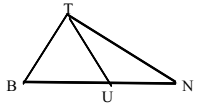


- ۱- قضیه‌ی زیر را به صورت قضیه‌ی شرطی بنویسید و سپس تعیین کنید عکس آن قضیه، شرطی است یا نه در صورتی که یک قضیه نباشد، یک مثال نقض بیاورید.
هر مستطیل یک متوازی‌الاضلاع است.
- ۲- قضیه‌ی زیر را به صورت قضیه‌ی شرطی بنویسید و سپس تعیین کنید عکس آن قضیه، شرطی است یا نه در صورتی که یک قضیه نباشد، یک مثال نقض بیاورید.
هر دو مثلث همنهشت دارای مساحت‌های برابر هستند.
- ۳- قضیه‌ی زیر را به صورت قضیه‌ی شرطی بنویسید و سپس تعیین کنید عکس آن قضیه، شرطی است یا نه در صورتی که یک قضیه نباشد، یک مثال نقض بیاورید.
در دو مثلث متشابه، ضلع‌های متناظر، متناسب هستند.
- ۴- قضیه‌ی زیر را به صورت قضیه‌ی شرطی بنویسید و سپس تعیین کنید عکس آن قضیه، شرطی است یا نه در صورتی که یک قضیه نباشد، یک مثال نقض بیاورید.
در مثلث قائم‌الزاویه عمودمنصف‌های ضلعها در وسط وتر هم‌رس می‌شوند.
- ۵- قضیه‌ی زیر را به صورت قضیه‌ی شرطی بنویسید و سپس تعیین کنید عکس آن قضیه، شرطی است یا نه. در صورتی که یک قضیه نباشد، یک مثال نقض بیاورید.
هر کس در شیراز زندگی می‌کند، در استان فارس است.

۶- در شکل مقابل:

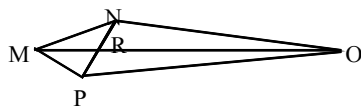
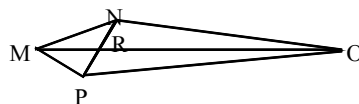


فرض کنیم $BT = BU$
ثابت کنید $\widehat{BTN} > \widehat{TUB}$

- ۷- حسن در دادگاه تخلفات رانندگی اظهار داشت: «من نمی‌توانم عامل این تصادفات باشم زیرا در زمان وقوع تصادف، در محل کارم بوده‌ام و برای این ادعا، شاهد هم دارم.» نوع استدلال حسن را توضیح دهید.

- ۸- با استفاده از برهان خلف، مسئله‌ی زیر را حل کنید.
اگر a ، b و c سه خط راست باشند که $a \parallel b$ ، $c \parallel b$ ، آنگاه $a \parallel c$.

- ۹- با استفاده از برهان خلف، مسئله‌ی زیر را حل کنید.
در چهارضلعی $MNOP$ ، دو قطر MO و NP یکدیگر را در R قطع می‌کنند.
نشان دهید اگر $MP = MN$ و $ON \neq OP$ ، آنگاه MO نیمساز زاویه‌ی PMN نیست.



- ۱۰- با استفاده از برهان خلف، مسئله‌ی زیر را حل کنید.
در چهارضلعی $MNOP$ ، دو قطر MO و NP یکدیگر را در R قطع می‌کنند.
نشان دهید اگر $MN = MP$ و $OP \neq ON$ ، آنگاه OM بر NP عمود نیست.

۱۱- با استفاده از برهان خلف، مسئله‌ی زیر را حل کنید.
در دو مثلث ABC و $A'B'C'$ ، اگر $AB = A'B'$ و $AC = A'C'$ و $\hat{A} \neq \hat{A}'$ ، ثابت کنید $BC \neq B'C'$

۱۲- با استفاده از برهان خلف، مسئله‌ی زیر را حل کنید.
در هر مثلث هر دو نیمساز زاویه‌های داخلی متقاطعند.

۱۳- با استفاده از برهان خلف، مسئله‌ی زیر را حل کنید.
در هر مثلث هر دو میانه متقاطعند.

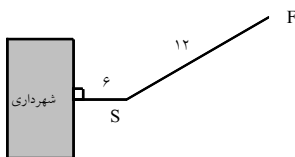
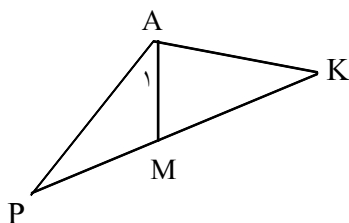
۱۴- با استفاده از برهان خلف، مسئله‌ی زیر را حل کنید.
در هر مثلث هر دو ارتفاع متقاطعند.

۱۵- با استفاده از برهان خلف، مسئله‌ی زیر را حل کنید.
در هر مثلث عمودمنصف‌های هر دو ضلع متقاطعند.

۱۶- با استفاده از برهان خلف، مسئله‌ی زیر را حل کنید.
عمود منصف هر پاره‌خط یکتاست.

۱۷- سه پاره خط با طولهای $6x$ ، $x+7$ ، و $4(x-1)$ داده شده‌اند، اگر مجموع این طولها ۳۶ باشد، آیا این پاره‌خطها می‌توانند ضلعهای یک مثلث باشند؟ توضیح دهید.

۱۸- در مثلث PAK ، نقطه‌ی M روی ضلع PK قرار دارد. ثابت کنید اگر $AM = AK$ آنگاه $AP > AK$.

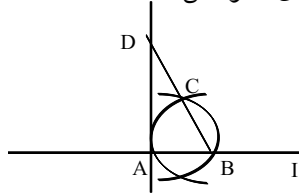


۱۹- نمودار مقابل محل قرار گرفتن ساختمان شهرداری، مجسمه‌ی S و فواره‌ی F را نشان می‌دهد. می‌خواهیم میله‌ی پرچم را در محلی نصب کنیم که از مجسمه و فواره به یک فاصله باشد و از مقابل ساختمان شهرداری به فاصله‌ی ۹ متر باشد. مکان هندسی محل نصب میله‌ی پرچم را تعیین کنید.

۲۰- دو نقطه‌ی A و B و خط d در یک صفحه واقعند. نقطه‌ای روی خط d بیابید، که از دو نقطه‌ی A و B به یک فاصله باشد. آیا مسئله همواره جواب دارد؟

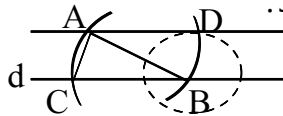
۲۱- از مثلث ABC ، اندازه‌ی ضلعهای $AB = c$ ، $AC = b$ و طول ارتفاع $AH = h_a$ معلوم است. مثلث را رسم کنید

۲۲- ابوالوفاء بوزجانی (۳۸۸ - ۳۲۸ ه.ق) ریاضیدان ایرانی برای رسم خط عمود از نقطه‌ی A واقع بر خط مفروض I روش زیر را به کار برده است: نقطه‌ی دلخواه B را روی خط I اختیار می‌کنیم. دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی پاره خط AB باز می‌کنیم دو دایره به مرکزهای A و B و به شعاع AB رسم می‌کنیم یک نقطه‌ی برخورد این دو دایره را C می‌نامیم. از B به C وصل می‌کنیم و پاره خط BC را از طرف نقطه‌ی C به اندازه‌ی خودش تا نقطه D امتداد می‌دهیم. از D به A وصل می‌کنیم. خط AD در نقطه‌ی A بر خط I عمود است. دلیل درستی روش ابوالوفاء را بنویسید.



۲۳- خط d و نقطه‌ی A خارج آن، داده شده‌اند. از نقطه‌ی A خطی به موازات خط d رسم کنید. ابوالوفاء بوزجانی مسأله را چنین حل می‌کند.

نقطه‌ی دلخواه B را روی خط d اختیار می‌کنیم و دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی پاره خط AB می‌کشاییم. به مرکز B و به شعاع BA یک دایره رسم می‌کنیم تا خط d را در نقطه‌ی C قطع کند، آنگاه به مرکز A و با همان شعاع قبلی دایره‌ی دیگری رسم می‌نماییم. سپس به مرکز B و به شعاعی برابر پاره خط AC دایره‌ی دیگری رسم می‌کنیم و نقطه‌ی برخورد دو دایره به مرکزهای A و B را D می‌نامیم. از D به A وصل می‌کنیم. خطی AD است که از نقطه‌ی A به موازات خط d رسم می‌شود. دلیل درستی روش ابوالوفاء را بنویسید.



۲۴- مربعی رسم کنید که پاره خط مفروض DE قطر آن باشد.



۲۵- زاویه‌ی xoy داده شده است روی نیم خط $o'x'$ زاویه‌ای به راس O' و مساوی زاویه‌ی xoy رسم کنید.

۲۶- قضیه: ثابت کنید عمود منصف‌های ضلع‌های هر مثلث هم‌راس‌اند.

۲۷- قضیه: ثابت کنید سه نیمساز زاویه‌های داخلی هر مثلث هم‌رسند.

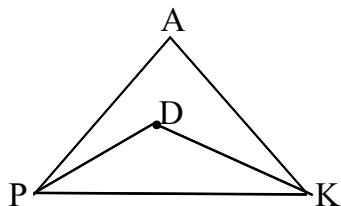
۲۸- خط d و نقطه‌ی A غیر واقع بر آن، داده شده‌اند، نقطه‌ای روی خط d تعیین کنید که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی معلوم L باشد. (در تعداد جواب‌ها بحث کنید).

۲۹- سه نقطه‌ی A و B و C غیر واقع بر یک راستا می‌باشند، نقطه‌ای تعیین کنید که از این سه نقطه به یک فاصله باشند.

۳۰- قضیه: ثابت کنید عمود منصف‌های ضلع‌های هر مثلث هم‌رسند.

۳۱- مثال نقض را تعریف کنید. (با ذکر مثال)

۳۲- نقطه‌ی D را به دلخواه درون مثلث PAK انتخاب می‌کنیم.
ثابت کنید: $\widehat{PDK} > \widehat{PAK}$



۳۳- عکس قضیه‌ی شرطی زیر را بنویسید.
مساحت‌های دو مثلث همنهشت با هم برابرند.

۳۴- عکس قضیه‌ی شرطی زیر را بنویسید.
اگر سه زاویه‌ی یک مثلث 60° باشد آن‌گاه آن مثلث سه ضلع برابر دارد.

۳۵- عکس قضیه‌ی شرطی زیر را بنویسید.
مثلثی که دو ضلع برابر داشته باشد، دارای دو زاویه‌ی برابر است.

۳۶- عکس قضیه‌ی شرطی زیر را بنویسید.
هر دو زاویه‌ی قائمه برابر است.

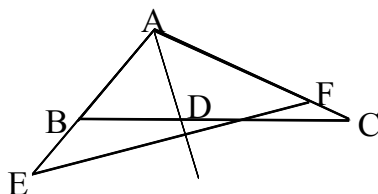
۳۷- برای رد حدس کلی زیر مثال نقض ارائه کنید.
هر زاویه‌ی خارجی یک چند ضلعی از هر زاویه‌ی داخلی آن بزرگتر است.

۳۸- برای رد حدس کلی زیر مثال نقض ارائه کنید.
اگر دو زاویه مکمل یکدیگر باشند آن‌گاه هر دو زاویه قائمه هستند.

۳۹- برای عبارت «نقطه‌ی هم‌رسی عمود منصف‌های اضلاع هر مثلث در خارج مثلث قرار می‌گیرد» مثال نقض بیاورید و با رسم شکل نشان دهید.

۴۰- آیا عکس قضیه‌ی شرطی همیشه یک قضیه‌ی شرطی است؟ مثال بزنید.

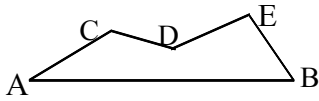
۴۱- در مثلث متساوی‌الساقین $(AB = AC)ABC$ محل تلاقی نیمسازهای دو زاویه‌ی B و C را نقطه‌ی I و محل تلاقی نیمساز زاویه‌ی C را با خطی که در نقطه‌ی A عمود بر AC رسم می‌شود را نقطه‌ی D می‌نامیم، ثابت کنید:
 $AI = AD$



۴۲- در مثلث ABC از نقطه‌ی D وسط ضلع BC عمودی بر نیمساز زاویه‌ی A رسم می‌کنیم تا اضلاع AB و AC را به ترتیب در E و F قطع کند، ثابت کنید:
 $BE = CF$

۴۳- زاویه‌ی xoy را در نظر گرفته نقاط A و B را روی ox و نقاط A' و B' را روی oy طوری اختیار می‌کنیم که $oA = oA'$ و $oB = oB'$ باشد و سپس AB و $A'B'$ را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه‌ی M قطع کند. ثابت کنید oM نیمساز زاویه xoy است.

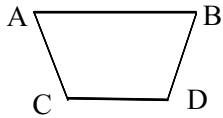
۴۴- زاویه‌ای را در نظر بگیرید که رأس آن در اختیار نیست. روشی را مطرح کنید که به وسیله‌ی آن بتوان نیمساز زاویه را رسم کرد.



۴۵- در شکل مقابل ثابت کنید: $AB < AC + CD + DE + EB$

۴۶- حدود m را چنان تعیین کنید که اعداد $۱ - ۲m$, m , $۳m - ۵$ بتوانند اضلاع یک مثلث باشند.

۴۷- در شکل مقابل AB بزرگ‌ترین ضلع و DC کوچک‌ترین ضلع چهارضلعی $ABCD$ است. ثابت کنید: $\hat{A} < \hat{C}$



۴۸- عکس قضیه را بنویسید. آیا درست است؟ چرا؟

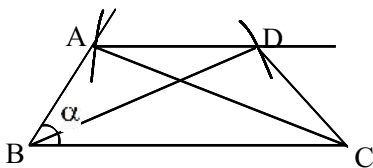
«در مثلث ضلع روبرو به زاویه ۹۰° بزرگترین ضلع است.»

۴۹- دو نقطه A و B و خط d در یک صفحه مفروض‌اند روی خط d نقطه‌ای پیدا کنید که از A و B به یک فاصله باشند. در مورد جواب‌های این مسئله بحث کنید.

۵۰- حدود m را چنان بیابید که $۳ - ۲m$ و $m - ۴$ و ۳ ضلع‌های یک مثلث باشند.

۵۱- ثابت کنید ارتفاعات یک مثلث هم‌رسند.

۵۲- خط d در صفحه P مفروض است. خط d' واقع در همان صفحه را طوری موازی خط d رسم کنید، که فاصله آن‌ها ۳ سانتی‌متر باشد.



۵۳- از ذوزنقه‌ای طول دو قطر و یک قاعده و یک زاویه مجاور به همان قاعده معلوم است آن را رسم کنید.

۵۴- در دو مثلث ABC و $A'B'C'$ ، اگر $AB = A'B'$ و $AC = A'C'$ و $\hat{A} \neq \hat{A}'$ ثابت کنید: $BC \neq B'C'$ (برهان خلف)

۵۵- مراحل رسم نیمساز یک زاویه را به کمک خط کش و پرگار توضیح دهید.

۵۶- قضیه: ثابت کنید در هر مثلث، مجموع طول‌های هر دو ضلع از طول سوم بزرگ‌تر است.

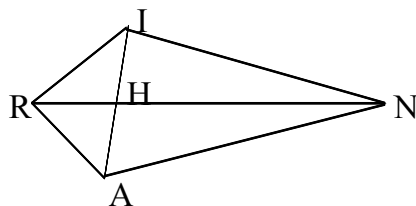
۵۷- خط d و نقطه‌ی A غیر واقع بر آن، داده شده‌اند، نقطه‌ای روی خط d تعیین کنید که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی معلوم R باشد. با توجه به اندازه‌ی R روی تعداد جواب مساله بحث کنید.

۵۸- قضیه: با استفاده از برهان خلف ثابت کنید که اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبرو به زاویه‌ی بزرگ‌تر، بزرگ‌تر از ضلع روبرو به زاویه‌ی کوچک‌تر است.

۵۹- ثابت کنید نیمساز یک زاویه، مکان هندسی نقطه‌ای در صفحه‌ی آن زاویه است که فاصله‌ی آن از دو ضلع زاویه برابر باشد.

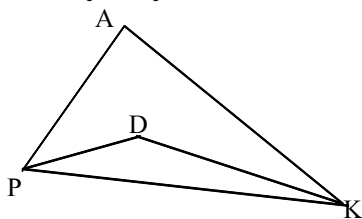
۶۰- واژه‌ی «مثال نقض» را تعریف کنید.

۶۱- در چهارضلعی $IRAN$ ، دو قطر RN و IA یکدیگر را در H قطع می‌کنند. با استفاده از برهان خلف نشان دهید اگر $RA=RI$ و $NI \neq NA$ آن‌گاه RN نیمساز زاویه‌ی IRA نیست.



۶۲- ثابت کنید در هر مثلث، هر میانه از نصف مجموع دو ضلع مجاور آن کوچک‌تر است.

۶۳- نقطه‌ی D را به دلخواه در درون مثلث PAK انتخاب می‌کنیم. ثابت کنید زاویه PDK از زاویه PAK بزرگ‌تر است.



۶۴- ثابت کنید در هر مثلث، هر میانه از نصف مجموع دو ضلع مجاور آن کوچک‌تر است.

۶۵- با استفاده از خط کش و پرگار خطی موازی یک خط از یک نقطه‌ی خارج آن خط رسم کنید. (مراحل رسم را توضیح دهید.)

۶۶- با استفاده از خط‌کش و پرگار خطی موازی یک خط از یک نقطه‌ی خارج آن خط رسم کنید. (مراحل رسم را توضیح دهید.)

۶۷- زاویه‌ی XOY داده شده است. با استفاده از خط کش و پرگار روی نیم‌خط $O'X'$ زاویه‌ای به رأس O' و مساوی زاویه‌ی XOY رسم کنید.

۶۸- برای رد حدس زیر، مثال نقض ارائه دهید.

اگر دو زاویه مکمل یکدیگر باشند، آن‌گاه هر دو زاویه قائمه هستند.

۶۹- برای رد حدس زیر، مثال نقض ارائه دهید.

اگر دو مثلث هم‌مساحت باشند، آن‌گاه هم‌نهشت هستند.

۷۰- قضیه: ثابت کنید سه نیمساز زاویه‌های داخلی هر مثلث هم‌رسند.

۷۱- قضیه‌ی زیر را به صورت قضیه شرطی بنویسید در صورتی که عکس آن یک قضیه نباشد یک مثال نقض بیاورید. هر مستطیلی یک متوازی‌الاضلاع است.

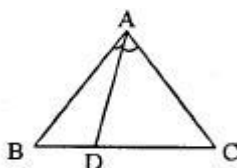
۷۲- قضیه‌ی زیر را به صورت قضیه شرطی بنویسید در صورتی که عکس آن یک قضیه نباشد یک مثال نقض بیاورید.
در دو مثلث متشابه، ضلع‌های متناظر، متناسبند.

۷۳- یک مثال نقض برای رد حکم «نقطه‌ی هم‌رسی ارتفاع‌های هر مثلث یا داخل مثلث یا خارج آن واقع است.» بیاورید.

۷۴- عبارت زیر را با کلمه‌ی مناسب کامل کنید:

شکل حاصل از تلاقی نیم‌سازهای داخلی هر متوازی‌الاضلاع، یک است.

۷۵- مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است. اگر $BD < DC$ ، ثابت کنید $\widehat{BAD} < \widehat{DAC}$



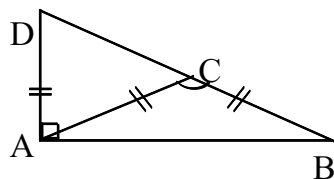
۷۶- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای وتر آن مشخص است، با معلوم بودن اندازه کدام جزء دیگر، این مثلث قابل رسم نیست؟
(۱) ارتفاع وارد بر وتر (۲) ارتفاع وارد بر ضلع قائم (۳) میانه وارد بر وتر (۴) میانه وارد بر ضلع قائم

۷۷- کدام عبارت زیر نادرست است؟

- (۱) در هر مثلث ارتفاع وارد بر هر ضلع از دو ضلع دیگر کوچکتر یا مساوی است.
- (۲) در هر مثلث ارتفاع وارد بر هر ضلع از میانه نظیر آن ضلع کوچکتر است.
- (۳) مثلثی هست که ارتفاع وارد بر یک ضلع آن از میانه نظیر آن ضلع کوچکتر است.
- (۴) مثلثی هست که ارتفاع وارد بر یک ضلع و عمود منصف همان ضلع دو خط موازی متمایز نیستند.

۷۸- در یک چهارضلعی دو قطر برابر و دو ضلع روبرو موازی‌اند. الزاماً کدام گزاره در مورد این چهارضلعی درست است؟

- (۱) دو قطر عمود بر هم‌اند.
- (۲) دو قطر با یک نسبت متقاطع‌اند.
- (۳) دو زاویه مقابل مساوی‌اند.
- (۴) تفاضل دو زاویه مقابل یک قائمه است.



۷۹- در شکل مقابل زاویه A برابر 90° درجه است. اگر $AC = AD = BC$ باشد، زاویه C چند درجه است؟

- (۱) 105
- (۲) 115
- (۳) 120
- (۴) 135

۸۰- یکی از زاویه‌های مثلث متساوی‌الساقین برابر 100 درجه است نیمساز خارجی یکی از زاویه‌ها ضلع مقابل را با کدام زاویه قطع می‌کند؟

- (۱) 20
- (۲) 25
- (۳) 30
- (۴) 40

۸۱- برقاعده BC از مثلث متساوی‌الساقین ABC ، دو نقطه M و N را چنان اختیار می‌کنیم که $BM = NC$ این نقاط را به رأس A وصل می‌کنیم مثلث AMN همواره چگونه است؟

- (۱) غیرمشخص
- (۲) متساوی‌الاضلاع
- (۳) متساوی‌الساقین
- (۴) قائم‌الزاویه

۸۲- اگر مثلثی متساوی الساقین باشد، طول ارتفاع وارد بر قاعده برابر کدام است؟

- (۱) نصف طول قاعده
(۲) طول میانه یک ضلع دیگر
(۳) طول شعاع دایره محیطی مثلث
(۴) طول نیمساز زاویه مقابل به قاعده

۸۳- یک ساق مثلث متساوی الساقین را از طرف رأس مثلث به اندازه خودش ادامه می دهیم، نقطه حاصل و قاعده مثلث چه نوع مثلثی تشکیل می دهد؟

- (۱) قائم الزاویه
(۲) قائم الزاویه متساوی الساقین
(۳) متساوی الساقین
(۴) منفرجه الزاویه

۸۴- در مثلث متساوی الساقین ABC ، $(AB = AC)$ نیمساز خارجی \hat{A} و نیمساز داخلی \hat{B} در نقطه D متلاقع اند. طول پاره خط AD برابر کدام جزء مثلث است؟

- (۱) AC
(۲) طول نیمساز داخلی زاویه \hat{B}
(۳) BC
(۴) شعاع دایره محیطی

۸۵- در مثلث ABC نیمسازهای داخلی دو زاویه B و C با یکدیگر چه زاویه ای می سازند؟

- (۱) $B + C$
(۲) $\frac{A}{2}$
(۳) $2A$
(۴) $90 + \frac{A}{2}$

۸۶- کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) اگر در یک چهارضلعی قطرها یکدیگر را نصف کنند چهارضلعی متوازی الاضلاع است.
(۲) اگر در یک چهارضلعی قطرها با یکدیگر برابر باشند چهارضلعی مستطیل است.
(۳) اگر در یک چهارضلعی قطرها برهم عمود باشند چهارضلعی لوزی است.
(۴) اگر در یک چهارضلعی اضلاع برابر باشند چهارضلعی مربع است.

۸۷- کدام دسته از اندازه های زیر می تواند اضلاع یک مثلث باشد؟

- (۱) ۲ و ۳ و ۵
(۲) ۲ و $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$
(۳) ۴ و $\frac{2}{5}$ و ۷
(۴) $\sqrt{5}$ و $\sqrt{5}$ و ۵

۸۸- کدام قضیه درست نیست؟

- (۱) متوازی الاضلاعی که قطرهاش بر هم عمود باشد، لوزی است.
(۲) دوزنقه ای که دو قطرش برابر باشد، متساوی الساقین است.
(۳) مستطیلی که قطرهاش بر هم عمود باشد، مربع است.
(۴) هر چهارضلعی که دو ضلعش برابر باشد، دوزنقه است.

۸۹- کدام یک از چهار ضلعی های زیر یک متوازی الاضلاع را مشخص نمی کند؟

- (۱) چهارضلعی که دو ضلع موازی و دو ضلع مساوی داشته باشد. ---
(۲) چهارضلعی که قطرهاش عمود منصف یکدیگر باشند.
(۳) چهارضلعی که دو ضلع مساوی و موازی داشته باشد.
(۴) چهارضلعی که زوایای روبه رویی مساوی باشند.

۹۰- در مثلث ABC اندازه اضلاع، $AB = 3$ و $BC = 6$ و $AC = 7$ است، کدام زاویه مثلث منفرجه است؟

- (۱) A
(۲) B
(۳) C
(۴) هیچکدام

۹۱- کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) مربع، لوزی است که اقطارش مساویند.
- (۲) هر چهارضلعی که اقطارش بر هم عمود باشند مربع است.
- (۳) هر متوازی‌الاضلاع که اقطارش بر هم عمود باشد مربع است.
- (۴) هر دوزنقه‌ای که یک زاویه قائم داشته باشد مربع است.

۹۲- با کدام یک از سه طول داده شده می‌توان یک مثلث ساخت؟

- (۱) $\sqrt{3}$ و $\sqrt{2}$ و ۴
- (۲) $\sqrt{3}$ و $\sqrt{2}$ و $\sqrt{10}$
- (۳) $\sqrt{3}$ و $\sqrt{2}$ و $\sqrt{5}$
- (۴) $2a$ و $a-1$ و $a+1$

۹۳- در متوازی‌الاضلاع کدام گزینه صحیح نیست؟

- (۱) خطی که وسط دو ضلع روبرو را به هم وصل می‌کند محور تقارن است.
- (۲) زوایای مجاور مکمل‌اند.
- (۳) مرکز تقارن نقطه تلاقی دو قطر است.
- (۴) فاصله دو ضلع روبرو ثابت است.

۹۴- با کدام سه طول داده شده می‌توان مثلث ساخت؟ (a و b مثبت)

- (۱) a و b و $a+b+1$
- (۲) $a+1$ و $b+1$ و $a+b$
- (۳) a^2 و $(a+1)^2$ و $2a^2+3a+1$
- (۴) $a-2$ و $2a$ و $3a$

۹۵- کدام دسته از اعداد زیر می‌تواند سه ضلع یک مثلث باشد؟

- (۱) ۳ و ۵ و ۷
- (۲) ۲ و ۳ و ۶
- (۳) ۱ و ۲ و ۳
- (۴) ۱ و ۳ و ۴

۹۶- اگر a و b و c طول اضلاع یک مثلث باشند کدام گزینه همواره درست نیست؟

- (۱) $2a$ و $2b$ و $2c$ طول سه ضلع مثلثی هستند
- (۲) a^2 و ab و ac طول سه ضلعی مثلثی هستند
- (۳) $\frac{a}{2}$ و $\frac{b}{2}$ و $\frac{c}{2}$ طول سه ضلعی مثلثی هستند
- (۴) $a+2$ و $b+4$ و $c+7$ طول سه ضلعی مثلثی هستند

۹۷- چند مثلث با معلومات $a=4$ و $\angle C=30^\circ$ و $m_a=3$ می‌توان رسم کرد؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) بیش‌تر از دو مثلث
- (۴) نمی‌توان رسم کرد

۹۸- کدام گزینه درست است؟

- (۱) چهارضلعی که دو قطر مساوی دارد مستطیل است
- (۲) چهارضلعی که دو قطر عمود بر هم دارد لوزی است
- (۳) چهارضلعی که مساحت آن نصف حاصلضرب دو قطر است لوزی است
- (۴) چهارضلعی که چهار زاویه قائم دارد مستطیل است

۹۹- در مثلث ABC زاویه بین نیم‌ساز زاویه A و نیم‌ساز زاویه B برابر 110° است. زاویه C کدام است؟

- (۱) ۷۰
- (۲) ۱۱۰
- (۳) ۴۰
- (۴) ۳۵

۱۰۰- با معلومات $h_a=1$ و $b=2$ و $c=3$ (دو ضلع و ارتفاع وارد بر ضلع سوم) چند مثلث متمایز می‌توان رسم کرد؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) بی‌شمار
- (۴) ۰

۱۰۱- با معلومات $A = 30^\circ$ ، $b = 7$ و $a = 4$ به کدام تعداد مثلث مشخص می‌شود؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۰

۱۰۲- اندازه زاویه‌های مثلثی 35° و 55° است، زاویه بین میانه و ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع آن چند درجه است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

۱۰۳- در مثلثی $A = \frac{\pi}{3}$ ، با فرض $b = a\sqrt{3}$ چند مثلث می‌توان رسم کرد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) نشدنی

۱۰۴- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($\hat{A} = 32^\circ$, $AC = AB$) قاعده BC را به اندازه‌ی ساق تا نقطه D امتداد

می‌دهیم. زاویه \hat{ADC} چند درجه است؟

- (۱) 36° (۲) 34° (۳) 37° (۴) 39°

۱۰۵- در مثلثی اندازه‌ی دو زاویه 40° و 80° است. با امتداد ضلع بزرگتر، مثلث متساوی‌الساقینی با ساق ضلع کوچکتر از مثلث مفروض می‌سازیم، کوچکترین زاویه‌ی ایجاد شده چند درجه است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۱۰۶- اندازه‌ی دو ضلع از مثلثی ۳ و ۷ واحد است. ضلع سوم چند واحد انتخاب شود تا مثلث قابل رسم گردد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۱۰۷- در رسم مثلث ABC با معلوم بودن دو ضلع $b = 7$ و $c = 5$ و میانه $m_a = 4$ با خط کش و پرگار، کدام نتیجه حاصل می‌شود؟

- (۱) بی‌شمار جواب (۲) جواب منحصر به فرد (۳) دو جواب متمایز (۴) سه جواب

۱۰۸- در مثلث ABC نیمساز داخلی زاویه A ضلع BC را در نقطه D قطع می‌کند، کدام نامساوی همواره درست است؟

- (۱) $AB > AD$ (۲) $BA > BD$ (۳) $DB > DA$ (۴) $DA > DB$

۱۰۹- در مثلث متساوی‌الساقین ($AB = AC$) اگر $A = 32^\circ$ قاعده BC را از طرف C به اندازه ساق تا نقطه D امتداد

می‌دهیم. اندازه زاویه \hat{ADC} چند درجه است؟

- (۱) 36° درجه (۲) 34° درجه (۳) 37° درجه (۴) 39° درجه

۱۱۰- در مثلث ABC داریم $\hat{B} - \hat{C} = 90^\circ$ ، نیمساز زاویه A با ضلع BC چه زاویه‌ای می‌سازد؟

- (۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° (۴) 75°

۱۱۱- اگر $1 + 2m$ و $m + 2$ و $3m$ طول سه ضلع مثلث باشند. حدود m کدام است؟

- (۱) $\frac{-1}{2} < m < \frac{1}{4}$ (۲) $\frac{-1}{4} < m < \frac{1}{2}$ (۳) $m > \frac{1}{4}$ (۴) $\frac{-1}{2} < m$

- ۱۱۲- عکس کدام یک از قضایای شرطی زیر، یک قضیه‌ی شرطی نیست؟
- (۱) اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه مقابل به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه مقابل به ضلع کوچکتر.
 - (۲) در مثلث هر ضلع از مجموع دو ضلع دیگر کوچکتر است.
 - (۳) در مثلث قائم‌الزاویه، مربع وتر برابر است با مجموع مربعات دو ضلع دیگر
 - (۴) اگر دو مثلث با هم برابر باشند، زوایای آنها نظیر به نظیر با هم برابر است.

- ۱۱۳- عکس کدام یک از گزاره‌های زیر ارزش درستی ندارد؟
- (۱) میانه‌ی وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه، نصف وتر است.
 - (۲) ضلع مقابل به زاویه‌ی 90° در یک مثلث، بزرگ‌ترین ضلع است.
 - (۳) ارتفاع و نیمساز نظیر یک رأس از مثلث متساوی‌الساقین بر هم منطبق هستند.
 - (۴) در چهارضلعی که متوازی‌الاضلاع باشد، قطرهای همدیگر را نصف می‌کنند.

- ۱۱۴- اگر $0 < a < b < c$ باشد، برای آنکه a, b, c اضلاع یک مثلث باشند، شرط لازم و کافی آنستکه:
- (۱) $a < b + c$
 - (۲) $b < a + c$
 - (۳) $c < a + b$
 - (۴) $a^2 + c^2 < b^2$

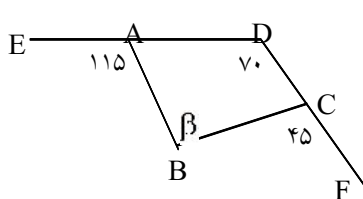
- ۱۱۵- با معلومات $AB = 8 \text{ cm}$ و $\widehat{B} = 45^\circ$ و $AC = 10 \text{ cm}$ چند مثلث، مشخص می‌شود؟
- (۱) ۱
 - (۲) ۲
 - (۳) بی‌شمار
 - (۴) هیچ

- ۱۱۶- اگر در مثلث \widehat{ABC} ضلع AB بزرگترین ضلع باشد، آنگاه کدام گزینه درست است؟
- (۱) $\widehat{A} > 60^\circ$
 - (۲) $\widehat{C} > 60^\circ$
 - (۳) $\widehat{A} < \widehat{C} < 60^\circ$
 - (۴) $\widehat{C} < 60^\circ$

- ۱۱۷- هر گاه در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، نیمساز زاویه‌ی B با ضلع BC برابر باشد، زاویه‌ی A کدام است؟
- (۱) 25°
 - (۲) 30°
 - (۳) 32°
 - (۴) 36°

- ۱۱۸- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$) اگر $\widehat{A} = \frac{\widehat{B}}{2}$ باشد، اندازه‌ی \widehat{C} کدام است؟
- (۱) 72°
 - (۲) 64°
 - (۳) 82°
 - (۴) 68°

- ۱۱۹- هرگاه در یک مثلثی محل برخورد نیمسازها و میانه‌ها بر هم منطبق باشد آن مثلث کدام شرط زیر را داراست؟
- (۱) قائم‌الزاویه
 - (۲) متساوی‌الساقین
 - (۳) متساوی‌الاضلاع
 - (۴) یکی از اضلاعش نصف ضلع دیگر مثلث



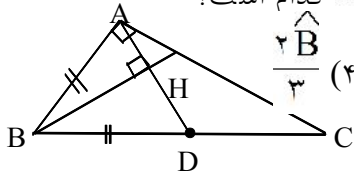
- ۱۲۰- در شکل روبه‌رو، اندازه‌ی $\widehat{\beta}$ چند درجه است؟
- (۱) 80°
 - (۲) 85°
 - (۳) 90°
 - (۴) 65°

- ۱۲۱- در \widehat{ABC} اگر $AB > AC$ و AD نیمساز زاویه‌ی \widehat{A} باشد، کدام رابطه الزاماً درست نیست؟
- (۱) $AB > BD$
 - (۲) $AB > AD$
 - (۳) $AC > DC$
 - (۴) $BD > DC$

۱۲۲- در مثلث ABC با داشتن اضلاع $AB = 4$ و $AC = 3$ و ارتفاع $AH = 2$ چند مثلث قابل ترسیم است؟
 (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۲۳- در مثلث ABC، $AB = AC$ و $\hat{A} = 34^\circ$ است. اگر ضلع BC را به اندازه‌ی AC امتداد دهیم تا به نقطه‌ی D برسیم آن‌گاه اندازه‌ی زاویه‌ی \widehat{ADC} کدام است؟
 (۱) 36° (۲) $36/5^\circ$ (۳) 37° (۴) $37/5^\circ$

۱۲۴- در شکل مقابل $\hat{A} = 90^\circ$ و $AB = BD$ اگر $BH \perp AD$ آن‌گاه اندازه‌ی زاویه‌ی \widehat{DAC} کدام است؟
 (۱) $\frac{\hat{B}}{3}$ (۲) $\frac{\hat{B}}{2}$ (۳) $\frac{\hat{B}}{4}$ (۴) $\frac{2\hat{B}}{3}$

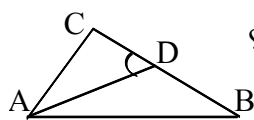


۱۲۵- در مثلث ABC اگر $a = 8$ و $b = 4$ و $c = 7$ آن‌گاه، کدام درست است؟
 (۱) $\hat{C} < \hat{B} < \hat{A}$ (۲) $\hat{A} < \hat{C} < \hat{B}$ (۳) $\hat{B} < \hat{C} < \hat{A}$ (۴) $\hat{A} < \hat{B} < \hat{C}$

۱۲۶- اگر اعداد $n - 1$ ، n ، $n^2 - 1$ طول سه ضلع مثلث باشند، حدود n کدام است؟
 (۱) $n > \sqrt{2}$ (۲) $0 < n < 2$ (۳) $1 < n < \sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{2} < n < 2$

۱۲۷- در مثلث ABC اگر اضلاع $AB = 5$ ، $AC = 4$ و ارتفاع $AH = 3$ آن‌گاه چند مثلث متمایز قابل ترسیم است؟
 (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۲۸- در مثلث ABC، $AC = CD$ ، $\hat{CAB} - \hat{ABC} = 30^\circ$ در این صورت \hat{BAD} کدام است؟
 (۱) 30° (۲) 15° (۳) 45° (۴) $22/5^\circ$

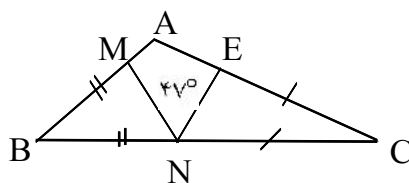


۱۲۹- عکس کدام یک از قضایای زیر درست نیست؟

- (۱) مثلثی که دو زاویه برابر دارد، دارای دو ضلع برابر است
- (۲) مساحت‌های هر دو مثلث هم‌نهشت با هم برابرند
- (۳) اگر سه ضلع مثلث برابر باشند، آن‌گاه هر زاویه آن 60° است
- (۴) در دو مثلث متشابه، ضلع‌های متناظر متناسب‌اند

۱۳۰- اگر M نقطه‌ای دلخواه درون چهارضلعی محدب ABCD باشد و $MA + MB + MC + MD = P$ باشد آن‌گاه کدام گزینه درست است؟

- (۱) $P > AC$ (۲) $P > AB$ (۳) $P > AC + DB$ (۴) $P \geq AC + DB$



۱۳۱- در شکل مقابل اندازه‌ی زاویه‌ی A کدام است؟
 (۱) 94° (۲) 16° (۳) 12° (۴) 71°

۱۳۲- بین اجزای مثلث ABC دو رابطه زیر برقرار است.

(الف) قضیه سینوسها: (R شعاع دایره محیطی مثلث است)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

(ب) قضیه کسینوسها:

به کمک دو رابطه فوق و با داشتن اضلاع و زوایای مثلث می توان مشخص کرد چند مثلث قابل ترسیم است.
سوال: قطر دایره محیطی مثلث ABC برابر ۱۰ و ضلع $c = 5\sqrt{3}$ است. زاویه C چند درجه است؟

(۱) ۹۰ (۲) ۶۰ (۳) ۴۵ (۴) ۳۰

$$\frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \frac{5\sqrt{3}}{\sin C} = 10 \Rightarrow \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \hat{C} = 60^\circ$$

پاسخ: با توجه به قضیه سینوسها داریم:

پس گزینه ی ۲ درست است.

سوال: در مثلث ABC اگر $\hat{A} = \frac{\pi}{3}$ و $b = a\sqrt{3}$ آنگاه با داده های فوق چند مثلث قابل ترسیم است؟

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بیشمار

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{a}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sin B} \Rightarrow \sin B = \frac{3}{2}$$

پاسخ: با توجه به قضیه سینوسها داریم:

می دانیم سینوس هر زاویه کمتر از یک است پس رابطه بالا ممکن نیست. بنابراین با این اطلاعات مثلثی قابل ترسیم نیست. پس گزینه ی ۱ درست است.

سوال: با معلومات $B = 30^\circ$ و $c = 4$ و $b = 3$ چند مثلث قابل ترسیم است؟

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{3}{\sin 30^\circ} = \frac{4}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{2}{3} \Rightarrow \hat{C} \cong 139^\circ \text{ یا } \hat{C} = 41^\circ$$

هر دو زاویه ۴۱ درجه و ۱۳۹ درجه برای زاویه C قابل قبول است. زیرا به همراه زاویه B که ۳۰ درجه است می توانند زوایای یک مثلث باشند. پس با این اطلاعات دو مثلث قابل ترسیم است.

سوال: در مثلث متساوی الساقین ABC اگر $\hat{A} = 120^\circ$ و $AB = AC = 2\sqrt{6}$ ، آنگاه طول نیمساز داخلی زاویه

B کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) $2\sqrt{6}$ (۴) $3\sqrt{2}$

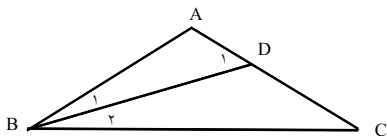
$$\hat{B} = \hat{C} = 30^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_2 = 15^\circ \Rightarrow \hat{D}_1 = 45^\circ$$

پاسخ: با توجه به فرض تست نتیجه می گیریم که

حالا با توجه به قضیه سینوسها در مثلث ABD داریم:

$$\frac{AB}{\sin D_1} = \frac{BD}{\sin A} \Rightarrow \frac{2\sqrt{6}}{\sin 45^\circ} = \frac{BD}{\sin 120^\circ} \Rightarrow BD = 6$$

بنابراین گزینه ی ۲ درست است.



۱۳۳- در مثلث متساوی الاضلاع ABC ضلع BC را از طرف C به اندازه خود تا D امتداد می دهیم در مثلث ABD نسبت

زاویه ها کدام است؟

- (۱) ۱، ۲، ۳ (۲) ۱، ۲، ۴ (۳) ۱، ۳، ۴ (۴) ۲، ۳، ۵

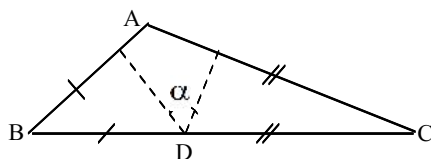
۱۳۴- در مثلث ABC بر روی ضلع BC پاره‌خطهای $BM = BA$ و $CN = CA$ را جدا می‌کنیم. اگر زاویه $\hat{A} = 72^\circ$ باشد، زاویه \widehat{MAN} چند درجه است؟

- ۵۴ (۱) ۵۲ (۲) ۴۸ (۳) ۴۲ (۴)

۱۳۵- در مثلثی که زاویه‌ها به نسبت ۲ و ۳ و ۷ هستند (زاویه بزرگ‌تر A) اگر D محل تلاقی سه نیم‌ساز باشد حاصل $\angle ADB + \angle ADC - \angle BDC$ کدام است؟

- ۱۰۵° (۱) ۷۵° (۲) ۶۰° (۳) ۹۰° (۴)

۱۳۶- در شکل مقابل $\hat{A} = 112^\circ$ و دو مثلث کناری متساوی‌الساقین‌اند. زاویه α چند درجه است؟



- ۳۲ (۱)
۳۴ (۲)
۳۶ (۳)
۳۸ (۴)

۱۳۷- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($A = 90^\circ$)، نقطه‌ی I محل تلاقی نیم‌سازها است. زاویه \widehat{BIC} چند درجه است؟

- ۱۰۵ (۱) ۱۳۵ (۲) ۱۵۰ (۳) ۱۲۰ (۴)

۱۳۸- سه پاره‌خط به طول‌های $x + 1$ ، $2x - 1$ ، $4x - 7$ اضلاع مثلثی هستند. مقادیر x به کدام صورت است؟

- $\frac{5}{3} < x < 8$ (۱) $\frac{5}{6} < x < 7$ (۲) $\frac{7}{9} < x < 7$ (۳) $\frac{9}{5} < x < 7$ (۴)

۱۳۹- در مثلثی طول اضلاع $BC = 9$ و $AC = 7$ طول میانه وارد بر ضلع سوم کدام می‌تواند باشد؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

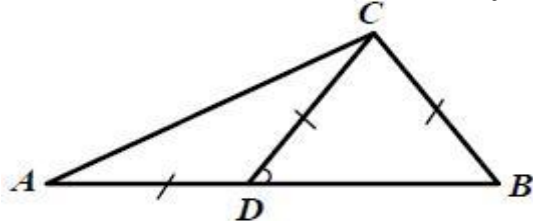
۱۴۰- دو زاویه α و 3α مجاورند و اندازه‌ی بین نیم‌سازهای آن دو برابر 32° است. اندازه‌ی α کدام است؟

- ۱۶ (۱) ۳۲ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴)

۱۴۱- زاویه‌ی بین نیم‌سازهای دو زاویه‌ی مجاور که یکی ۵ برابر دیگری است، 15° است. زاویه‌ی کوچک‌تر کدام است؟

- ۱۵ (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۳ (۴)

۱۴۲- در مثلث ABC ، $AD = DC = BC$ ، $AB = AC$ ، در این صورت CD ، است.



- (۱) نیم‌ساز زاویه‌ی C
(۲) میانه‌ی ضلع AB
(۳) عمودمنصف AB
(۴) نامشخص است.

۱۴۳- در مثلث ABC ، $(AB > AC)$ طول نیم‌ساز داخلی و خارجی راس A با هم برابرند. اگر $\hat{A} = 50^\circ$ آن‌گاه مقدار \hat{C} برابر است با

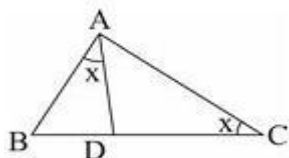
- ۲۰° (۱) ۱۱۰° (۲) ۲۵° (۳) ۶۰° (۴)

۱۴۴- در مثلثی $AB = 3$, $AC = 6$ و $\hat{A} = 100^\circ$ است. فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی ارتفاع‌های نظیر این دو ضلع از ارتفاع سوم مثلث کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۴۵- اگر اندازه‌ی محیط مثلثی ۱۱ باشد، اندازه‌ی کوچک‌ترین ضلع مثلث کدام مقدار نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{6}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{3}{4}$



۱۴۶- در مثلث ABC شکل روبه‌رو، کدام گزینه همواره صحیح است؟

- (۱) $AC = AD$ (۲) $AC > AD$ (۳) $BC > AC$ (۴) $AC = BC$

۱۴۷- در یک صفحه اگر دو نقطه‌ی A و B در یک طرف خط d باشند، چند نقطه وجود دارد که روی خط d بوده و از نقطه‌های A و B به یک فاصله باشند؟

- (۱) یک (۲) دو (۳) هیچ یا یک یا بی‌شمار (۴) یک یا هیچ

۱۴۸- نقطه‌ی O و خط d مفروض است. حداکثر چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطه‌ی O به فاصله‌ی ۲ سانتی متر بوده و از خط d به فاصله‌ی $\frac{2}{5}$ سانتی متر باشد؟

- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۱۴۹- اگر نقطه‌ی هم‌راسی نیمسازهای زوایای داخلی مثلث $\triangle ABC$ را I بنامیم و در این مثلث داشته باشیم $\hat{B} > \hat{A} > \hat{C}$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) $CI < AI < BI$ (۲) $BI < AI < CI$ (۳) $AI < CI < BI$ (۴) $BI < CI < AI$

۱۵۰- در مثلث ABC نیمساز داخلی زاویه A ضلع BC را در D قطع می‌کند کدام نامساوی همواره درست است؟

- (۱) $BA > BD$ (۲) $DA > DB$ (۳) $AB > AD$ (۴) $DB > DA$

۱۵۱- سه پاره‌خط به طولهای $5x$ و $x + 3$ و $3x - 4$ اضلاع مثلثی هستند. مقادیر x چگونه است؟

- (۱) هر مقدار x (۲) $0 < x < 1$ (۳) $\frac{1}{2} < x < 1$ (۴) نشدنی

۱۵۲- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) چهارضلعی‌ای که اقطار آن مساوی و منصف باشند، مستطیل است.
 (۲) اگر چهارضلعی‌ای چهار ضلع برابر داشته باشد، لوزی است.
 (۳) اگر دو ضلع چهارضلعی‌ای هم مساوی و هم موازی باشند، چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.
 (۴) اگر دو ضلع چهارضلعی با هم و دو قطر آن نیز با هم برابر باشند، چهارضلعی مستطیل است.

۱۵۳- در مثلث ABC ، میانه AM و نیمساز AD را رسم می‌کنیم. کدام یک از گزینه‌های زیر، همواره درست است؟

- (۱) دو نقطه B و C از AD یا امتداد آن به یک فاصله‌اند.
 (۲) دو نقطه B و C از AM یا امتداد آن به یک فاصله‌اند.
 (۳) هر نقطه روی AD یا امتداد آن، از دو نقطه B و C به یک فاصله‌اند.
 (۴) هر نقطه روی AM یا امتداد آن، از دو نقطه B و C به یک فاصله است.

۱۵۴- در صفحه π هر مثلث چند نقطه‌ی متمایز وجود دارد که از سه ضلع آن مثلث (و یا امتداد آن‌ها) به یک فاصله باشند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) بیش از ۴

۱۵۵- مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$) به مساحت ۲ مفروض است. از نقطه‌ی روی قاعده‌ی BC خطوطی موازی ساق‌ها رسم می‌کنیم تا متوازی‌الاضلاعی به محیط ۸ به دست آید. مجموع فواصل این نقطه از دو ساق کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۵۶- به ازای چند مقدار x ، مثلثی با اضلاع $4x - 1$ ، $2x + 1$ و $x + 5$ ، متساوی‌الساقین است؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۵۷- چند مثلث ABC وجود دارد که در آن $BC = 6$ ، $CA = 5$ و $\hat{B} = 60^\circ$ باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) هیچ

۱۵۸- اگر سه خط متمایز در یک صفحه باشند به طوری که $d_1 \parallel d_2$ و $d_1 \parallel d_3$ در اثبات $d_2 \parallel d_3$ کدام روش استدلالی به کار می‌رود؟

- (۱) استقرایی (۲) قیاسی (۳) استنتاجی (۴) برهان خلف

۱۵۹- در مثلث ABC نقطه‌ی M بر روی ضلع BC این ضلع را به نسبت دو ضلع دیگر تقسیم کرده است کدام نامساوی همواره درست است؟

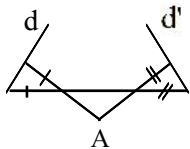
- (۱) $BA > BM$ (۲) $AB > AM$ (۳) $MA > MB$ (۴) $MB > MA$

۱۶۰- در مثلث ABC بین اندازه‌ی زاویه‌های A, B, C رابطه‌ی $\hat{A} > \hat{B} > \hat{C}$ برقرار است. اگر M وسط AB و N وسط AC باشد. در چهارضلعی $MNCB$ کدام ضلع از سه ضلع دیگر کوچک‌تر است؟

- (۱) BM (۲) MN (۳) NC (۴) BC

۱۶۱- مثلث ABC مفروض است وسط‌های اضلاع آن را M, N, P می‌نامیم. کدام گزینه درست است؟

- (۱) نقطه‌ی هم‌مرسی ارتفاع‌های MNP از سه ضلع آن به یک فاصله است.
 (۲) نقطه‌ی هم‌مرسی ارتفاع‌های MNP از سه رأس آن به یک فاصله است.
 (۳) نقطه‌ی هم‌مرسی ارتفاع‌های MNP از سه ضلع مثلث ABC به یک فاصله است.
 (۴) نقطه‌ی هم‌مرسی ارتفاع‌های MNP از سه رأس مثلث ABC به یک فاصله است.



۱۶۲- در شکل زیر دو مثلث کناری متساوی الساقین هستند. اگر $\hat{A} = 100^\circ$ ، دو خط d و d' با کدام زاویه ی حاده متقاطع اند؟

- (۱) ۵۰
(۲) ۴۵
(۳) ۴۰
(۴) ۳۰

۱۶۳- عکس کدام قضیه درست است؟

- (۱) اگر دو زاویه از یک مثلث و دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند، زاویه ی سوم نیز برابر است.
(۲) اگر دو زاویه قائمه باشند، مکمل اند.
(۳) اگر دو زاویه برابر باشند، مکمل هایشان نیز برابر است.
(۴) اگر سه ضلع مثلث با هم برابر باشد، یک زاویه 60° خواهد بود.

۱۶۴- محدوده ی x کدام است اگر سه عدد $4(x-1)$ و $2x$ و $x+5$ اضلاع مثلث باشند؟

- (۱) $x > \frac{9}{5}$
(۲) $\frac{9}{5} < x < 9$
(۳) $0 < x < 9$
(۴) $-\frac{1}{3} < x < 9$

۱۶۵- اگر بخواهیم قضیه ی «در مثلث ABC ، $AB > AC$ است اگر $C > B$ » را با استفاده از برهان خلف ثابت کنیم، فرض خلف کدام است؟

- (۱) $C < B$
(۲) $C = B$ یا $C < B$
(۳) $AB < AC$
(۴) $AB = AC$ یا $AB < AC$

۱۶۶- در هندسه چه زمانی از مثال نقض استفاده می کنیم؟

- (۱) زمانی که بخواهیم درستی یک قضیه را اثبات کنیم.
(۲) زمانی که بخواهیم یک نتیجه گیری را اثبات کنیم.
(۳) زمانی که بخواهیم یک حدس کلی را رد کنیم.
(۴) زمانی که بخواهیم یک حالت خاص را در نتیجه گیری در نظر بگیریم.

۱۶۷- کدام یک از قضایای زیر به صورت دو شرطی بیان نمی شود؟

- (۱) مثلثی که دو زاویه ی برابر دارد، دارای دو ضلع برابر است.
(۲) اگر سه ضلع مثلث برابر باشند، آنگاه هر زاویه ی آن 60° است.
(۳) مساحت های هر دو مثلث هم نهشت با هم برابرند.
(۴) در هر مثلث قائم الزاویه، یکی از میانه ها نصف وتر است.

۱۶۸- سه پاره خط به طول های $4x+2$ و $2x-1$ اضلاع مثلثی هستند. حدود x کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4} > x > \frac{3}{5}$
(۲) $1 > x > \frac{3}{5}$
(۳) $1 > x > \frac{1}{4}$
(۴) $2 > x > \frac{6}{5}$

۱۶۹- برای اثبات قضیه‌ی زیر با برهان خلف، تناقض ایجاد شده با کدام یک از گزینه‌ها در تضاد است؟

«اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند»

(۱) مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است.

(۲) دو خط عمود بر یک خط موازی‌اند.

(۳) از هر نقطه تنها یک خط موازی خط مفروض عبور می‌کند.

(۴) اگر خطی بر یکی از خطوط موازی عمود باشد، بر دیگری نیز عمود است.

۱۷۰- نقطه‌ی O و خط d مفروض‌اند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطه‌ی O به فاصله‌ی ۲ و از خط d به فاصله‌ی $\frac{2}{5}$ باشد؟

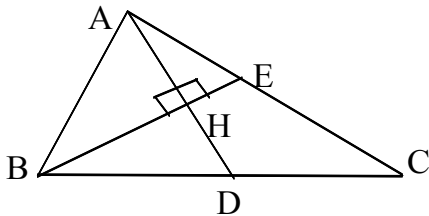
(۴) حداکثر ۲

(۳) ۲

(۲) حداکثر ۴

(۱) ۴

۱۷۱- در مثلث ABC شکل مقابل $AB = 8$, $AC = 12$ و AD نیمساز A است. BE را بر AD عمود کرده‌ایم. طول EC برابر است با:



(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) ۲

(۳) ۶

۱۷۲- کدام قضیه دو شرطی نیست؟

(۱) متوازی‌الاضلاعی که دو ضلع مجاورش برابرند، لوزی است.

(۲) مربع، مستطیلی است که طول اقطارش برابرند.

(۳) هر دوزنقه اگر متساوی‌الساقین باشد دو قطر آن برابرند.

(۴) مثلثی که نیمساز یک زاویه‌ی آن میانه‌ی ضلع مقابل به آن زاویه است، متساوی‌الساقین است.

۱۷۳- چند نقطه در صفحه‌ی مثلث وجود دارد که از سه رأس آن به یک فاصله باشد؟

(۴) ۴

(۳) هیچ

(۲) بیشمار

(۱) ۱

۱۷۴- اگر در مثلث ABC ارتفاع AH و میانه AM زاویه A را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده باشد آنگاه MH برابر کدام است؟

(۴) $\frac{1}{5} BC$

(۳) $\frac{2}{5} BC$

(۲) $\frac{1}{8} BC$

(۱) $\frac{1}{4} BC$

۱۷۵- اگر در مثلث $\triangle ABC$ زاویه‌ی A کوچک‌ترین زاویه باشد آن‌گاه کدام گزینه درست است؟

(۴) $\hat{A} < 45$

(۳) $\hat{A} < 90$

(۲) $60 < \hat{A} < 90$

(۱) $\hat{A} < 60$

۱۷۶- اگر در مثلث $\triangle ABC$ داشته باشیم $\hat{A} = 65$ و $\hat{B} = 45$ و $\hat{C} = 70$ و $AB = x$ و $AC = y$ و $BC = z$ آن‌گاه

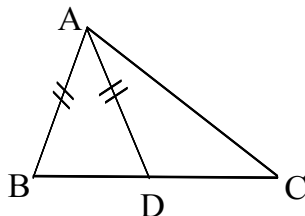
(۴) $y < z < x$

(۳) $y < x < z$

(۲) $z < y < x$

کدام گزینه درست است؟

(۱) $x < y < z$



- (۲) $AC < BC$
- (۴) $AC > BC$

۱۷۷- با توجه به شکل مقابل کدام رابطه همواره درست است؟

- (۱) $AC > AD$
- (۳) $AC < AD$

۱۷۸- چند مثلث با اطلاعات $h_a = 2$ و $b = 3$ و $c = 1$ می توان رسم کرد؟

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) بی شمار

۱۷۹- چند مثلث وجود دارد که طول دو ضلع آن ۳ و ۵ باشد و یکی از ارتفاعها برابر ۴ باشد؟

- (۱) ۲
- (۲) صفر
- (۳) ۱
- (۴) ۶

۱۸۰- کدام گزینه ی زیر، مثال نقض دارد؟

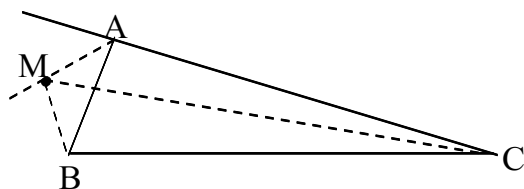
- (۱) توان دوم هر عدد بزرگتر از توان سوم آن است.
- (۲) هر مثلث متساوی الاضلاع متساوی الساقین است.
- (۳) هر عدد اول و بزرگتر از ۲، فرد است.
- (۴) هر مربع یک لوزی است.

۱۸۱- در مثلث ABC داریم: $\hat{A} = 80^\circ$, $AB = AC$. عمود منصف های دو ساق مثلث قاعده ی BC را در M و N قطع می کنند. کوچک ترین زاویه ی مثلث AMN چند درجه است؟

- (۱) ۱۵
- (۲) ۲۰
- (۳) ۳۰
- (۴) ۴۵

۱۸۲- در مثلث ABC بین اندازه ی زاویه های A ، B و C ، رابطه ی $\hat{A} > \hat{B} > \hat{C}$ برقرار است. اگر M وسط AB و N وسط AC باشد. در چهار ضلعی $MNCB$ کدام ضلع از سه ضلع دیگر کوچک تر است؟

- (۱) BM
- (۲) MN
- (۳) NC
- (۴) BC



۱۸۳- در شکل روبه رو، نقطه ی M روی نیمساز خارجی زاویه ی A است.

نسبت $\frac{MB + MC}{AB + AC}$ ، چگونه است؟

- (۱) بزرگتر از ۱
- (۲) کمتر از ۱
- (۳) برابر با ۱
- (۴) غیر مشخص

۱۸۴- اندازه دو ضلع مثلثی $\sqrt{3} - 3$ و $2\sqrt{3}$ می باشد. ضلع سوم کدام عدد می تواند باشد؟

- (۱) $2\sqrt{2} - 1$
- (۲) $3 - \sqrt{2}$
- (۳) $3 + \sqrt{2}$
- (۴) $3 + \sqrt{3}$

۱۸۵- کدام یک از قضیه های زیر، دو شرطی نیست؟

- (۱) در هر مثلث متساوی الساقین دو زاویه برابرند.
- (۲) در هر مثلث قائم الزاویه، وتر بزرگترین ضلع است.
- (۳) در هر متوازی الاضلاع دو ضلع روبه رو موازی و مساوی اند.
- (۴) در هر مثلث متساوی الساقین نیمساز داخلی عمود بر قاعده است.

۱۸۶- برای رسم عمود بر یک خط از نقطه‌ای بر روی آن چند بار کمانی از دایره رسم می‌شود؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۸۷- فقط با استفاده از پرگار با رسم چند قوس می‌توان نقطه‌ای از نیم‌ساز زاویه‌ی مفروض را تعیین کرد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۸۸- از سه رأس مثلث ABC خطوطی به موازات اضلاع روبرو رسم کرده‌ایم تا از تقاطع آنها مثلث A'B'C' حاصل شود، در این صورت مثلث ABC مثلث A'B'C' است.

- (۱) عمودمنصف‌های - ارتفاع‌های
 (۲) ارتفاع‌های - میانه‌های
 (۳) عمودمنصف‌های - میانه‌های
 (۴) ارتفاع‌های - عمودمنصف‌های

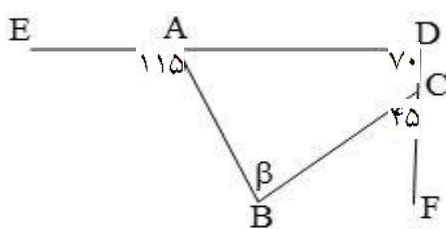
۱۸۹- مثلث ABC با داده‌های دو ضلع $b = m^2 + n^2$ ، $c = 2mn$ و ارتفاع وارد بر ضلع سوم $h_a = mn$ قابل رسم است.

اگر m و n اعدادی طبیعی باشند، چند مثلث متمایز با این شرایط وجود دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) گزینه‌ی ۱ یا ۲

۱۹۰- به ازای چند مقدار X، مثلثی با اضلاع $4X-1$ ، $2X+1$ و $X+5$ ، متساوی‌الساقین است؟

- هیچ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)



۱۹۱- در شکل روبرو، اندازه‌ی $\hat{\beta}$ برابر است با:

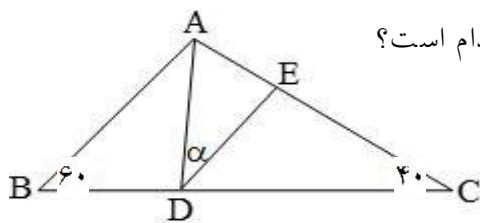
- (۱) ۸۰
 (۲) ۸۵
 (۳) ۹۰
 (۴) ۶۵

۱۹۲- در چهارضلعی محدب ABCD زاویه بین نیمسازهای دو زاویه مجاور A و B کدام است؟

- (۱) $\frac{\hat{A} + \hat{D}}{2}$ (۲) $\frac{|\hat{D} - \hat{B}|}{2}$ (۳) $\frac{|\hat{C} - \hat{D}|}{2}$ (۴) $\frac{\hat{C} + \hat{D}}{2}$

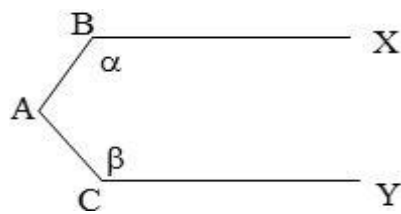
۱۹۳- در مثلث ABC، $AB = AC$ و $\hat{A} = 34^\circ$ است. اگر ضلع BC را به اندازه‌ی AC امتداد دهیم تا به نقطه‌ی D برسیم، زاویه‌ی \hat{ADC} کدام است؟

- (۱) 36° (۲) $36/5^\circ$ (۳) 37° (۴) $37/5^\circ$



۱۹۴- در شکل مقابل $AC = DC$ و $DE \parallel AB$ می‌باشد اندازه‌ی زاویه α کدام است؟

- (۱) 15°
 (۲) 5°
 (۳) 10°
 (۴) 20°



۱۹۵- در شکل مقابل $BX \parallel CY$ است زاویه A بر حسب α و β چیست؟

(۱) $\alpha + \beta$

(۲) $\frac{\alpha + \beta}{2}$

(۳) $360 - (\alpha - \beta)$

(۴) $180 - \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$

۱۹۶- اگر دو زاویه مجاور برابر $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ قائمه باشند زاویه بین نیمسازهای این دو زاویه چقدر است؟

(۴) $\frac{3}{4}$ قائمه

(۳) $\frac{5}{12}$ قائمه

(۲) $\frac{1}{12}$ قائمه

(۱) $\frac{5}{6}$ قائمه

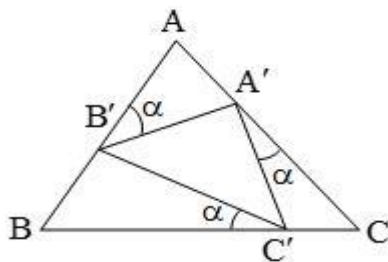
۱۹۷- از نقطه I محل تلاقی نیمسازهای دو زاویه B و C از مثلث ABC خطی به موازات BC رسم می کنیم تا AB را در M و AC را در N قطع کند، در این صورت $BM + CN$ برابر است با:

(۴) $\frac{MN}{2}$

(۳) MN

(۲) $\frac{BC}{2}$

(۱) BC



۱۹۸- در شکل مقابل $AB = AC = BC$ ، در این صورت مثلث $A'B'C'$ کدام است؟

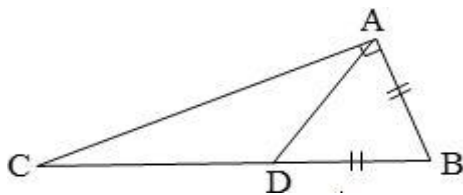
(۱) متساوی الاضلاع

(۲) متساوی الساقین

(۳) قائم الزاویه

(۴) غیر مشخص

۱۹۹- در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ ، نقطه‌ی D بر BC چنان قرار دارد که $AB = BD$ ، اندازه‌ی زاویه‌ی DAC کدام است؟



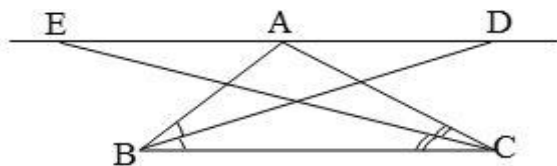
(۲) $\frac{B}{3}$

است؟

(۱) $\frac{B}{4}$

(۴) $\frac{B}{4}$

(۳) $\frac{2B}{3}$



۲۰۰- در شکل روبه‌رو $ED \parallel BC$ و در ضمن BD و CE به ترتیب

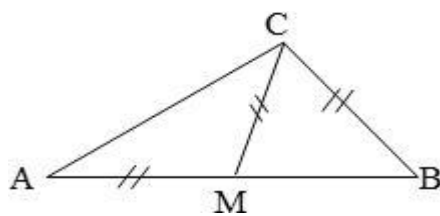
نیمسازهای زوایای \hat{B} و \hat{C} هستند. اندازه ED کدام است؟

(۲) AC

(۱) $2AB$

(۴) $AB + BC$

(۳) $AB + AC$



۲۰۱- در شکل مقابل $AB = AC$ و $AM = CM = CB$ اندازه‌ی \hat{A} چقدر است؟

(۱) 36°

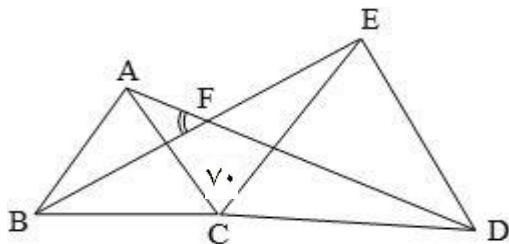
(۲) $27/5^\circ$

(۳) 30°

(۴) 40°

۲۰۲- در مثلث $\triangle ABC$ زاویه بین نیمساز داخلی زاویه A و نیمساز خارجی زاویه C برابر 25° است. زاویه B چند درجه است؟

(۱) 40° (۲) 50° (۳) 60° (۴) 70°

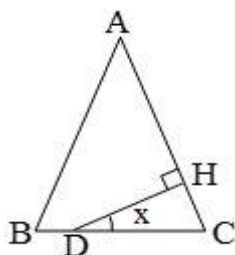


۲۰۳- در شکل رویه‌رو مثلث‌های $\triangle ABC$ و $\triangle ECD$ متساوی‌الاضلاع هستند.

زاویه $\angle AFB$ چند درجه است؟

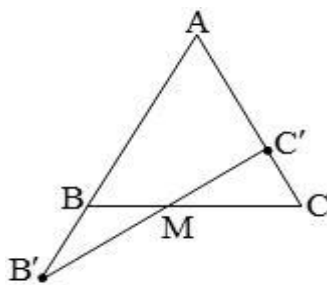
(۱) 50° (۲) 60° (۳) 40° (۴) 45°

۲۰۴- در مثلث متساوی‌الساقین $\triangle ABC$ ($AB = AC$) از نقطه‌ی دلخواه D واقع بر قاعده‌ی BC بر ساق AC عمود می‌کنیم. اندازه‌ی زاویه x کدام است؟



(۱) A (۲) $90 - A$ (۳) $90 + \frac{A}{2}$ (۴) $\frac{A}{2}$

۲۰۵- در مثلث متساوی‌الساقین $\triangle ABC$ ($AB = AC$) اگر $BB' = CC'$ آنگاه نسبت $\frac{MC'}{B'C'}$ کدام است؟



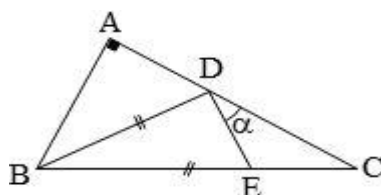
(۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۰۶- در مثلث قائم‌الزاویه‌ی $\triangle ABC$ ($A = 90^\circ$)، نیمساز AD را رسم کرده، از نقطه‌ی D خطی موازی ضلع AC رسم می‌کنیم تا ضلع AB را در E قطع کند، در این صورت مثلث $\triangle ADE$

(۱) قائم‌الزاویه است (۲) متساوی‌الساقین است (۳) متساوی‌الاضلاع است (۴) قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است

۲۰۷- در چهارضلعی $MNCB$ نقطه‌ی A روی ضلع MN طوری قرار دارد که $AN = AC$ و $AM = AB$ است. اگر $\widehat{BAC} = 70^\circ$ باشد، آنگاه مجموع زوایای M و N در این چهارضلعی کدام است؟

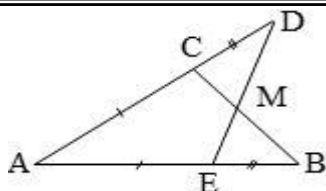
(۱) 125 (۲) 130 (۳) 120 (۴) 115



۲۰۸- در مثلث قائم‌الزاویه‌ی مقابل $BD = BE$ و $BD = BE$ می‌باشد.

اگر $\widehat{EDC} = \alpha$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

(۱) $2\alpha = \widehat{B}$ (۲) $4\alpha = \widehat{B}$ (۳) $2\alpha = \widehat{C}$ (۴) $4\alpha = \widehat{C}$



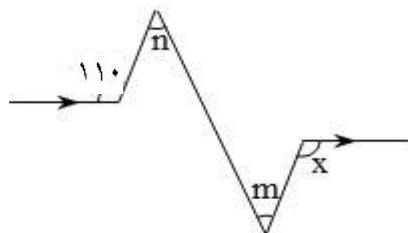
۲۰۹- در شکل مقابل کدام گزینه درست است؟

(۱) $BC = DE$

(۲) $\widehat{BME} = \widehat{DMC}$

(۳) AM نیمساز زاویه \widehat{CAE} است.

(۴) تمام موارد



۲۱۰- در شکل مقابل اگر $m - n = 30$ باشد، آنگاه اندازه زاویه x کدام است؟

(۱) ۱۳۰

(۲) ۸۰

(۳) ۱۲۰

(۴) ۱۴۰

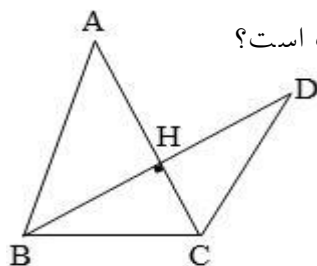
۲۱۱- در مثلث ABC اگر $AB = \frac{1}{4} AC$ باشد، زاویه بین نیمساز \widehat{A} و میانه‌ی نظیر ضلع AC کدام است؟

(۴) ۶۰

(۳) ۹۰

(۲) ۳۰

(۱) ۴۵



۲۱۲- در شکل مقابل، $BD \perp AC$ ، $BC = CD$ و $AB = AC$ می‌باشد. کدام گزینه درست است؟

(۱) $\widehat{D} = 90 + \frac{\widehat{A}}{2}$

(۲) $\widehat{D} = 90 - \frac{\widehat{A}}{2}$

(۴) $\widehat{D} = \widehat{A}$

(۳) $\widehat{D} = \frac{\widehat{A}}{2}$

۲۱۳- در مثلث ABC اگر $\widehat{A} - \widehat{B} = 40$ و نقطه‌ی D روی ضلع BC طوری قرار داشته باشد که $AC = CD$ ، آنگاه

اندازه‌ی زاویه \widehat{DAB} کدام است؟

(۴) ۲۰

(۳) ۱۵

(۲) ۱۲

(۱) ۳۰

۲۱۴- زوایای مثلثی متناسب با اعداد ۱، ۱ و ۳ هستند. ضلع بزرگ‌تر را از هر دو طرف به اندازه‌ی ضلع دیگر امتداد می‌دهیم. دو نقطه‌ی حاصل را به رأس سوم وصل می‌کنیم. بزرگ‌ترین زاویه‌ی مثلث حاصل چند برابر کوچک‌ترین زاویه‌ی آن

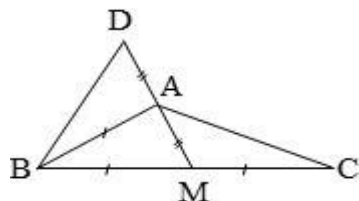
است؟

(۴) ۹

(۳) ۸

(۲) ۷

(۱) ۶



۲۱۵- در شکل مقابل، $\widehat{D} + \widehat{C} = 61$ ، اندازه‌ی زاویه‌ی \widehat{ABC} چند درجه است؟

(۲) ۵۶

(۱) ۳۹

(۴) ۶۱

(۳) ۵۸

۲۱۶- در مثلث قائم‌الزاویه، زاویه‌ی بین دو نیمساز زوایای حاده‌ی مثلث کدام است؟

(۴) 110°

(۳) 135°

(۲) 120°

(۱) 90°

۲۱۷- برای کدامیک از گزاره‌های زیر می‌توان از مثال نقض استفاده کرد؟

- (۱) فاصله‌ی نقطه‌ی هم‌رسی ارتفاعات یک مثلث از یک ضلع، می‌تواند صفر باشد.
- (۲) فاصله‌ی نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌های یک مثلث از یک ضلع، کوچک‌تر از هر یک از دو ضلع دیگر است.
- (۳) فاصله‌ی نقطه‌ی هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع یک مثلث از یک رأس نمی‌تواند از محیط مثلث بیش‌تر شود.
- (۴) فاصله‌ی نقطه‌ی هم‌رسی نیمسازهای داخلی یک مثلث از یک رأس، کم‌تر از فاصله‌ی آن رأس از ضلع مقابل است.