به نام خدا

۱- از قضیه سینوس‌ها ثابت کنید: $\left(\frac{ZB'}{ZC'}\right)^2 = \frac{\sin CAZ}{\sin BAZ}$.

۲- از این استفاده کنید که در هر یک از این مثلث‌ها $FH_1 = FO_1$ (H_1 و O_1 مرکز ارتفاعی و محیطی یکی از این مثلث‌هاست)

۳- فرض کنید B'B'' دایره را در S و A'S دایره را X قطع کند با استفاده از قضیه پاسکال برای شش ضلعی XACBB''S ثابت کنید لزوما $AX \parallel l$.

۴- از قضیه سینوس‌ها در مثلث A''B''C'' استفاده کنید.

۵- ثابت کنید $\frac{\sin B\hat{A}X}{\sin C\hat{A}X} = \frac{A_2C_1}{A_1B_2} \times \frac{A_1C_2}{B_1A_2}$.

۶- ثابت کنید $\frac{AB'}{AC'} = \frac{\sin BSK}{\sin CKS} \times \frac{BS}{CK}$ و از محل برخورد BS و CK کمک بگیرید.

۱- ABC مثلثی دلخواه است و w دایره محاطی داخلی آن. فرض کنید X و Y و Z نقاطی روی w باشند، ثابت کنید CY و BX و AZ همرسند اگر و تنها اگر A'Z و B'X و C'Y همرس باشند که A'، B' و C' پای مماس‌های w بر اضلاع BC و AC و AB می‌باشد.

۲- فرض کنید ABC مثلثی حاده الزاویه و F نقطه‌ای داخل آن است که $B\hat{F}C = C\hat{F}A = 120° = A\hat{F}B$ (نقطه فرما). ثابت کنید خط اویلرهای مثلث‌های $\overset{\Delta}{AFB}$، $\overset{\Delta}{BFC}$ و $\overset{\Delta}{CFA}$ همرسند.

خط اویلر خطی است که مرکز دایره محیطی، مرکز ارتفاعی و مرکز ثقل روی آن قرار دارند.

۳- ABC مثلثی دلخواه است و l خطی دلخواه است که اضلاع مثلث را در نقاط A'، B' و C' قطع می‌کند ($A' \in BC$). اگر w دایره محیطی ABC باشد و نقاط A" و B" و C" به گونه‌ای باشند که $l \parallel AA'' \parallel BB'' \parallel CC''$ و این نقاط روی دایره w قرار داشته باشند، ثابت کنید A'A" و B'B" و C'C" همرسند.

۴- فرض کنید w دایره محیطی مثلث ABC باشد. اگر A' محل برخورد ارتفاع رأس A با دایره w و A" محل برخورد عمود وارد بر میانه‌ی A در رأس A با دایره w باشد، ثابت کنید A'A" ها همرسند.

۵- ABC مثلثی دلخواه است و دایره‌ی دلخواه w اضلاع مثلث را به ترتیب در A_1، A_2، B_1، B_2، C_1 و C_2 قطع می‌کند (A_1 و A_2 روی BC هستند). اگر محل برخورد A_2C_2 و A_1B_1، X باشد ثابت کنید AXها همرسند.

۶- ABC مثلثی حاده الزاویه است و مستطیل‌های ABST و ACKL و CBMN روی اضلاع رو به بیرون ساخته شده اند، اگر محل برخورد KS و BC، A' باشد، ثابت کنید A'، B' و C' هم خط هستند. (مستطیل‌ها به ترتیب گفته شده ساخته شده اند).

به نام خدا

۱- ABC مثلثی دلخواه است و w دایره محاطی داخلی آن. فرض کنید X و Y و Z نقاطی روی w باشند، ثابت کنید CY و BX و AZ همرسند اگر و تنها اگر A'Z و B'X و C'Y همرس باشند که A'، B' و C' پای مماس‌های w بر اضلاع BC و AC و AB می‌باشد.

۲- فرض کنید ABC مثلثی حاده الزاویه و F نقطه‌ای داخل آن است که $A\hat{F}B = B\hat{F}C = C\hat{F}A = 120°$ (نقطه فرما). ثابت کنید خط اویلرهای مثلث‌های $\overset{\Delta}{AFB}$، $\overset{\Delta}{BFC}$ و $\overset{\Delta}{CFA}$ همرسند.

خط اویلر خطی است که مرکز دایره محیطی، مرکز ارتفاعی و مرکز ثقل روی آن قرار دارند.

۳- ABC مثلثی دلخواه است و l خطی دلخواه است که اضلاع مثلث را در نقاط A'، B' و C' قطع می‌کند ($A' \in BC$). اگر w دایره محیطی ABC باشد و نقاط A" و B" و C" به گونه‌ای باشند که $CC'' \| BB'' \| AA'' \| l$ و این نقاط روی دایره w قرار داشته باشند، ثابت کنید A'A" و B'B" و C'C" همرسند.

۴- فرض کنید w دایره محیطی مثلث ABC باشد. اگر A' محل برخورد ارتفاع رأس A با دایره w و A" محل برخورد عمود وارد بر میانه‌ی A در رأس A با دایره w باشد، ثابت کنید A'A" ها همرسند.

۵- ABC مثلثی دلخواه است و دایره‌ی دلخواه w اضلاع مثلث را به ترتیب در A_1، A_2، B_1، B_2، C_1 و C_2 قطع می‌کند (A_1 و A_2 روی BC هستند). اگر محل برخورد A_2C_2 و A_1B_1، X باشد ثابت کنید AXها همرسند.

۶- ABC مثلثی حاده الزاویه است و مستطیل‌های ABST و ACKL و CBMN روی اضلاع رو به بیرون ساخته شده اند، اگر محل برخورد KS و BC، A' باشد، ثابت کنید A'، B' و C' هم خط هستند. (مستطیل‌ها به ترتیب گفته شده ساخته شده اند).