

## به نام خدا

۱-  $ABC$  مثلثی حاده‌الزاویه است  $O$  مرکز دایره محیطی مثلث  $ABC$  می‌باشد.  $W$  دایره‌ای دلخواه است که از  $A$  و  $O$  می‌گذرد و ضلع‌های  $AB$  و  $AC$  را به ترتیب در  $P$  و  $Q$  قطع می‌کند. ثابت کنید مرکز ارتفاعی مثلث  $OPQ$  روی ضلع  $BC$  قرار دارد.

۲-  $ABCD$  متوازی‌الاضلاع است به گونه‌ای که  $\hat{B} < 180^\circ$ . اگر  $N$  وسط ضلع  $AB$  باشد و خط  $CM$  دایره محیطی مثلث  $ABC$  را بار دیگر در نقطه‌ای غیر از  $C$  در  $K$  قطع کند. ثابت کنید  $KHCD$  چهارضلعی محاطی است که  $H$  پای ارتفاع  $A$  روی ضلع  $BC$  می‌باشد.

۳-  $ABC$  مثلثی حاده‌الزاویه است.  $W$  را دایره محیطی  $ABC$  بگیرید.  $\square$  دایره‌ای است که به ضلع  $BC$  در نقطه‌ی  $P$  و به کمان  $\widehat{BC}$  از  $W$  که شامل  $A$  نیست در نقطه‌ی  $Q$  مماس است. اگر مرکز دایره‌ی  $\square$ ،  $S$  نام داشته باشد و  $S$  روی نیمساز زاویه‌ی  $BAC$  قرار داشته باشد، ثابت کنید  $\hat{PAO} = \hat{QAO}$ .

۴-  $W_1$  و  $W_2$  دو دایره هستند که در  $A$  و  $B$  برخورد می‌کنند. فرض کنید  $D$  محل برخورد دوم  $W_1$  و  $W_2$  (با دایره  $W_1$  باشد. از  $B$  موازی  $O_2A$  رسم کنید تا  $W_1$  را در  $E$  قطع کند. اخط  $O_1A$  دایره‌ی  $W_2$  را برای بار دوم در  $C$  قطع می‌کند ( $C \neq A$ ). ثابت کنید اگر  $DE \parallel O_1A$  آن گاه  $\hat{DCO}_2 = 90^\circ$ .

گروه آموزشی آفتاب

# ذهن زیبا

## به نام خدا

۱- از  $O$  بر  $PQ$  عمود کنید تا  $BC$  را در  $K$  قطع کند. ثابت کنید  $BPOK$  و  $CQOK$  محاطی هستند.

(All Russian 2011 P<sub>2</sub>)

۲-  $HM$  را ادامه دهید تا  $AD$  را در  $L$  قطع کند.  $L$  نقطه‌ای 5ام دایره‌ی  $KHCD$  می‌باشد.

(All Russian 2012 P<sub>3</sub>)

۳- دقت کنید که خطوط  $PQ$  و  $AO$  دایره‌ی  $W$  را در  $T'$  و  $T$  قطع می‌کنند که به ترتیب وسط کمان‌های  $\widehat{BC}$  و  $\widehat{BAC}$  می‌باشند.

(JAPON MO Finals 2005 P<sub>4</sub>)

۴- کافی است ثابت کنید  $2\widehat{DC}A = \widehat{D_1O_1}A$ . برای این منظور دقت کنید که مرکز دایره محیطی  $CAD$  روی عمودمنصف‌های  $AD$  و  $AC$  قرار دارد و اگر  $O$  نام داشته باشد  $2\widehat{DC}A = \widehat{D_1O_1}A$ .

(China girls 2014 P<sub>1</sub>)

