



۱- به کمک خط کش و پرگار، مثلثی را با معلوم بودن طول سه ضلع آن رسم کنید. (۵/۱نمره)

۲- روش رسم خطی موازی با یک خط از نقطه‌ای غیر واقع بر آن را توضیح دهید. (۵/۱نمره)

۳- به کمک خط کش و پرگار یک لوزی به طول ضلع ۵ و قطر ۶ را رسم کنید. (۵/۱نمره)

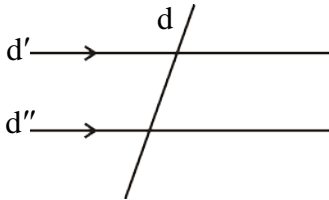
۴- دو ضلع یک زاویه را در نظر بگیرید.

الف) نقطه‌ای بیابید که فاصله‌ی آن از هر ضلع زاویه‌ی مورد نظر ۲ واحد باشد. (۱نمره)

ب) با استفاده از نقطه‌ای که در قسمت الف) یافته‌اید نیمساز زاویه را رسم کنید. (۱نمره)

۵- مثلث دلخواه ABC مفروض است. به کمک خط کش و پرگار تمام نقاطی از صفحه‌ی مثلث را بیابید که از خطوط گذرا از اضلاع AB و AC و همچنین از دو نقطه‌ی B و C به یک فاصله باشند. روی تعداد جواب‌های مسئله بحث کنید. (۵/۲نمره)

۶- سه خط d, d', d'' مطابق شکل داده شده‌اند. به کمک خط کش و پرگار تمام نقاطی از صفحه را طوری بیابید که از این سه خط به یک فاصله باشند. (۵/۲نمره)



۷- مفاهیم زیر را تعریف کنید. (۵/۱نمره)

الف) استدلال استنتاجی

ب) گزاره

ج) مثال نقض

۸- به کمک برهان خلف ثابت کنید از یک نقطه غیر واقع بر یک خط نمی‌توان بیش از یک عمود بر آن خط رسم کرد. (۱نمره)

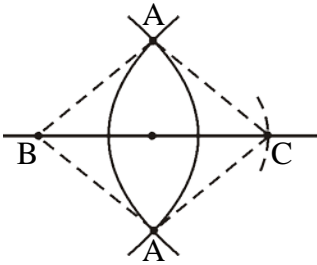
۹- ثابت کنید در هر مثلث ارتفاع‌ها هم‌رسند. (۲نمره)

۱۰- ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویه‌ی روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر. (۲نمره)

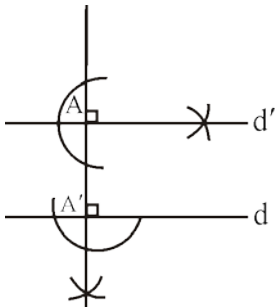
۱۱- مثلث دلخواه ABC مفروض است. فرض کنید D پای نیمساز داخلی وارد از رأس A بر ضلع BC باشد ثابت کنید :

الف) $AB > BD$ (۱نمره)

ب) $AB + AC > BC$ (۱نمره)

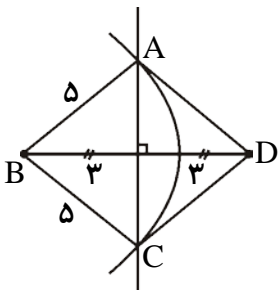


۱- فرض کنید سه پاره خط به طول‌های a, b, c داشته باشیم. ابتدا دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی a باز کرده و روی خط دلخواه d کمانی به مرکز B و شعاع a رسم می‌کنیم تا خط d را در نقطه‌ای مانند C قطع کند. حال دایره‌ای به مرکز B و شعاع c رسم می‌کنیم در نهایت دایره‌ای به مرکز C و شعاع b رسم می‌کنیم تا دایره‌ی قبلی را در نقطه‌ای مانند A قطع کند مثلث ABC همان مثلث مطلوب است. بسته به اندازه‌های a, b, c ممکن است مثلثی قابل رسم نباشد. اما مسئله حداکثر یک جواب دارد.

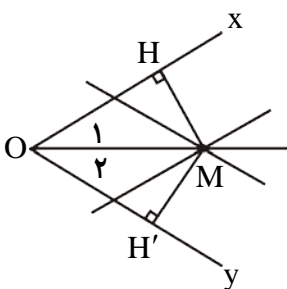


۲- مسأله راحل شده فرض می‌کنیم. می‌دانیم که دو خط عمود بر یک خط با هم موازیند. ابتدا از نقطه‌ی A بر خط d عمودی رسم می‌کنیم تا آن را در نقطه‌ی A' قطع کند. سپس از نقطه‌ی A خطی عمود بر AA' رسم می‌کنیم و آن را d' می‌نامیم. از آنجا که دو خط عمود بر یک خط با هم موازیند بنابراین دو خط d و d' موازیند و همان خط مطلوب است.

۳- ابتدا پاره‌خطی به طول ۶ واحد را رسم می‌کنیم (BD) . سپس به کمک خط‌کش و پرگار عمود منصف این پاره خط (BD) را رسم می‌کنیم. حال دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی ۵ واحد باز کرده و به مرکز B دایره‌ای رسم می‌کنیم تا عمود منصف را در نقطه‌ی A و C قطع کند. چهارضلعی $ABCD$ همان لوزی مطلوبست زیرا :



$BA = BC \rightarrow$ عمود منصف AC است BD } یک لوزی است با $ABCD$
 اضلاعی به طول ۵ و قطر ۶ AC } عمود منصف BD است



۴- الف) می‌دانیم تمامی نقاطی که از یک خط به فاصله‌ی ۲ واحد باشند روی دو خط به موازات آن خط و به فاصله‌ی ۲ واحد از آن خط هستند. بنابراین برای آن که نقطه‌ای را بیابیم که از هر ضلع زاویه xoy ۲ واحد باشند فقط کافی است دو خط به موازات اضلاع زاویه و به فاصله‌ی ۲ واحد از اضلاع زاویه رسم می‌کنیم. محل برخورد این دو خط جواب مسئله است.

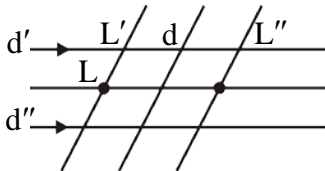
ب) برای رسم نیمساز زاویه xoy فقط کافی است از نقطه‌ی O به نقطه بدست آمده در قسمت الف وصل کنیم.

$$MH = MH' \rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

۵- می‌دانیم تمام نقاطی از صفحه که از رؤس B و C به یک فاصله باشند روی عمود منصف پاره‌خط BC قرار دارند. همچنین تمام نقاطی از صفحه که از اضلاع AB و AC به یک فاصله هستند نیمساز داخلی و خارجی رأس A را تشکیل می‌دهند



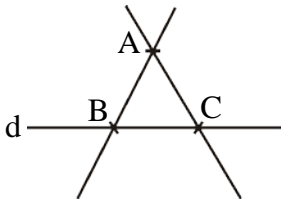
اشتراک این دو خط و عمود منصف پاره خط BC جواب مسئله است بسته به نوع مثلث ممکن است جواب مسئله ۲ نقطه و یا یک خط باشد.



۶- می‌دانیم تمام نقاطی از صفحه که از دو خط موازی d' و d'' به یک فاصله هستند یک خط موازی دو خط و در فاصله‌ی مساوی از دو خط است. (خط L) اگر فاصله‌ی دو خط d' و d'' برابر با a باشد می‌توان گفت فاصله‌ی L خط از دو خط d و d' برابر $\frac{a}{۲}$ است. همچنین تمام نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله‌ی $\frac{a}{۲}$ هستند دو خط موازی خط d و به فاصله‌ی $\frac{a}{۲}$ از خط d است (L', L'') اشتراک دو خط L' و L'' و خط L جواب مسأله است. با توجه به شرایط مسئله، مسئله دو جواب دارد.

۷- الف) استدلال استنتاجی : استدلال استنتاجی روش نتیجه‌گیری منطقی بر پایه‌ی حقایقی است که درستی آنها را پذیرفته‌ایم.
ب) گزاره : گزاره یک جمله‌ی خبری است که دقیقاً درست یا نادرست باشد اگر چه درستی یا نادرستی آن بر ما معلوم نباشد.
پ) مثال نقض : به مثالی که نشان می‌دهد یک حکم کلی نادرست است، مثال نقض گفته می‌شود.

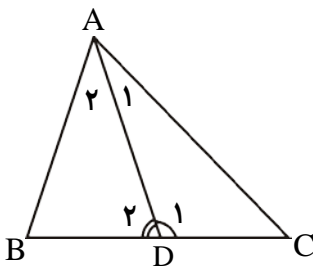
۸- فرض کنید A نقطه‌ای خارج خط d باشد. می‌خواهیم ثابت کنیم از نقطه‌ی A نمی‌توان بیش از یک عمود بر خط d رسم کرد. برای حل سؤال از برهان خلف استفاده می‌کنیم. ابتدا خلاف حکم را فرض می‌کنیم یعنی فرض می‌کنیم از نقطه‌ی A دو عمود بر خط d رسم کرده‌ایم که مانند شکل زیر خط d را در نقاط B و C قطع کرده‌اند. در این صورت مجموع زوایای داخلی مثلث ABC بزرگ‌تر از ۱۸۰° خواهد شد و این غیر ممکن است. پس امکان رسم دو عمود از یک نقطه غیر واقع بر یک خط وجود ندارد یعنی حکم نمی‌تواند غلط باشد.



۹- قضیه‌ی صفحه‌ی ۱۹ کتاب درسی

۱۰- قضیه‌ی صفحه‌ی ۲۱ کتاب درسی

(۱۱- الف)



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{D}_2 = \widehat{A}_1 + \widehat{C} \\ \text{زاویه‌ی خارجی} \\ \widehat{AD} \rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \\ \text{نیمساز داخلی} \end{array} \right\} \widehat{D}_2 > \widehat{A}_2 \rightarrow AB > BD$$

(ب)

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{D}_1 = \widehat{A}_2 + \widehat{B} \\ \text{زاویه‌ی خارجی} \\ \widehat{AD} \rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \\ \text{نیمساز داخلی} \end{array} \right\} \widehat{D}_1 > \widehat{A}_1 \rightarrow AC > CD$$

$$\left. \begin{array}{l} AC > CD \\ AB > BD \end{array} \right\} AB + AC > \cancel{BD + DC} \\ \text{(طبق قسمت الف)}$$