

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۹۶/۱۰/۰۹

نام مدرسه:

نام درس: هندسه ۱- پایه دهم ریاضی - ۱۲۰ دقیقه

توجه! لطفا سوالات را در کادر مشخص شده با خط خوش پاسخ دهید. (پاسخ های خارج از کادر تصحیح نخواهد شد)

( ۱ نمره )

سوال ۱

گزاره های زیر درست هستند یا غلط؟ چرا؟ نقیض آن ها را بنویسید.

الف) مستطیلی وجود دارد که مربع نیست.

ب) در مثلث، هر ارتفاع از سه ضلع مثلث کوچکتر است.

( ۱ نمره )

سوال ۲

گزاره های زیر درست هستند یا غلط؟ عکس آن ها را بنویسید و درباره درستی و نادرستی آن اظهار نظر کنید.

الف) اگر مثلثی متساوی الساقین باشد، دو ارتفاع آن با هم برابر هستند.

ب) هر چهار ضلعی که چهار ضلع برابر داشته باشد مربع است.

( ۲ نمره )

سوال ۳

ثابت کنید هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است و برعکس.

( ۱/۵ نمره )

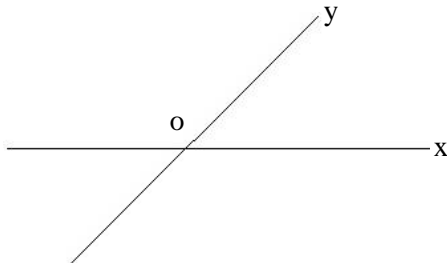
سوال ۴

ثابت کنید سه عمود منصف اضلاع هر مثلث هم‌رسند.

( ۱/۵ نمره )

سوال ۵

درون زاویه XOY چند نقطه می توان یافت که فاصله شان از OX و OY هر دو ۱ باشد. روش یافتن آن ها را با رسم شکل، به صورت مرحله مرحله شرح دهید.



( ۲ نمره )

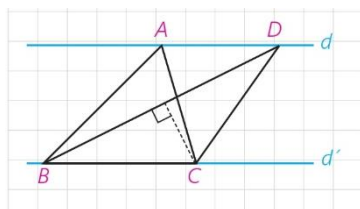
سوال ۶

ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبه رو به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه رو به ضلع کوچکتر. قضیه عکس را بیان کنید و بنویسید درست است یا نه؟

( ۱/۵ نمره )

سوال ۷

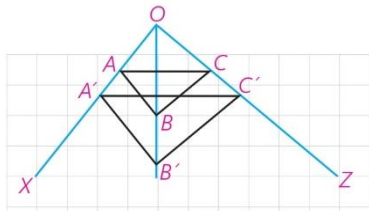
در شکل مقابل،  $d \parallel d'$  و مساحت مثلث ABC،  $8 \text{ cm}^2$  است. اگر  $BD = 6 \text{ cm}$  باشد، فاصله نقطه C از BD را به دست آورید.



( ۱/۵ نمره )

سوال ۸

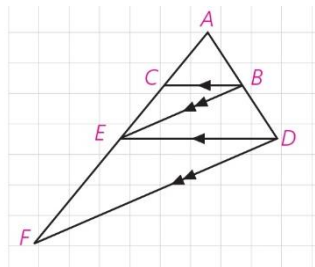
در شکل مقابل می دانیم  $AB \parallel A'B'$  و  $BC \parallel B'C'$ ، ثابت کنید:  $AC \parallel A'C'$



( ۱/۵ نمره )

سوال ۹

در شکل مقابل می دانیم که:  $BC \parallel DE$  و  $BE \parallel DF$ . با کمک قضیه تالس ثابت کنید:  $AE^2 = AC \times AF$



( ۱/۵ نمره )

سوال ۱۰

ثابت کنید هر گاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلث دیگر هم اندازه باشند، دو مثلث متشابه اند.

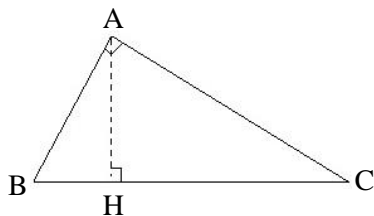
( ۱/۵ نمره )

سوال ۱۱

در مثلث قائم الزویه ABC، ارتفاع AH وارد بر وتر BC رسم می شود.

الف) به وسیله تشابه مثلث ها ثابت کنید:  $AB^2 = BC \times BH$

ب) به کمک رابطه مشابهی، قضیه فیثاغورس در مثلث های قائم الزویه را اثبات کنید.



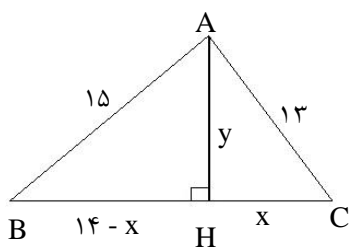
( ۲ نمره )

سوال ۱۲

در شکل مقابل، مثلثی با اضلاع ۱۳، ۱۴ و ۱۵ رسم شده است.

الف) به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث های ABH و ACH، مقادیر x و y را به دست آورید و از آن جا مساحت مثلث را محاسبه کنید.

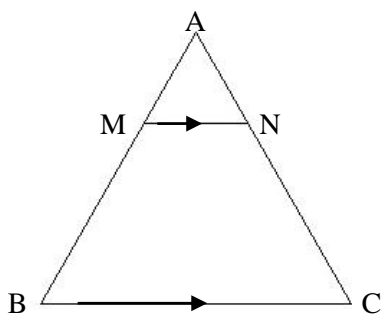
ب) اگر مثلثی با مثلث ABC متشابه باشد و طول بزرگترین ضلع آن ۶۰ باشد، محیط و مساحت آن چند برابر محیط و مساحت ABC خواهد بود؟



( ۱/۵ نمره )

سوال ۱۳

در شکل زیر،  $BC \parallel MN$  است و مساحت دوزنقه MNCB هشت برابر مساحت مثلث AMN است. نسبت  $\frac{MB}{MA}$  را به دست آورید.



توجه! لطفا سوالات را در کادر مشخص شده با خط خوش پاسخ دهید. (پاسخ های خارج از کادر تصحیح نخواهد شد)

( ۱ نمره )

سوال ۱

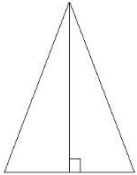
گزاره های زیر درست هستند یا غلط؟ چرا؟ نقیض آن ها را بنویسید. (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

الف) مستطیلی وجود دارد که مربع نیست. درست. بی شمار مستطیل وجود دارد که طول و عرض آن مساوی نبوده و مربع نباشد.

نقیض: هر مستطیلی مربع است.

ب) در مثلث، هر ارتفاع از سه ضلع مثلث کوچکتر است. نادرست. در مثلث قائم الزاویه ارتفاع با ضلع زاویه قائمه برابر است یا

نقیض: در مثلث، ارتفاعی وجود دارد که از سه ضلع مثلث کوچک تر نباشد.



( ۱ نمره )

سوال ۲

گزاره های زیر درست هستند یا غلط؟ عکس آن ها را بنویسید و درباره درستی و نادرستی آن اظهار نظر کنید. (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

الف) اگر مثلثی متساوی الساقین باشد، دو ارتفاع آن با هم برابر هستند. درست.

عکس: اگر دو ارتفاع مثلثی با یکدیگر برابر باشند آن گاه مثلث متساوی الساقین است. درست

ب) هر چهار ضلعی که چهار ضلع برابر داشته باشد مربع است. نادرست.

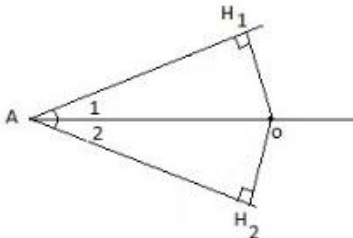
عکس: هر مربع چهار ضلع برابر دارد. درست.

( ۲ نمره )

سوال ۳

ثابت کنید هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است و برعکس.

قضیه به صورت دو شرطی بیان شده است. بنابراین دو حالت برای اثبات آن در نظر می گیریم:



فرض	$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$
حکم	$OH_1 = OH_2$

اجزای نظیر:  $OH_1 = OH_2$  ۰/۵ نمره  $\triangle OAH_1 \cong \triangle OAH_2$  مثلث  $\rightarrow$  وتر و یک زاویه حاده  $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$   $OA = OA$  ۰/۵ نمره

اجزای نظیر:  $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$  ۰/۵ نمره  $\triangle OAH_1 \cong \triangle OAH_2$  مثلث  $\rightarrow$  وتر و یک ضلع  $OH_1 = OH_2$   $OA = OA$  مشترک ۰/۵ نمره

فرض	$OH_1 = OH_2$
حکم	$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$

( ۱/۵ نمره )

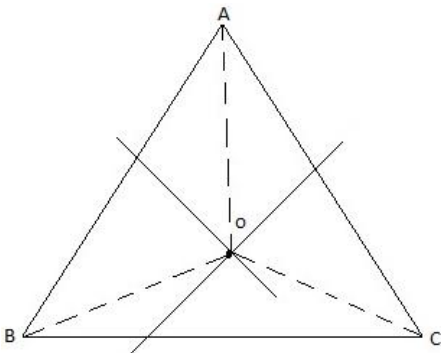
سوال ۴

ثابت کنید سه عمود منصف اضلاع هر مثلث هم‌رسند.

عمود منصف های اضلاع AB و AC یکدیگر را در نقطه O قطع می کنند. می توان نشان داد عمودمنصف BC نیز از نقطه O می گذرد.

$$\left\{ \begin{array}{l} AB \text{ عمودمنصف } \rightarrow OA = OB \\ AC \text{ عمودمنصف } \rightarrow OA = OC \end{array} \right. \rightarrow OB = OC \quad \text{نمره } 0/5$$

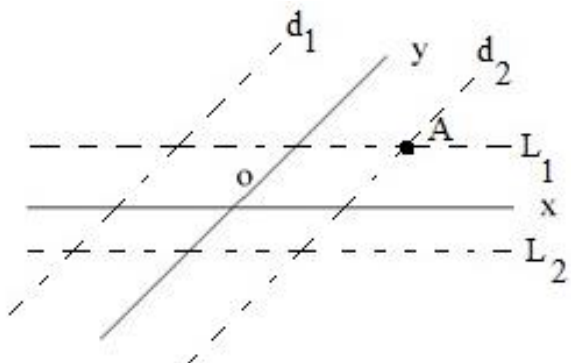
بنابراین O روی عمود منصف BC هم قرار دارد و سه عمودمنصف در نقطه O هم‌رسند. ۰/۵ نمره



( ۱/۵ نمره )

سوال ۵

درون زاویه XOY چند نقطه می توان یافت که فاصله شان از OX و OY هر دو ۱ باشد. روش یافتن آن ها را با رسم شکل، به صورت مرحله مرحله شرح دهید.



مجموعه نقاطی که از OX به فاصله یک واحد هستند، دو خط به موازات آن را تشکیل می دهند  $(L_1, L_2)$ . (۰/۵ نمره)  
مجموعه نقاطی که از راستای OY به فاصله یک هستند نیز دو خط به موازات آن را تشکیل می دهند.  $(d_1, d_2)$ . نقاط اشتراک آن ها در درون زاویه XOY (نقطه A) نقطه مورد نظر مسئله است. (۰/۵ نمره)  
روش رسم خط عمود و موازی (۰/۵ نمره)

( ۲ نمره )

سوال ۶

ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبه رو به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه روبه رو به ضلع کوچکتر. قضیه عکس را بیان کنید و بنویسید درست است یا نه؟

فرض	$AC > AB$
حکم	$\hat{B} = \hat{C}$

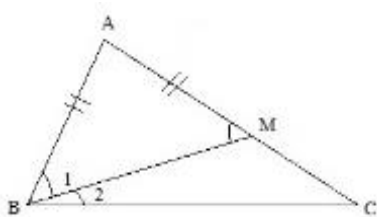
AM را به اندازه AB روی AC جدا می کنیم و از M به B وصل می نماییم. (۰/۵ نمره) داریم:

$$\begin{cases} \widehat{M_1} = \widehat{B_2} + \hat{C} \rightarrow \widehat{M_1} > \hat{C} \\ \widehat{M_1} = \widehat{B_1} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \widehat{B_1} > \hat{C} \\ \widehat{B_{1,2}} > \widehat{B_1} \end{cases} \rightarrow \widehat{B_{1,2}} > \hat{C} \quad (۰/۵ \text{ نمره})$$

عکس قضیه نیز درست است: (۰/۲۵ نمره)

اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند آن گاه ضلع روبه رو به زاویه بزرگتر، بزرگتر است از ضلع روبه رو به زاویه کوچکتر

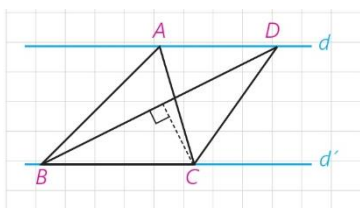
(۰/۲۵ نمره)



( ۱/۵ نمره )

سوال ۷

در شکل مقابل،  $d \parallel d'$  و مساحت مثلث ABC،  $8 \text{ cm}^2$  است. اگر  $BD = 6 \text{ cm}$  باشد، فاصله نقطه C از BD را به دست آورید.



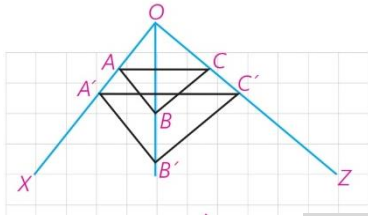
$$S_{ABC} = S_{BDC} = 8 \text{ cm}^2 \quad (۰/۵ \text{ نمره})$$

$$S_{BDC} = \frac{1}{2} BD \times CH = 8 \quad (۰/۵ \text{ نمره}) \Rightarrow \frac{1}{2} \times 6 \times CH = 8 \rightarrow CH = \frac{8}{3}$$

( ۱/۵ نمره )

سوال ۸

در شکل مقابل می دانیم  $AB \parallel A'B'$  و  $BC \parallel B'C'$ ، ثابت کنید:  $AC \parallel A'C'$



$$OA'B':AB \parallel A'B' \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OA}{AA'} = \frac{OB}{BB'} \quad (\text{نمره } 0.5)$$

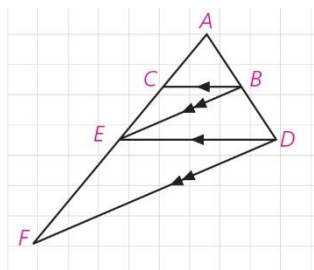
$$OB'C':BC \parallel B'C' \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OC}{CC'} = \frac{OB}{BB'} \quad (\text{نمره } 0.5)$$

$$\frac{OA}{AA'} = \frac{OC}{CC'} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} AC \parallel A'C' \quad (\text{نمره } 0.5)$$

( ۱/۵ نمره )

سوال ۹

در شکل مقابل می دانیم که:  $BC \parallel DE$  و  $BE \parallel DF$ . با کمک قضیه تالس ثابت کنید:  $AE^2 = AC \times AF$



$$ADE:BC \parallel DE \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD} \quad (\text{نمره } 0.5)$$

$$ADF:BE \parallel DF \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AD} \quad (\text{نمره } 0.5)$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{AE}{AF} \rightarrow AE^2 = AC \times AF \quad (\text{نمره } 0.5)$$

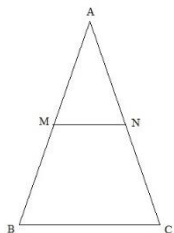
( ۱/۵ نمره )

سوال ۱۰

ثابت کنید هر گاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلث دیگر هم اندازه باشند، دو مثلث متشابه اند.

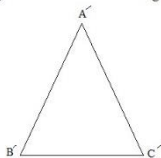
فرض	$\hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}'$
حکم	$ABC \sim A'B'C'$

AM را به اندازه  $A'B'$  روی AB و AN را به اندازه  $A'C'$  روی AC جدا می کنیم داریم:



$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B}' \\ \hat{C} = \hat{C}' \end{array} \right. \rightarrow \hat{B} + \hat{C} = \hat{B}' + \hat{C}' \rightarrow 180 - \hat{A} = 180 - \hat{A}' \rightarrow \hat{A} = \hat{A}' \quad (\text{نمره } 0.5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} AM = A'B' \\ A = A' \\ AN = A'C' \end{array} \right. \xrightarrow{\text{فرض}} AMN \cong A'B'C' \rightarrow \hat{M} = \hat{B}' \rightarrow \hat{M} = \hat{B} \quad (\text{نمره } 0.5)$$



$$\hat{M} = \hat{B} \xrightarrow{\text{عکس قضیه خطوط موازی و مورب}} MN \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه مثلث ها}} AMN \sim ABC \rightarrow A'B'C' \sim ABC \quad (\text{نمره } 0.5)$$

$$AMN \cong A'B'C'$$

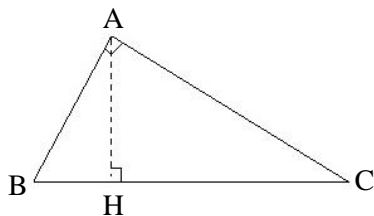
( ۱/۵ نمره )

سوال ۱۱

در مثلث قائم الزویه ABC، ارتفاع AH وارد بر وتر BC رسم می شود.

الف) به وسیله تشابه مثلث ها ثابت کنید:  $AB^2 = BC \times BH$

ب) به کمک رابطه مشابهی، قضیه فیثاغورس در مثلث های قائم الزویه را اثبات کنید.



$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{A_1} = \widehat{C} \\ \widehat{B} = \widehat{B} \text{ (مشترک)} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{ز}} ABH \sim ABC \xrightarrow{\text{تناسب اضلاع}} \frac{BH}{AB} = \frac{AB}{BC} = \frac{AH}{AC} \quad (\text{نمره } 0.5)$$

$$AB^2 = BH \times BC$$

ب) به طریق مشابه می توان اثبات نمود:  $AC^2 = CH \times CB$

$$AB^2 + AC^2 = BH \times BC + CH \times BC = BC(BH + CH) = BC \times BC = BC^2 \rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2 \quad (\text{نمره } 0.5)$$

( ۲ نمره )

سوال ۱۲

در شکل مقابل، مثلثی با اضلاع ۱۳، ۱۴ و ۱۵ رسم شده است.

الف) به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث های ABH و ACH، مقادیر x و y را به دست آورید و از آن جا مساحت مثلث را محاسبه کنید.

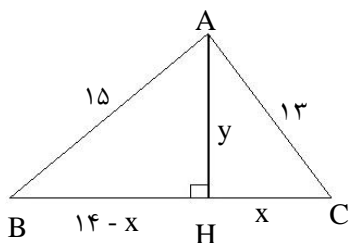
ب) اگر مثلثی با مثلث ABC متشابه باشد و طول بزرگترین ضلع آن ۶۰ باشد، محیط و مساحت آن چند برابر محیط و مساحت ABC خواهد بود؟

نوشتن روابط فیثاغورس (۰/۵ نمره)

$$\text{الف) } \begin{array}{l} ABH: y^2 = 15^2 - (14-x)^2 \rightarrow 15^2 - (14-x)^2 = 13^2 - x^2 \rightarrow 15^2 - 13^2 = (14-x)^2 - x^2 \\ ACH: y^2 = 13^2 - x^2 \end{array}$$

$$\rightarrow (15-13)(15+13) = (14-x-x)(14-x+x) \rightarrow 2 \times 28 = (14-2x) \times 14$$

$$\rightarrow 4 = 14 - 2x \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = 5, y = 12 \quad (\text{نمره } 0.5)$$



ب) فرض کنیم  $A'B'C'$  متشابه با مثلث ABC و  $A'B'$  بزرگترین ضلع آن باشد. داریم:

$$K = \frac{A'B'}{AB} = \frac{60}{15} = 4 \rightarrow \frac{\text{محیط } A'B'C'}{\text{محیط } ABC} = K = 4 \quad (\text{نمره } 0.5)$$

$$\rightarrow \frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = K^2 = 4^2 = 16 \quad (\text{نمره } 0.5)$$

( ۱/۵ نمره )

سوال ۱۳

در شکل زیر،  $BC \parallel MN$  است و مساحت دوزنقه MNCB هشت برابر مساحت مثلث AMN است. نسبت  $\frac{MB}{MA}$  را به دست آورید.

طبق قضیه اساسی تشابه مثلث ها

$$MN \parallel BC \rightarrow AMN \sim ABC \rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{S}{9S} = \frac{1}{9} = K^2 \rightarrow K = \frac{1}{3} \quad (\text{نمره } 0.5)$$

$$\rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{AM}{AB-AM} = \frac{1}{3-1} \rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{MB}{AM} = 2 \quad (\text{نمره } 0.5)$$

