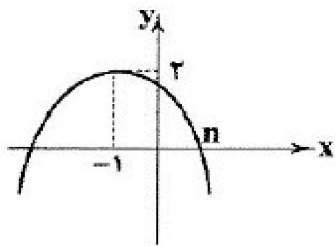
- (۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{1}{3}$   
 (۳)  $\frac{2}{9}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۲۹- به ازای کدام مجموعه‌ی مقادیر  $a$ ، کم‌ترین مقدار تابع  $f(x) = ax^2 + 2(x+a) - 1$  در ربع سوم قرار دارد؟

- (۱)  $-1 < a < \frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2} < a < 1$  (۳)  $0 < a < 1$  (۴)  $a > 0$

۳۰- سهمی به معادله‌ی  $y = (m-2)x^2 - 2mx + 5$  خطی به معادله‌ی  $y = 2x - 7$  را در دو نقطه‌ی متمایز به طول‌های  $\alpha$  و  $\beta$  قطع می‌کند. حدود  $m$  چگونه باشد تا  $\alpha$  و  $\beta$  هر دو مثبت باشند؟

- (۱)  $m > 2, m \neq 5$  (۲)  $m < -1, m \neq -5$  (۳)  $-1 < m < 2$  (۴)  $m \neq 5$



۳۱- شکل زیر مربوط به سهمی  $y = mx^2 - 2x + k$  است. حاصل  $m + n + k$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2} - 1$  (۲)  $\sqrt{2} + 1$   
 (۳)  $-\sqrt{2} - 1$  (۴)  $\sqrt{2}$

۳۲-  $(-1, 3)$  بزرگ‌ترین بازه‌ای است که نمودار تابع  $y = ax^2 + bx - a^2 + 4$  روی آن، زیر محور  $x$  ها قرار دارد. مقدار  $a + b$  کدام است؟

- (۱)  $-4$  (۲)  $4$  (۳)  $1$  (۴)  $12$

۳۳- اگر از دامنه‌ی تابع  $f(x) = ax^2 + bx + 5$  نقطه‌ی  $x = 1$  را حذف کنیم، از برد آن  $y = 4$  حذف می‌شود.  $a + 3b$  کدام است؟

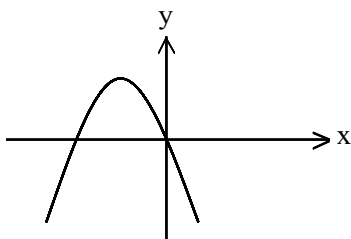
- (۱)  $5$  (۲)  $7$  (۳)  $-7$  (۴)  $-5$

۳۴- اگر عرض پایین‌ترین نقطه‌ی سهمی  $y = (2k+2)x^2 - 4x + k$  برابر صفر باشد، مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱)  $2$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $1$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۳۵- اگر رأس سهمی  $y = ax^2 + 2ax - 3$  روی نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم قرار داشته باشد و سهمی محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض  $b$  قطع کند، حاصل  $ab$  کدام است؟

- (۱)  $-3$  (۲)  $-2$  (۳)  $-6$  (۴)  $6$



۳۶- شکل زیر مربوط به تابع  $y = ax^2 + bx + c$  است. کدام گزینه همواره صحیح است؟

- (۱)  $ab < 0$   
 (۲)  $a + b + c < 0$   
 (۳)  $a - b > 0$   
 (۴)  $abc > 0$

۳۷- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) نمودار سهمی به معادله  $y = a - 5(x + 3)^2$  با فرض  $a < 0$ ، محور  $x$  ها را قطع نمی‌کند.

(۲) اگر  $a < \frac{1}{4}$  باشد، رأس سهمی به معادله  $y = 2ax^2 - x(x - 1)$  بالاترین نقطه‌ی سهمی است.

(۳) در سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx$  با تغییر مقدار  $a$ ، مختصات رأس سهمی تغییر نمی‌کند.

(۴) اگر  $A(1, 6)$  و  $B(5, 6)$  دو نقطه روی نمودار سهمی باشد، آن‌گاه معادله‌ی محور تقارن سهمی  $x = 3$  است.

۳۸- حاصل جمع طول و عرض رأس سهمی  $y = ax^2 + bx + \frac{25}{4a}$  برابر صفر است. مجموع مقادیر ممکن برای  $b$  کدام

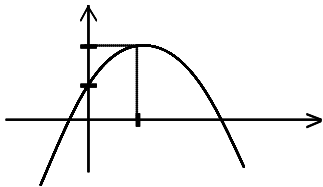
است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۳۹- سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  محور  $y$  ها را در نقطه‌ای به عرض ۴ قطع کرده است. اگر رأس سهمی بر روی خط

$x = 2$  قرار داشته باشد و یکی از نقاط تقاطع سهمی با محور  $x$  ها  $(-1)$  باشد، حاصل  $abc$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{256}{25}$  (۲)  $-\frac{248}{25}$  (۳)  $-\frac{184}{25}$  (۴)  $-\frac{196}{25}$



۴۰- معادله سهمی با نمودار مقابل کدام است؟

(۱)  $y = -x^2 + 2x + 1$  (۲)  $y = x^2 - 2x + 1$

(۳)  $y = -\frac{1}{3}x^2 + x + 1$  (۴)  $y = x^2 - x + 2$

۴۱- اگر  $a_1$  و  $a_2$  ریشه‌های معادله  $x^2 - mx + 3m^2 = 0$  برحسب  $x$  باشند، آنگاه حاصل  $a_1 a_2 + a_1^2 + a_2^2$  کدام

است؟

- (۱)  $m^2$  (۲)  $1 + m$  (۳)  $1 - m^2$  (۴)  $-2m^2$

۴۲- به ازای چند مقدار صحیح  $m$ ، نمودار تابع  $y = mx^2 - 2x + 2 - m$  از ربع سوم دستگاه مختصات عبور نمی‌کند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

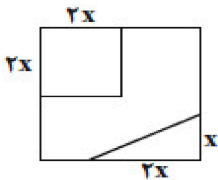
۴۳- دو عدد متوالی به همراه یک واحد کمتر از نصف عدد کوچک‌تر، سه ضلع مثلث قائم‌الزاویه هستند. محیط این مثلث

کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۸ (۳) ۳۰ (۴) ۳۵

۴۴- تحت کدام شرایط معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  دارای یک ریشه مثبت و یک ریشه صفر است؟

- (۱)  $ac < 0$  (۲)  $a < 0$  (۳)  $ab < 0$  (۴)  $ab > 0$



۴۵- از مربعی به ضلع ۷ سانتی‌متر، مربع و مثلث زیر بریده شده‌اند. اگر مساحت باقی‌مانده ۲۴

سانتی‌متر مربع باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{5}$  (۲)  $\sqrt{7}$  (۳)  $\sqrt{4/8}$  (۴)  $\sqrt{9/8}$

۴۶- در معادله‌ی درجه دوم  $\frac{3}{4}x^2 - (m - 2)x - \frac{m}{4} = 0$ ، مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌ها قرینه یک‌دیگرند. ریشه‌ی

بزرگ‌تر معادله کدام است؟

- (۱) -۲ (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{2}{3}$



۵۷- اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $x^2 - \frac{37}{6}x + b = 0$  و  $x_1 x_2 = 1$ ،  $x_1 > x_2$  باشند، ریشه‌های معادله  $(x - 2x_2 + b)(x - x_1) = 0$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}, -6$  (۲)  $-\frac{2}{3}, -6$  (۳)  $\frac{2}{3}, 6$  (۴)  $-\frac{2}{3}, 6$

۵۸- یکی از ریشه‌های معادله  $x^2 + bx + c = 0$ ، دو برابر ریشه دیگر آن است. اگر  $\frac{c}{b} = \frac{2}{3}$  باشد، ریشه کوچک‌تر کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

۵۹- دو معادله  $ax^2 + mx + \frac{1}{4} = 0$  و  $\frac{1}{4}x^2 - 4x + 4 = 0$  مجموعاً ۴ ریشه دارند که حاصل جمع این ریشه برابر با ۳ و حاصل ضرب آن‌ها ۱ است.  $m$  در کدام بازه قرار دارد؟

(۱) (۰ و ۴) (۲) (۴ و ۸) (۳) (۸ و ۱۲) (۴) (۰ و -۴)

۶۰- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $2x^2 - 3x - 1 = 0$  باشند، مجموعه جواب‌های کدام معادله به صورت  $\left\{ \frac{\alpha^2}{\beta}, \frac{\beta^2}{\alpha} \right\}$  است؟

(۱)  $2x^2 + 45x - 1 = 0$  (۲)  $4x^2 + 45x - 2 = 0$   
 (۳)  $4x^2 - 45x - 2 = 0$  (۴)  $2x^2 - 45x - 1 = 0$

۶۱- مقدار  $a$  چقدر باشد تا حاصلضرب طولهای نقاط تقاطع دو منحنی  $y_1 = x^2 + ax$  و  $y_2 = ax^2 - x + 3$  برابر ۱- گردد؟

(۱) -۲ (۲) ۰ (۳) +۲ (۴) +۱

۶۲- اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $x^2 + x - 1 = 0$  باشند و  $x_2 > x_1$ ، مقدار عبارت  $5x_1^2 + 3x_2^2$  کدام است؟

(۱)  $12 + \sqrt{5}$  (۲)  $12 - \sqrt{5}$  (۳)  $24 + \sqrt{5}$  (۴)  $24 - \sqrt{5}$

۶۳- یکی از ریشه‌های معادله  $x^2 - (3 - 3\sqrt{2})x + (6 - 4\sqrt{2}) = 0$  دو برابر ریشه دیگر است، آن ریشه برابر است با:

(۱)  $2 - 2\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{2} - 2$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴) ۲

۶۴- اگر معادله درجه دوم  $x^2 - 4x + k = 0$  دارای دو ریشه حقیقی  $x'$  و  $x''$  باشد کدام درست است؟

(۱)  $x' \cdot x'' > 4$  (۲)  $x' \cdot x'' \geq -4$  (۳)  $x' \cdot x'' < -4$  (۴)  $x' \cdot x'' < 4$

۶۵- اگر معادله  $x^2 + ax + b = 0$  دو ریشه مختلف‌العلامه داشته باشد، کدامیک از معادلات زیر همواره ریشه حقیقی دارد؟

(۱)  $x^2 + ax + b = 0$  (۲)  $x^2 - ax - b = 0$   
 (۳)  $-x^2 - ax - b - 1 = 0$  (۴)  $-bx^2 + ax + b - 1 = 0$

۶۶- معادله درجه دومی که ریشه‌هایش مربع ریشه‌های معادله  $x^2 - 3\sqrt{2}x + 4 = 0$  باشد، کدام است؟

(۱)  $x^2 + 10x + 16 = 0$  (۲)  $x^2 + 10x - 16 = 0$  (۳)  $x^2 - 10x + 16 = 0$  (۴)  $x^2 - 10x - 16 = 0$

۶۷- معادله درجه دومی که ریشه‌های آن به ترتیب ۵ واحد بیشتر از قرینه ریشه‌های معادله  $mx^2 - 2x + 1 = 0$  باشد، کدام است؟

(۱)  $mx^2 - 2(1 + 4m)x + 11 = 0$  (۲)  $mx^2 - 2(1 + 5m)x + 25m + 11 = 0$   
 (۳)  $mx^2 + 2(1 + 4m)x - 9 = 0$  (۴)  $mx^2 + 2(1 - 5m)x + 25m - 9 = 0$

۶۸- اگر  $x'$  و  $x''$  ریشه‌های معادله  $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$  باشند مقدار عبارت  $x'\sqrt{x''} + x''\sqrt{x'}$  برابر است با:

(۱)  $2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$  (۲)  $2\sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$  (۳)  $\sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$  (۴)  $2\sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

۶۹- به ازاء کدام مقدار  $k$  بین دو ریشه معادله  $x^2 - k^2x + 8 = 0$  رابطه  $\sqrt[3]{x'} + \sqrt[3]{x''} = 3$  برقرار است؟

(۱)  $k = 4$  (۲)  $k = -4$  (۳)  $k = \pm 3$  (۴)  $k = \pm 4$

۷۰- خط  $x + y = 8$  منحنی  $y = \frac{x-1}{x-2}$  را در دو نقطه  $A$  و  $B$  قطع می‌کند مختصات وسط  $AB$  در کدام رابطه صدق می‌کند؟

(۱)  $y - x = 0$  (۲)  $y - x - 1 = 0$  (۳)  $y - x + 1 = 0$  (۴)  $y + x = 0$

۷۱- در معادله درجه دوم  $x^2 - 3x + 1 = 0$  حاصل  $\sqrt{x_1(3x_2 - 1)}$  چقدر است؟

(۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۳)  $1$  (۴)  $2$

۷۲- نمودار تابع  $y = x^2 + ax + 4 - a^2$  به ازای کدام مقادیر  $a$  از ناحیه چهارم نمی‌گذرد؟

(۱)  $-2 \leq a \leq 0$  (۲)  $-2 \leq a \leq 2$  (۳)  $0 \leq a \leq 2$  (۴)  $a \geq 2$

۷۳- اگر  $\alpha, \beta$  ریشه‌های معادله  $2x^2 - 5x + 2 = 0$  باشند، حاصل  $(\alpha + \frac{1}{\beta})^2 + (\beta + \frac{1}{\alpha})^2$  کدام است؟

(۱)  $25$  (۲)  $17$  (۳)  $16$  (۴)  $21$

۷۴- حدود  $m$  کدام باشد تا مینیمم تابع  $y = mx^2 + 2x + 2m - 1$  در ناحیه سوم قرار گیرد؟

(۱)  $m > 0$  (۲)  $0 < m < 1$  (۳)  $-\frac{1}{2} < m < 1$  (۴)  $-1 < m < \frac{1}{2}$

۷۵- در معادله  $7x^2 - 6x + 1 = 0$  اگر ریشه‌ها  $x_1$  و  $x_2$  باشند، کدام درست است؟

(۱)  $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} > \sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_2}$  (۲)  $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_2}$

(۳)  $x_1(1 + x_2) = 1 - x_2$  (۴)  $x_1 + x_2 > \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$

۷۶- معادله درجه دومی که ریشه‌هایش مکعب ریشه‌های معادله  $x^2 + 2x - 1 = 0$  باشد کدام است؟

(۱)  $x^2 + 14x - 1 = 0$  (۲)  $x^2 - 14x - 1 = 0$  (۳)  $x^2 - 14x + 1 = 0$  (۴)  $x^2 - 14x - 8 = 0$

۷۷- اگر ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 3x - 1 = 0$  به ترتیب  $\log_p A$  و  $\log_p B$  باشند،  $AB$  برابر است با:

- (۱) ۸ (۲) ۲ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

۷۸- مقدار  $m$  چه باشد تا عدد ۲ بین ریشه‌های معادله  $x^2 - mx - 2 = 0$  باشد؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۲ (۳) -۲ (۴)  $-\frac{1}{2}$

۷۹- ریشه‌ی مشترک معادلات  $x^2 + (m+1)x + 3 = 0$  و  $x^2 + mx + 2 = 0$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) -۱

۸۰- به ازای چه مقداری از  $k$  معادله  $(k+1)x^2 + x + 1 = 0$  دارای ریشه مضاعف می‌باشد؟

- (۱)  $-\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳) ۰ (۴) -۱

۸۱- معادله  $x^2 - 2mx + 6 - m = 0$  به ازای کدام یک از مقادیر  $m$  دارای ۲ ریشه مساوی است؟

- (۱) ۳ و -۲ (۲) ۲ و -۳ (۳) -۱ و  $\frac{3}{2}$  (۴) ۱ و  $\frac{-3}{2}$

۸۲- اگر  $f$  یک تابع درجه‌ی ۲ باشد و  $f(2) \cdot f(4) < 0$  باشد کدام مطلب زیر نادرست است؟

- (۱)  $f(x) = 0$  یک ریشه بین ۲ و ۴ دارد  
(۲) نمودار  $f$  محور  $x$  ها را بین ۲ و ۴ قطع می‌کند  
(۳)  $f(2)$  و  $f(4)$  مختلف‌العلامه‌اند  
(۴)  $f(x) = 0$  ریشه حقیقی ندارد

۸۳- اگر تابع  $y = (1-m)x^2 + (m^2 - 6)x + 1$  در نقطه‌ای به طول -۱ ماکزیمم داشته باشد  $m$  برابر است با:

- (۱) ۳ (۲) -۴ (۳) ۲ (۴) -۲

۸۴- در معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x^2 + 2x - 1 = 0$  حاصل  $x_1^4 + 4x_2^2 - 4x_1^2 + 4x_2^4$  چه قدر است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۳۳ (۳) ۳۱ (۴) ۳۴

۸۵- اگر بین ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم  $x^2 - kx + 36 = 0$  رابطه‌ی  $\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = \frac{7}{9}$  برقرار باشد، مقدار  $k$  برابر است با:

- (۱) ۲۸ (۲) ۲۷ (۳) ۲۶ (۴) ۲۵

۸۶- مجموعه جواب‌های کدام معادله به صورت  $\{\sqrt{2} + 1, 1 - \sqrt{2}\}$  است؟

- (۱)  $x^2 + 2x + 1 = 0$   
(۲)  $x^2 + 1 = 0$   
(۳)  $x^2 - 2x + 1 = 0$   
(۴)  $x^2 - 2x - 1 = 0$

۸۷- در معادله درجه دوم  $4x^2 - 4x + a = 0$  به ازای کدام مقدار  $a$  یکی از ریشه‌ها ۲ واحد بیشتر از ریشه‌ی دیگر است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۳

۸۸- هرگاه ریشه‌های معادله‌ی  $(m+n)x^2 - 6x + m = 0$  عکس ریشه‌های معادله‌ی  $3x^2 - 6x - 1 = 0$  باشند، آنگاه مقدار  $m - n$  برابر است با:

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

۸۹- در معادله  $x^2 - 5x + 1 = 0$ ، اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله باشند، حاصل عبارت  $(\alpha^2 - 5\alpha + 2)(\beta^2 - 5\beta - 2)$  برابر است با:

- ۱ (۱)  $-3$  (۲)  $4$  (۳)  $-5$  (۴)

۹۰- معادله  $x^2 - 13x - 1 = 0$  درجه دومی که ریشه‌هایش عکس و قرینه‌ی ریشه‌های معادله  $x^2 - 13x + 5 = 0$  باشد، کدام است؟

۱ (۱)  $x^2 + 13x + 1 = 0$  (۲)  $x^2 + 13x - 1 = 0$  (۳)  $x^2 - 13x - 5 = 0$  (۴)  $x^2 - 13x + 5 = 0$

۹۱- به ازای کدام مقدار  $m$  بین ریشه‌های حقیقی معادله  $mx^2 - (m+1)x + m + 2 = 0$  رابطه  $x_1^3 + x_2^3 = 0$  برقرار است؟

- ۱ (۱)  $-1$  (۲)  $1$  (۳)  $2$  (۴) صفر

۹۲- کدام یک از معادلات زیر دارای ریشه  $\sqrt{\sqrt{2} + 1}$  می‌باشد؟

۱ (۱)  $x^4 - 5x^2 + 1 = 0$  (۲)  $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$  (۳)  $x^4 - 5x^2 - 1 = 0$  (۴)  $x^4 - 2x^2 - 1 = 0$

۹۳- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 + x - 1 = 0$  باشند حاصل عبارت  $\frac{\beta^5}{(\alpha + 1)^5} + \frac{\alpha^3}{(\beta + 1)^3}$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $-2$  (۲)  $2$  (۳)  $-8$  (۴)  $8$

۹۴- اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $\frac{2x+1}{x-1} - \frac{2x}{x+1} + 3 = 0$  باشند و  $x_1 < x_2$ ، حاصل  $2x_1 - 3x_2$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $-5$  (۲)  $-1$  (۳)  $1$  (۴)  $5$

۹۵- اگر در معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  یک ریشه،  $K$  برابر ریشه‌ی دیگر باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

(۱)  $\frac{b^2}{ac} = \frac{(K+1)^2}{K}$  (۲)  $\frac{b^2}{a^2c} = \frac{K^2}{K+1}$   
 (۳)  $\frac{b^2}{ac} = \frac{K}{(K+1)^2}$  (۴)  $\left(\frac{b}{ac}\right)^2 = \frac{K+1}{K}$

۹۶- خط  $y = 4$ ، منحنی تابع درجه‌ی دوم  $y = -x^2 + 6x + k$  را در دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  قطع می‌کند، به طوری که طول نقطه‌ی  $A$ ، معکوس طول نقطه‌ی  $B$  است. مقدار ماکزیمم تابع درجه‌ی دوم کدام است؟

- ۱ (۱)  $9$  (۲)  $6$  (۳)  $10$  (۴)  $12$

۹۷- مجموع ریشه‌های معادله  $4(x-2)^4 - 5(x-2)^2 + 1 = 0$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $2$  (۲)  $4$  (۳)  $6$  (۴)  $8$

۹۸- به‌ازای کدام مجموعه مقادیر  $a$ ، نمودار تابع  $f(x) = (a-3)x^2 + ax - 1$  از ناحیه‌ی اول محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- ۱ (۱)  $a \leq 2$  (۲)  $0 < a \leq 2$  (۳)  $2 < a < 3$  (۴)  $0 < a < 3$

۹۹- اگر  $x'$  و  $x''$  ریشه‌های حقیقی معادله‌ی  $-x^2 - 2\sqrt{5}x - 15m = 0$  باشند، به ازای چه مقدار  $m$  رابطه‌ی

$$\frac{x'x''}{x' + x''} = \frac{15\sqrt{5}}{2}$$

برقرار است؟

(۴) -۵

(۳)  $2\sqrt{5}$

(۲) ۱۵

(۱)  $-\sqrt{5}$

۱۰۰- در معادله‌ی درجه دوم  $x^2 - 2x - 4 = 0$  اگر ریشه‌ها  $\alpha$  و  $\beta$  باشند، حاصل  $(\alpha^2 - 4)^2 + 4\beta^2$  چه قدر است؟

(۴) ۲۴

(۳) ۱۶

(۲) ۱۲

(۱) ۴۸