

ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح
وقت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹ / ۰۳ / ۲۴
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

نوبت امتحانی: خردادماه ۱۳۹۹
رشته: ریاضی
سال تحصیلی: ۱۳۹۹ - ۱۳۹۸

نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی
نام پدر:
نام دبیر:

ش صندلی:
نام و نام خانوادگی:
سؤال امتحان درس: هندسه ۱

بارم

۱

۱- یک لوزی به طول ضلع ۵ و طول قطر ۶ رسم کنید. (مراحل رسم را توضیح دهید).

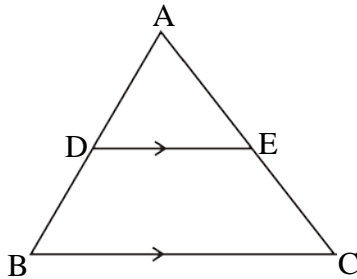
۱/۲۵

۲- ثابت کنید در هر مثلث سه نیم‌ساز داخلی هم‌رسند.

۰/۷۵

۳- با برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلث ABC ، $AB \neq AC$ ، آن‌گاه $\hat{B} \neq \hat{C}$.

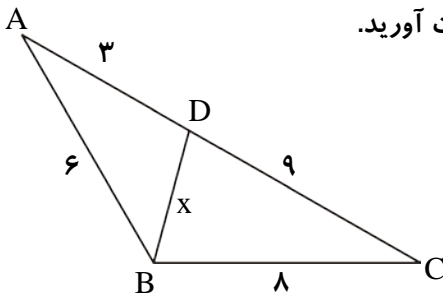
۱/۵



۴- تعمیم قضیه‌ی تالس را ثابت کنید.

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

۱/۵



۵- در شکل مقابل اندازه‌ی هر پاره‌خط روی آن نوشته شده است. اندازه‌ی x را به دست آورید.

۱

۶- ثابت کنید در دو مثلث متشابه نسبت تشابه برابر است با نسبت نیم‌سازهای متناظر.

۱/۵

۷- ثابت کنید اگر در یک دوزنقه قطرها برابر باشند، آن‌گاه آن دوزنقه متساوی‌الساقین است.

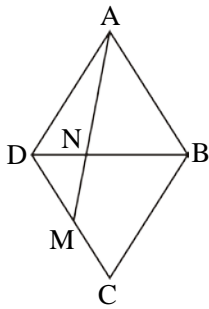
۱/۵

۸- ثابت کنید اگر وسط‌های ضلع‌های هر چهارضلعی را به‌طور متوالی به‌هم وصل کنیم یک متوازی‌الاضلاع پدید می‌آید. این چهارضلعی باید چه ویژگی داشته باشد تا این متوازی‌الاضلاع مستطیل یا لوزی شود؟

۱/۵

۹- ثابت کنید در هر مثلث متساوی‌الساقین مجموع فاصله‌های هر نقطه روی قاعده‌ی مثلث از دو ساق مثلث برابر است با ارتفاع وارد بر ساق مثلث.

۱/۵



۱۰- در شکل مقابل ABCD یک لوزی و M وسط ضلع DC است. مساحت مثلث ABN چه کسری از مساحت لوزی ABCD است؟

۱

۱۱- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای ۵ واحد است. حداکثر تعداد نقاط درونی این چندضلعی شبکه‌ای را بیابید.

۱

۱۲- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) در فضا دو خط عمود بر یک خط همواره با هم موازیند.

ب) اگر خطی بر یکی از خطوط صفحه‌ای عمود باشد، آن گاه آن خط لزوماً به آن صفحه عمود است.

پ) اگر صفحه‌ای یکی از دو صفحه‌ی متقاطع را قطع کند آن گاه صفحه‌ی دیگر را نیز قطع خواهد کرد.

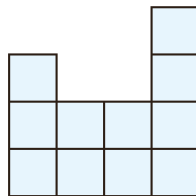
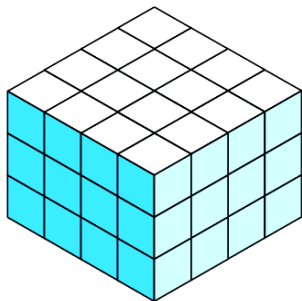
ت) اگر دو صفحه‌ی متقاطع بر صفحه‌ای عمود باشند، آن گاه فصل مشترک آن‌ها بر آن صفحه عمود است.

۱

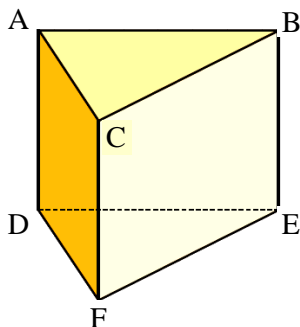
۱۳- دو خط d_1 و d_2 در فضا متناظرند. اگر صفحه‌ی P با یکی از این دو خط موازی باشد، نسبت به خط دیگر چه وضعیتی دارد؟

۱

۱۴- حداقل و حداکثر چند مکعب باید از شکل مقابل برداشته شود تا نمای بالا به شکل زیر باشد؟



۱



۱۵- فرض کنید منشور قائم مقابل یک قطعه‌ی چوبی تو پُر باشد. این

قطعه‌ی چوبی را طوری اره می‌کنیم که از سه نقطه‌ی مشخص عبور کند.

در هر حالت مشخص کنید سطح مقطع به چه شکلی است و منشور به

چه شکل‌های فضایی تجزیه می‌شود؟

الف) D، C و E

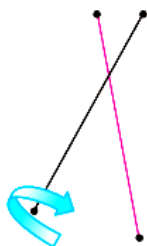
ب) F، C و Q (وسط پاره‌خط AB)

۱

۱۶- دو پاره‌خط متقاطع را مطابق شکل در نظر بگیرید. اگر یکی از

پاره‌خط‌ها را حول دیگری دوران دهیم شکل حاصل از دوران چه

خواهد بود؟



ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح	نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی	راهنمای تصحیح درس: هندسه ۱
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۳/۲۴	پایه: دهم	نوبت امتحانی: خردادماه ۱۳۹۹
تعداد برگ راهنمای تصحیح: ۳ صفحه	سال تحصیلی: ۱۳۹۹ - ۱۳۹۸	رشته: ریاضی

بارم ۱

۱- برای حل سؤال ابتدا دو خط عمود برهم d و d' را رسم می‌کنیم. حال به مرکز O (محل تلاقی دو خط d و d') دایره‌ای به شعاع ۳ واحد رسم می‌کنیم. محل تلاقی این دایره با خط d را A و C می‌نامیم. در نهایت به مرکز A دایره‌ای به شعاع ۵ واحد رسم می‌کنیم تا خط d' را در نقاطی مانند D و B قطع کند. چهارضلعی $ABCD$ ، چهارضلعی مطلوب است.

۱/۲۵ ۲- قضیه‌ی صفحه‌ی ۱۹ کتاب درسی

۰/۷۵ ۳- $\hat{B} = \hat{C} \Rightarrow AB = AC$ خلاف فرض $\Rightarrow \hat{B} \neq \hat{C}$

۱/۵ ۴- قضیه‌ی صفحه‌ی ۳۵ کتاب درسی

۱/۵ ۵-

$$\left. \begin{aligned} \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{aligned} \right\} \Delta ABD \sim \Delta ACB$$

ض ز ض

$$\rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{BD}{BC} \rightarrow \frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{x}{8} \rightarrow x = 4$$

۱ ۶- فرض: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k$ و $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$
 $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ و $\hat{A}'_1 = \hat{A}'_2$

حکم: $\frac{AD}{A'D'} = k$

$$\left. \begin{aligned} \Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \\ \hat{A} = \hat{A}' \rightarrow \frac{\hat{A}}{2} = \frac{\hat{A}'}{2} \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}'_1 \\ \hat{B} = \hat{B}' \end{aligned} \right\} \Delta ABD \sim \Delta A'B'D' \rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AD}{A'D'}$$

۱/۵ ۷-

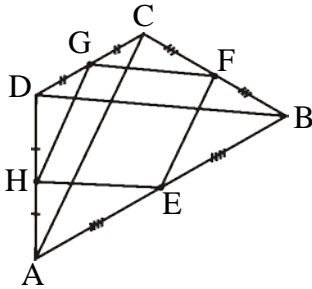
$$\left. \begin{aligned} AB \parallel DC \rightarrow AH = BH' \\ AC = BD \end{aligned} \right\} \Delta AHC \sim \Delta BH'D \rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C}_1$$

وتر و یک ضلع
 $\hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ$

بارم

$$\left. \begin{array}{l} BD = AC \\ \widehat{D}_1 = \widehat{C}_1 \\ DC = CD \end{array} \right\} \begin{array}{l} \triangle BDC \sim \triangle CDA \rightarrow AD = BC \\ \text{ض ز ض} \end{array}$$

-۸



$$\left. \begin{array}{l} \triangle ACD: \frac{DH}{DA} = \frac{DG}{DC} = \frac{1}{2} \rightarrow GH \parallel CA, GH = \frac{CA}{2} \\ \triangle ACB: \frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BC} = \frac{1}{2} \rightarrow FE \parallel CA, FE = \frac{CA}{2} \end{array} \right\}$$

$\Rightarrow FE \parallel GH, FE = GH \Rightarrow$ متوازی الاضلاع EFGH است.

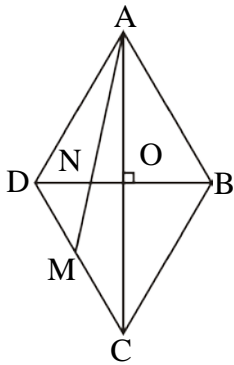
۱/۵

چون اضلاع متوازی الاضلاع EFGH با قطرهای AC و BD موازی‌اند، پس زاویه‌ی متوازی‌الاضلاع با زاویه‌ی بین قطرهای چهارضلعی ABCD برابر است. حال اگر قطرهای AC و BD بر هم عمود باشند، در این صورت یک زاویه‌ی متوازی‌الاضلاع EFGH قائمه است پس EFGH مستطیل می‌شود و برعکس. اگر قطرهای AC و BD برابر باشد در این صورت نتیجه می‌شود $EF = GF$ یعنی دو ضلع مجاور متوازی‌الاضلاع EFGH برابر می‌شود، پس چهارضلع متوازی‌الاضلاع برابر می‌شود و EFGH به لوزی تبدیل می‌شود و برعکس.

۱/۵

۹- قضیه‌ی صفحه‌ی ۶۸ کتاب درسی

۱۰- می‌دانیم در هر لوزی قطرها منصف یکدیگرند بنابراین نقطه‌ی O وسط پاره‌خط AC است. همچنین در مثلث ADC نقطه‌ی M وسط ضلع DC است. در نتیجه می‌توان گفت نقطه‌ی N مرکز ثقل این مثلث است.



$$\left. \begin{array}{l} S_{\triangle AON} = \frac{1}{6} S_{\triangle ADC} \xrightarrow{S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} S_{ABCD}} S_{\triangle AON} = \frac{1}{12} S_{ABCD} \\ S_{\triangle AOB} = \frac{1}{4} S_{ABCD} \end{array} \right\}$$

$$S_{\triangle AON} + S_{\triangle AOB} = \frac{1}{12} S_{ABCD} + \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{4}{12} S_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD}$$

$$\rightarrow S_{\triangle ABN} = \frac{1}{3} S_{ABCD}$$

۱/۵

۱۱- $S = \frac{b}{2} + i - 1 \rightarrow 5 = \frac{b}{2} + i - 1 \rightarrow \frac{b}{2} + i = 6$

اگر مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای مقدار ثابتی باشد برای آن که تعداد نقاط درونی چندضلعی شبکه‌ای بیشترین مقدار شود باید تعداد نقاط مرزی کمترین مقدار ممکن باشد. همچنین می‌دانیم کمترین تعداد نقاط مرزی یک چندضلعی شبکه‌ای ۳ واحد است ($b \geq 3$). بنابراین می‌توان نوشت:

غ ق ق $b = 3 \rightarrow i = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$

ق ق $b = 4 \rightarrow i = 6 - \frac{4}{2} = 4$

۱

ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح	نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی	راهنمای تصحیح درس: هندسه ۱
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹ / ۰۳ / ۲۴	پایه: دهم	نوبت امتحانی: خردادماه ۱۳۹۹
تعداد برگ راهنمای تصحیح: ۳ صفحه	سال تحصیلی: ۱۳۹۹ - ۱۳۹۸	رشته: ریاضی

بارم	(الف) نادرست	(ب) نادرست	(پ) نادرست	(ت) درست
۱				
۱				<p>۱۳- اگر صفحه‌ی P با خط d_1 موازی باشد و دو خط d_1 و d_2 متناظر باشند ممکن است صفحه‌ی P با خط d_2 متقاطع و یا موازی باشد (حتی ممکن است d_2 بر صفحه‌ی P منطبق باشد). به طور مثال در شکل مقابل صفحه‌ای موازی با وجه بالا با خط گذرا از نقاط H و G موازی است ولی با خط گذرا از نقاط F و B متقاطع است و یا صفحه‌ی موازی با وجه مقابل با خط گذرا از یال HG و همچنین و با خط گذرا از یال FB موازی است.</p>
۱				<p>۱۴- در مکعب داده شده $4 \times 4 \times 3 = 48$ مکعب کوچک دیده می‌شود. همچنین در نمای بالا از شکل ۱۱ مربع دیده می‌شود. بنابراین شکل نهایی حداقل شامل ۱۱ مکعب و حداکثر شامل $3 \times 11 = 33$ مکعب است. در نتیجه می‌توان گفت: حداکثر $48 - 11 = 37$ مکعب و حداقل $48 - 33 = 15$ مکعب باید از شکل برداشته شود.</p>
۱				<p>۱۵- الف) در این حالت سطح مقطع حاصل یک مثلث است و منشور به دو هرم با قاعده‌های مثلث و مستطیل تجزیه می‌شود. ب) در این حالت سطح مقطع حاصل یک مستطیل است و منشور به دو منشور قائم تبدیل می‌شود.</p>
۱				<p>۱۶- اگر دو پاره‌خط برهم عمود نباشند شکل حاصل از دوران دو مخروط قائم خواهد بود که در رأس مشترک هستند و اگر دو پاره‌خط برهم عمود باشند شکل حاصل از دوران سطح یک دایره خواهد بود.</p>