

شماره سندلی :	باسمه تعالی	درس : هندسه
نام :	اداره آموزش و پرورش شهر تهران	تاریخ آزمون : ۰۱ / ۰۳ / ۹۷
نام خانوادگی :	اداره آموزش و پرورش منطقه ۶	زمان : ۱۲۰ دقیقه
کلاس : پایه دهم	دبیرستان ماندگار البرز	نام دبیر :

۱- مفاهیم زیر را تعریف کنید. (۲ نمره)

الف) دو صفحه عمود بر هم: (دو صفحه هم می‌خورند هرگاه، حداقل یک ضلعی باشند که بر دیگری عمود است.)
 ب) دو خط متناظر: (دو خط در فضا که هیچ نقطه مشترکی ندارند، آن دو خط موازی و عمود بر یکدیگر باشند) شامل خطوط موازی و عمود بر یکدیگر.
 ج) چند ضلعی: شکلی است شامل n ($n > 3$) پاره خط متوالی که ① هر پاره خط دقیقاً در پاره خط دیگر در نقاط انتهایی خود قطع کند.
 د) برهان خلف: ② صورتی که در یک اثبات منتهی شود، روی یک خط نباشند.
 (در روش برهان خلف برای اثبات حکم، به جای اینکه به هر مستقیم از فرض شروع کنیم برعکس فرض می‌کنیم غلط باشد و به این طریق به نتیجه می‌رسیم.)
 یا تناقض منتهی به رسم.

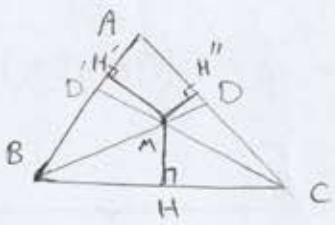
۲- در جاهای خالی عبارات های مناسب بنویسید. (۱/۲۵ نمره)

الف) در هر مستطیل قطر ها ... بهم برابرند و نیمساز زوایای داخلی نداشته.
 ب) مثالی که برای رد درستی یک حکم بکار می رود، ... مثالی نیست... نام دارد.
 ج) اگر یک دوزنقه قائم الزاویه را حول ضلع عمود بر قاعده ها دوران دهیم شکل حاصل مخروط ناقص می باشد.
 د) اگر صفحه ای موازی با قاعده ی استوانه آن را برش دهد شکل حاصل یک دایره خواهد شد.

۳- در مقابل عبارات صحیح کلمه درست و در برابر جملات غلط کلمه نادرست را بنویسید. (۱ نمره)

الف) از هر نقطه غیر واقع بر یک صفحه، بیشمار خط می توان بر آن صفحه عمود کرد. نادرست
 ب) فصل مشترک دو صفحه در فضا همواره یک صفحه است. نادرست
 ج) هر زاویه ی خارجی یک شش ضلعی منتظم ۶۰ درجه است. درست
 د) مجموع فاصله های هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع شش واحد، برابر است با $3\sqrt{2}$. نادرست

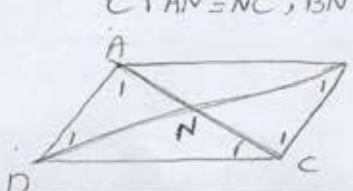
۴- ثابت کنید نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث هم رس اند. (۱ نمره)



$$BD \text{ نیای } \rightarrow MH = MH' \Rightarrow MH' = MH'' \Rightarrow$$

$$CD' \text{ نیای } \rightarrow MH = MH''$$
 حاصلی نقطه M از دو ضلع زاویه A یکسان است
 هر سه نیای در نقطه M هم رسند $\Rightarrow M$ روی نیای A است

۵- ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع قطرها همدیگر را نصف می کنند. (۱ نمره)



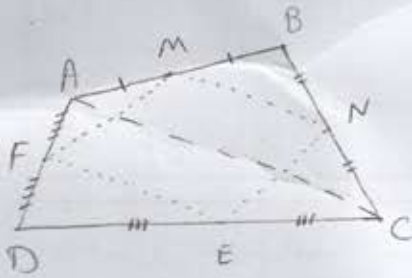
$$AD \parallel BC \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{A}_1$$

$$AD \parallel BC \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1$$

$$AD = BC \text{ (ع) } \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \text{ و } \hat{B}_1 = \hat{D}_1$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \text{ و } \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \Rightarrow AN = NC \text{ و } DN = BN$$

۶- ثابت کنید اگر وسط اضلاع هر چهارضلعی محدب را به طور متوالی به هم وصل کنیم شکل حاصل یک متوازی الاضلاع است. (۱ نمره)

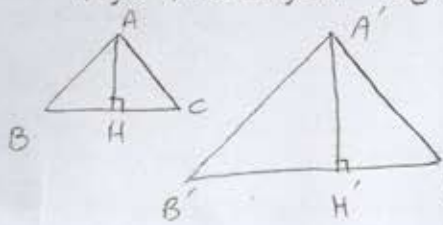


$$\begin{aligned} \triangle ABC: \frac{BM}{AM} &= \frac{BN}{NC} \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} MN \parallel AC \\ \triangle ADC: \frac{DF}{AF} &= \frac{DE}{CE} \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} FE \parallel AC \end{aligned} \Rightarrow MN \parallel FE$$

به طریق مشابه می توان نشان داد $MF \parallel NE$

\leftarrow متوازی الاضلاع MNEF است.

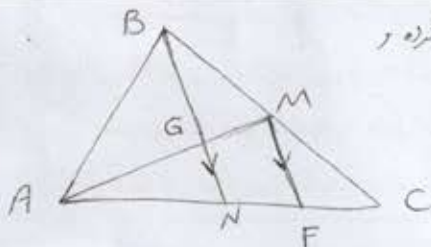
۷- ثابت کنید اگر دو مثلث با نسبت تشابه k مشابه باشد آنگاه نسبت مساحت آن ها k^2 خواهد شد. (۱ نمره)



$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \times AH' \times B'C'}{\frac{1}{2} \times AH \times BC} = k \times k = k^2$$

نسبت اضلاع برابر نسبت k است. نسبت ارتفاع ها برابر است.

۸- ثابت کنید میانه های هر مثلث هم رسند. (۱/۵ نمره) در میان AM و BN را رسم کرده و از M موازی با BN رسم کنیم تا AC را در F قطع کند.



$$MF \parallel BN \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{CM}{BM} = \frac{CF}{FN} = 1 \Rightarrow F \text{ وسط } AC$$

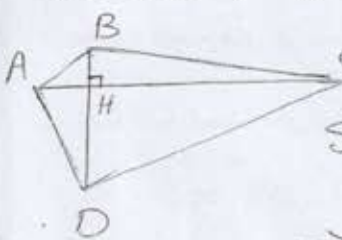
$$\Rightarrow NF = \frac{1}{2} NC = \frac{1}{2} AN \Rightarrow AF = 2NF$$

$$\triangle AMF \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AF}{NF} = \frac{AM}{MG} = 2 \Rightarrow AM = 2GM \Rightarrow GM = \frac{1}{2} AM, AG = \frac{2}{3} AM$$

به طریق مشابه می توان ثابت کرد $GN = \frac{1}{2} NB, BG = \frac{2}{3} NB$

پس G مرکز ثقل است و این ویژگی بدست می آید \leftarrow هر سه میانه هم رسند.

۹- ثابت کنید مساحت هر چهارضلعی که دو قطر عمود بر هم دارد، برابر است با نصف حاصلضرب اندازه های دو قطر آن. (۱ نمره)

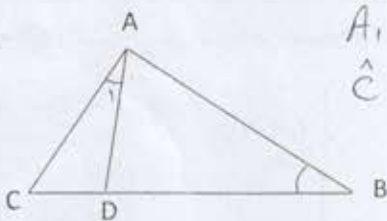


$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ADC} \Rightarrow$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} BH \times AC + \frac{1}{2} DH \times AC = \frac{1}{2} AC (BH + DH)$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \times BD$$

۱۰- در شکل روبرو $\widehat{A_1} = \widehat{B}$ و $\overline{AC} = 4$ و $\overline{BD} = 6$ طول پاره خط BC را بدست آورید. (۱ نمره)

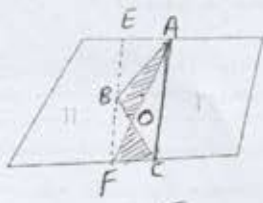


$$\left. \begin{aligned} \widehat{A_1} &= \widehat{B} \\ \widehat{C} &= \widehat{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADC$$

نسبت قائم: $\frac{CD}{AC} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{CD}{4} = \frac{4}{4 + CD}$

$$\Rightarrow CD^2 + 4CD - 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} CD = -4 \text{ (منفی)} \\ CD = 4 \end{cases} \Rightarrow BC = 4 + 4 = 8$$

۱۱- شکل زیر نمایی از یک مزرعه مربوط به ۲ نفر است. چگونه می توانیم مرز مشترک این دو زمین (خط شکسته ABC) را بدون آنکه از مساحت زمین ها کم شود، به یک خط مستقیم تبدیل کنیم؟



(مراحل کار را توضیح دهید). (۱۵ نمره) از A: C منتهی در از B موازی خط AC رسم کنیم تا دو مرز دیگر را در E و F قطع کند. مرز جدیدی ترسیم می کنیم با خط AF با B برابر زیر افروزمی داشته :

$$S_{ABC} = S_{AFC}$$

$$\xrightarrow{-S_{AOC}} S_{ABC} - S_{AOC} = S_{AFC} - S_{AOC} \Rightarrow S_{ABO} = S_{FCO}$$

← میزان با هم جابجایی مرز به صورتی است که مقدار مساحت سرزمین برابر می شود.

۱۲- با توجه به قضیه ی پیک مساحت شکل زیر را بیابید. (۱ نمره)



$$l = 3$$

$$b = 4$$

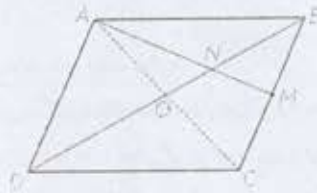
مناظره

$$S = \frac{b}{2} + l - 1$$

$$S = \frac{4}{2} + 3 - 1 = 4$$

۱۳- در مثلث متوازی الاضلاع ABCD، M وسط ضلع BC است و پاره خط AM قطر BD را در N قطع کرده است.

نشان دهید: $S_{BMN} = \frac{1}{12} S_{ABCD}$ (۱۵ نمره)

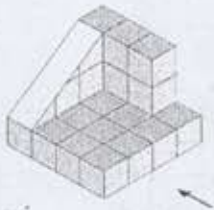


$$\left. \begin{array}{l} ABCD \text{ متوازی الاضلاع} \\ AC \text{ قطر} \end{array} \right\} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \quad \textcircled{I}$$

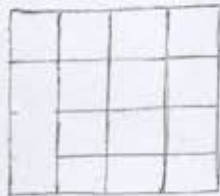
$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABC: \\ \text{AM میانه} \\ \text{BO میانه} \end{array} \right\} \Rightarrow N \text{ محل تقاطع میانه ها} \Rightarrow S_{BMN} = \frac{1}{4} S_{ABC} \quad \textcircled{II}$$

$$\xrightarrow{\textcircled{I}, \textcircled{II}} S_{BMN} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} S_{ABCD} \Rightarrow S_{BMN} = \frac{1}{8} S_{ABCD}$$

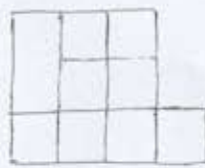
۱۴- برای شکل، زیر نمای روبرو، نمای بالا و نمای چپ را رسم کنید. (۱۷۵ نمره)



نمای بالا



نمای چپ



نمای روبرو



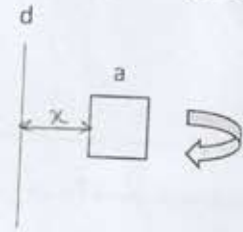
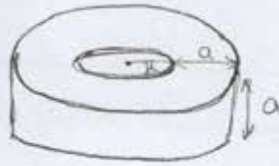
۱۵- وضعیت نسبی دو صفحه، دو خط، خط و صفحه را در فضا بیان کنید. (۱/۵ نمره)

- | | | |
|--------------------|------------------|-----------------------------|
| در صفحه : ۱- موازی | در خط : ۱- موازی | خط و صفحه : ۱- موازی |
| ۲- منطبق | ۲- منطبق | ۲- منطبق (صفحه شامل خط است) |
| ۳- متقاطع | ۳- متقاطع | ۳- متقاطع |
| | ۴- متناظر | |

۱۶- سطح مقطع یک صفحه با کره ای به شعاع دو واحد چه شکلی است؟ در چه صورت این سطح مقطع بیشترین مساحت را دارد؟ بیشترین مقدار مساحت را بدست آورید. (۱ نمره)
 سطح مقطع یک کره (در صورت مناسب کردن صفحه بر کره، سطح مقطع یک دایره است) - در صورتی که دقیقاً از وسط کره عبور کند:

$$S_{max} = \pi r^2 = \pi (2)^2 = 4\pi$$

۱۷- مربعی به ضلع a را حول محور d دوران داده ایم. شکل حاصل را توصیف کنید. (۱ نمره)
 شکل حاصل یک استوانه ی توخالی می باشد که بصورت زیر قرار دارد:



در باره ابوریحان بیشتر بدانیم :

پیروزی در کتاب «الاسطرلاب» روشی برای مقایسه شعاع زمین ارائه می کند (بوسیله افق افق وقتی از ارتفاعات به افق نگاه می کنیم). بعدها در کتاب «قانون مسعودی» ابوریحان عملی کردن این روش توسط خود را گزارش می دهد. اندازه گیری او یک درجه سطح زمین را ۵۸ میل بدست آورده است که با توجه به اینکه هر میل عربی ۳،۳۷۳ متر است، شعاع زمین ۶۵۶۰ کیلومتر (بر حسب واحدهای امروزی) به دست می آید که تا هر خوبی به مقدار صحیح آن نزدیک است.