

تاریخ: ۹۶/۱۰/۱۶
 هندسه
 پایه: دهم ریاضی
 طرح آقای: پورحسین
 مدت: ۱۱۰ دقیقه

کلاس:

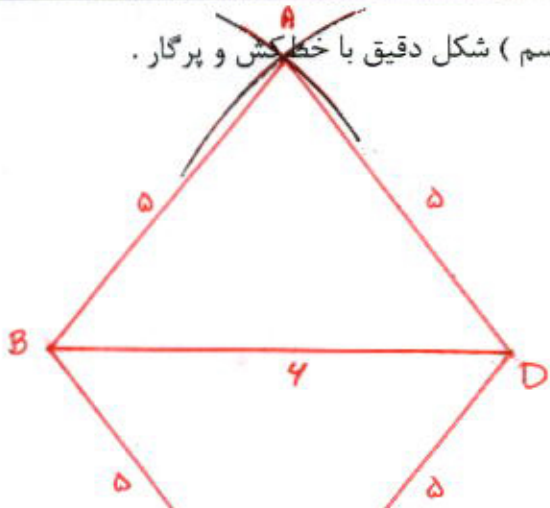
شماره کارت:

نام و نام خانوادگی:

صفحه ۱ از ۴

۱

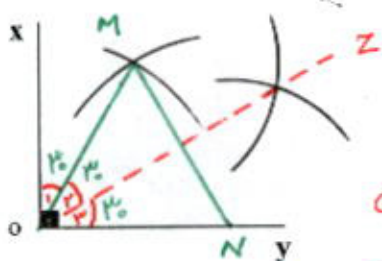
یک لوزی به طول ضلع ۵ و قطر ۶ رسم کنید. (نحوه‌ی رسم) شکل دقیق با خط‌کش و پرگار.



دروزی، چهارضلع، برابرند پس ابتدا قطر BD را به طول ۴ سانتی متر رسم می‌کنیم و سپس به مرکز B و D دو ششای ۵۵ کمانهای می‌زنیم تا نقاط A و C پیدا شوند. از A و C به B و D وصل می‌کنیم.

۱

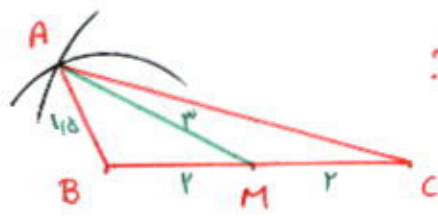
زاویه‌ی XOY قائمه است. به وسیله‌ی خط‌کش و پرگار، آن را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنید. نحوه‌ی انجام کار بطور کامل شرح داده شود.



ابتدا اندازه‌ی دلخواه ON را روی یکی از اضلاع زاویه، مثلاً OY جبر کرده و به روشی که می‌دانیم روی آن مثلث مساوی الاضلاع OMN را می‌سازیم. به این ترتیب، زاویه قائمه به دو زاویه ۹۰ و ۳۰ تقسیم می‌شود. حالاً به روشی که می‌دانیم بنمای زاویه ۹۰ را رسم می‌کنیم.

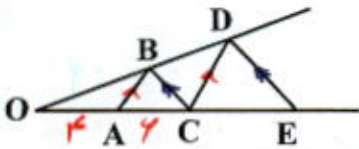
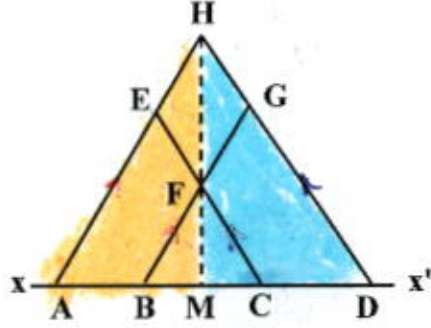
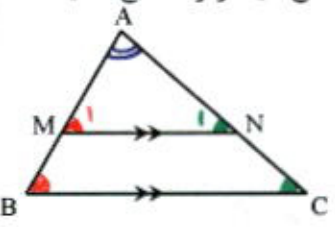
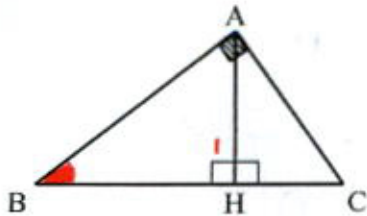
۱

مثلث ABC با اضلاع $AB = 1/5$ و $BC = 4$ و میانه‌ی $AM = 3$ را رسم کنید. (نحوه‌ی رسم)

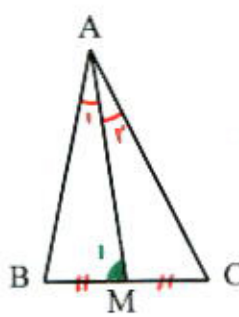


ابتدا با خط BC به طول ۴ سانتی متر رسم می‌کنیم و وسط آن را پیدا کرده و M می‌نامیم. به مرکز M دو ششای ۳ و همچنین به مرکز B و به ششای ۱/۵ کمانهای ترسیم می‌کنیم تا یکدیگر را در A قطع کنند. از A به B و C وصل می‌کنیم.

ردم	شماره
۱/۵	۴
<p>مربعی با ضلع دلخواه مفروض است (مرحله‌ی صفر) وسط‌های اضلاع آن‌ها را به هم وصل کرده و یکی از مربع‌های حاصل را با رنگ کردن حذف می‌کنیم (مرحله‌ی یک) اگر این کار را برای مربع‌های رنگ نشده ادامه دهیم ، در مرحله‌ی n ام چند مربع جدید هم‌نهشت ، رنگ نشده هستند ؟ برای تک‌تک مراحل شکل جداگانه رسم کنید .</p>	
<p>مرحله ۰ ۱ ۲ ... n</p> <p>تعداد مربع باقی ۱ = ۳^۰ ۳ = ۳^۱ ۹ = ۳^۲ ... ۳ⁿ</p>	
۲	۵
<p>ثابت کنید نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث ، هم‌رسانند .</p> <p>برهان خلف ثابت کرده‌ایم که نیمسازها \perp زوایای A و B ، همان در نقطه‌ای مثل O متقاطع اند و همچنین می‌دانیم هر نقطه که روی نیمساز یک زاویه باشد از در ضلع نزدیک به یک فاصله است .</p> <p>\hat{A} روی نیمساز O $\Rightarrow OH = OH'$ \hat{B} روی نیمساز O $\Rightarrow OH = OH''$ } $\Rightarrow OH' = OH''$</p> <p>یعنی O از در ضلع زاویه C به یک فاصله است . پس O روی نیمساز \hat{C} نیز قرار دارد . یعنی ۳ نیمساز هم‌رسانند .</p>	
۱/۵	۶
<p>اگر در مثلثی ، یک زاویه از زاویه‌ی دیگر بزرگتر باشد ، ثابت کنید ضلع مقابل به زاویه‌ی بزرگتر ، بزرگتر است از ضلع مقابل به زاویه‌ی کوچکتر . (عکس قضیه‌ی قیاس) (به روش برهان خلف)</p> <p>$\hat{C} > \hat{B}$ $AB > AC$ (تفاوت مساوی است)</p> <p>خلاف فرض $\hat{B} = \hat{C} \Rightarrow AB = AC$ خلاف فرض $\hat{C} < \hat{B} \Rightarrow AB < AC$ (تفاوت قیاس)</p> <p>پس حکم صحیح بوده و $AB > AC$ است .</p>	

ردیف	شماره	سوال
۱	۱۰	<p>در شکل مقابل $AB \parallel CD$ و $BC \parallel DE$ و $OA = 4$ و $AC = 6$ اندازه‌ی CE را بدست آورید.</p>  <p> $\triangle ODC : AB \parallel DC$ $\xrightarrow{\text{تالس جزئی}}$ $\frac{OB}{BD} = \frac{OA}{AC}$ $\triangle ODE : BC \parallel DE$ $\xrightarrow{\text{تالس جزئی}}$ $\frac{OB}{BD} = \frac{OC}{CE}$ </p> $\left. \begin{array}{l} \frac{OB}{BD} = \frac{OA}{AC} \\ \frac{OB}{BD} = \frac{OC}{CE} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{OA}{AC} = \frac{OC}{CE} \Rightarrow \underline{CE = 15}$
۱/۵	۱۱	<p>نقاط A و B و C و D روی خط xx' قرار دارند. دو خط موازی از A و B و همچنین C و D عبور دهید تا از تقاطع آنها چهار ضلعی $EFGH$ حاصل شود. امتداد FH خط xx' را در M قطع می‌کند. ثابت کنید: $MA \cdot MC = MB \cdot MD$</p>  <p> $\triangle MAH : BF \parallel HA$ $\xrightarrow{\text{تالس جزئی}}$ $\frac{MF}{MH} = \frac{MB}{MA}$ $\triangle MDH : CF \parallel DH$ $\xrightarrow{\text{تالس کل}}$ $\frac{MF}{MH} = \frac{MC}{MD}$ </p> $\Rightarrow \frac{MB}{MA} = \frac{MC}{MD}$ <p style="text-align: center;">$\xrightarrow{\text{و}} \underline{MA \cdot MD = MB \cdot MC}$</p>
۱/۵	۱۲	<p>ثابت کنید اگر در مثلثی، خطی موازی یکی از ضلع‌ها به گونه‌ای رسم شود که دو ضلع دیگر را قطع نماید، مثلثی تشکیل می‌شود که با مثلث اصلی متشابه است.</p>  <p> $MN \parallel BC, AB \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{B}$ $MN \parallel BC, AC \Rightarrow \hat{N}_1 = \hat{C}$ $\hat{A} = \hat{A}$ (مشترک) </p> <p style="text-align: center;">$\xrightarrow{\text{تعریف تساوب}} \triangle AMN \sim \triangle ABC$</p> <p> $MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس تعمیم}} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ </p>
۱/۵	۱۳	<p>مثلث ABC قائم‌الزاویه است. ثابت کنید: $AB^2 = BH \times BC$</p>  <p> $\hat{B} = \hat{B}$ (مشترک) $\hat{H}_1 = \hat{A} = 90^\circ$ </p> <p> $\Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle CBA$ $\xrightarrow{\text{تساوب اضلاع CB}} \frac{AB}{CA} = \frac{AH}{BA} = \frac{BH}{CA}$ </p> <p style="text-align: center;">$\xrightarrow{\text{و}} \underline{AB^2 = BH \cdot BC}$</p>

۱/۵ در مثلث $\triangle ABC$ ، AM میانه بوده و $AM > \frac{BC}{2}$ است. ثابت کنید: $\hat{A} < 90^\circ$

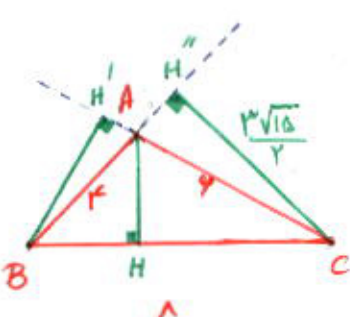


فرض کنیم $AM > \frac{BC}{2} \Rightarrow AM > BM$ و $AM > MC$

در $\triangle ABM$: $\hat{B} > \hat{A}_1$ (قضیه تالس)
 در $\triangle ACM$: $\hat{C} > \hat{A}_2$ (قضیه تالس)

پس $\hat{B} + \hat{C} > \hat{A}_1 + \hat{A}_2$
 $180^\circ - \hat{A} > \hat{A}$
 $180^\circ > 2\hat{A}$
 $\Rightarrow 90^\circ > \hat{A}$

۱/۵ طول‌های اضلاع مثلثی ۴ و ۶ و ۸ سانتی‌مترند و بلندترین ارتفاع آن $\frac{3\sqrt{15}}{2}$ سانتی‌متر است. طول‌های ۲ ارتفاع دیگر مثلث را بدست آورید. نکته: همیشه بلندترین ارتفاع بر کوچکترین ضلع فرود می‌آید. حالا مساحت مثلث را به سه روش محاسبه کنیم.

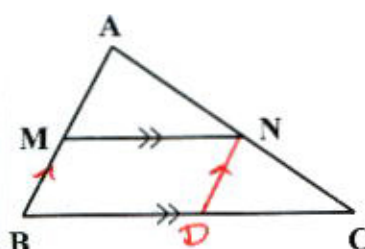


مساحت مثلث را به سه روش محاسبه می‌کنیم:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{BH' \times AC}{2} = \frac{CH' \times AB}{2}$$

پس از محاسبه $\Rightarrow AH = \frac{3\sqrt{15}}{4}$ و $BH' = \sqrt{15}$

۱/۵ اگر در مثلثی، خطی موازی یکی از اضلاع مثلث، طوری رسم شود که دو ضلع دیگر را قطع نماید، مثلث کوچکی پدید می‌آید. ثابت کنید اضلاع این مثلث با اضلاع مثلث اصلی، نظیر به نظیر متناسبند: (تعمیم تالس)



$(MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC})$

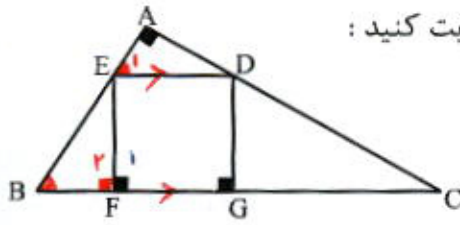
از N خطی به موازات AB رسم می‌کنیم تا BC را در D قطع کند.

پس $ND \parallel AB \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{AN}{AC}$ (تالس)

پس از (1) و $(2) \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow MN \parallel BC$ زیرا $MNDB$ متوازی الاضلاع است و اضلاع مقابل مساویند.

شماره نام

۲



۱۴ در شکل مقابل $AB \perp AC$ و چهار ضلعی DEFG مربع است. ثابت کنید:

الف) $BF \cdot AD = AE \cdot EF$

دربیع، اضلاع مقابل، موازی:

$ED \parallel BC, AB \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{B}$ (موازی)
 $\hat{F}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{F}_r = \hat{A} = 90^\circ$
 $\Rightarrow \triangle AED \sim \triangle FBE$ (موازی)
 $\Rightarrow \frac{AE}{FB} = \frac{AD}{FE} = \frac{ED}{BE}$ (نسبت اضلاع)

$\frac{1}{2} \rightarrow AE \cdot EF = BF \cdot AD$

موفق باشید