نام : نام خانوادگی : نام دبیر : شماره صندلی :	بسمه تعالی دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا منطقه ۴ آموزش و پرورش	درس : هندسه دهم مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه تاریخ:

۱) مثلثی با اضلاع a ، $2a+1$ و $5a-1$ قابل رسم است. حدود a را تعیین کنید : (۱/۵ نمره)

۲) ثابت کنید عمود منصف های اضلاع هر مثلث همرسند. (۱/۵ نمره)

۳) ثابت کنید اگر دریک مثلث دوزاویه نابرابر باشند، آنگاه ضلع روبرو به زاویه ی بزرگتر، از ضلع روبرو به زاویه ی کوچکتر، بزرگتر است. (۱/۵ نمره)

۴) ثابت کنید هر نقطه روی نیمساز زاویه ، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است و هر نقطه که تا دو ضلع زاویه به یک فاصله باشند روی نیمساز آن زاویه قرار دارند: (۲ نمره)

۵) ثابت کنید در مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر از نصف مجموع دو ضلع قائمه کوچکتر است. (۱/۵ نمره)

۶) درذوزنقه ی $ABCD$ $(AB \parallel CD)$ خطی را موازی قاعده های ذوزنقه رسم میکنیم تا ساق AD را در M و ساق BC را در N قطع کند.

ثابت کنید : $AM.NC = BN.MD$ (۱/۵ نمره)

۷) در مثلث ABC از نقطه ی M روی ضلع AB پاره خط MN را طوری رسم میکنیم که $BC \parallel MN$. اگر $ME \parallel BN$ باشد.

ثابت کنید : $AN^2 = AE.AC$ (۱/۵ نمره)

۸) در مثلث ABC، $MN \parallel BC$ و $3AM = 2MB$ (M روی AB) نسبت مساحت مثلث CMN به مساحت ذوزنقه ی $BMNC$ چقدر است ؟ (۲ نمره)

۹) با استفاده از تشابه ثابت کنید در مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر واسطه ی هندسی بین قطعاتی است که روی وتر ایجاد میکند. (۱/۵ نمره)

۱۰) در مثلث ABC $(AB < AC)$ AH ارتفاع و AM میانه ی وارد بر ضلع BC میباشد.

به کمک قضیه ی فیثاغورس ثابت کنید : $AC^2 - AB^2 = 2MH.BC$ (۲ نمره)

۱۱) در دو مثلث متشابه ثابت کنید نسبت میانه های نظیر با نسبت تشابه برابر است : (۱/۵ نمره)

۱۲) درمثلث ABC از نقطه ی دلخواه E روی ضلع BC به A وصل میکنیم. سپس ازنقطه ی دلخواه O روی پاره خط AE به رئوس B و C وصل میکنیم. اگر مساحت مثلث ABC را S و مساحت مثلث OBC را S' بنامیم. نسبت $\frac{OE}{AE}$ را بر حسب S و S' بنویسید: (۲ نمره)

نام ونام خانوادگی: تاریخ:

پایه: مدیریت آموزش وپرورش منطقه۴ تهران زمان:

امتحان: کلید سوال هندسه (۱)

دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا

نمره:

۱) ف: $\overset{\triangle}{ABC}$, a و $2a+1$ و $5a-1$
ح: $a=?$

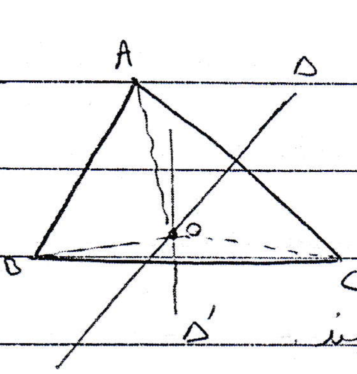
$5a-1+2a+1>a \Rightarrow 6a>0 \Rightarrow a>0$

$5a-1+a>2a+1 \Rightarrow 4a>2 \Rightarrow a>\frac{1}{2}$

$2a+1+a>5a-1 \Rightarrow 2a<2 \Rightarrow a<1$

$\Rightarrow \frac{1}{2}<a<1$

۲) ف: $\overset{\triangle}{ABC}$, رسم عمود منصف
ح: $\Delta \cap \Delta' \cap \Delta'' = O$



برهان: ابتدا عمود منصف دو ضلع BC و AC را رسم می‌کنیم.

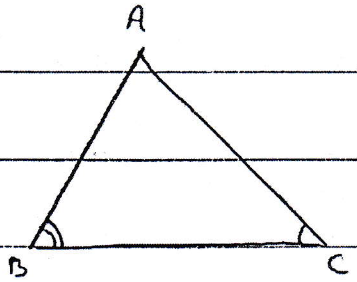
$\Delta \underset{2}{\perp} AC \Rightarrow AO=OC$

$\Delta' \underset{2}{\perp} BC \Rightarrow BO=OC$

$\Rightarrow AO=BO$

$\Leftarrow$ O روی عمود منصف AB قرار دارد $\Leftarrow$ عمود منصف‌ها همرسند.

۳) ف: $\overset{\triangle}{ABC}$, $\hat{B}>\hat{C}$
ح: $b>c$



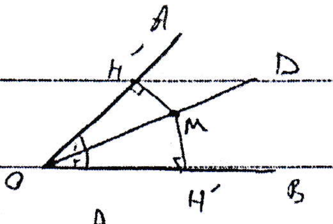
برهان خلف: فرض می‌کنیم حکم غلط است: $\overset{\triangle}{ABC}: b \ngtr c$

$b=c \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC}$ متساوی‌الساقین $\Rightarrow \hat{B}=\hat{C}$ ✗

$b<c \xRightarrow{\text{ضلع بزرگتر}} \hat{B}<\hat{C}$ ✗

چون به تناقض رسیدیم پس فرض خلف باطل و حکم درست است.

۴) ف: OD نیمساز ، M دلخواه
ح: $MH=MH'$

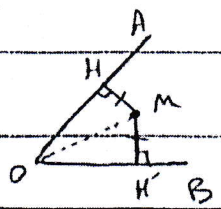


OD نیمساز $\Rightarrow \hat{O}_1=\hat{O}_2$

OM وتر مشترک

(وتر و یک زاویه) $\overset{\triangle}{OMH} \cong \overset{\triangle}{OMH'} \Rightarrow MH=MH'$

ف: $MH=MH'$ ، M دلخواه
ح: $\hat{O}_1=\hat{O}_2$



برهان: از M به O وصل می‌کنیم.

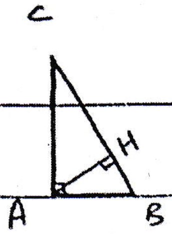
OM وتر مشترک

$MH=MH'$

(وتر و یک ضلع) $\overset{\triangle}{OMH} \cong \overset{\triangle}{OMH'} \Rightarrow \hat{O}_1=\hat{O}_2$

۵) ف | $\overset{\triangle}{ABC}(\hat{A}=90^\circ)$ ، AH ارتفاع

ح | $AH < \frac{AB+AC}{2}$



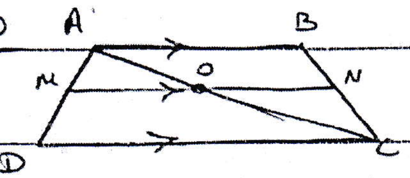
$\overset{\triangle}{ABH}: AH < AB$

$\overset{\triangle}{ACH}: AH < AC$

$\Rightarrow 2AH < AB+AC \Rightarrow AH < \frac{AB+AC}{2}$

) ف | $ABCD$ ذوزنقه، $AB \parallel MN \parallel CD$

ح | $AM.CN = BN.MD$



برهان: قطر AC را رسم می‌کنیم

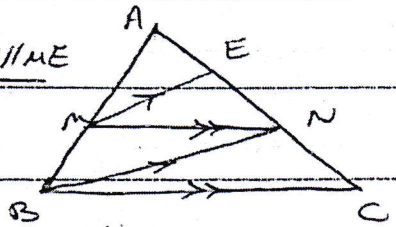
$\overset{\triangle}{ADC}: MO \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس جزء}} \frac{AM}{MD} = \frac{AO}{OC}$

$\overset{\triangle}{ABC}: NO \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس جزء}} \frac{BN}{NC} = \frac{AO}{OC}$

$\Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \Rightarrow AM.NC = BN.MD$

) ف | $\overset{\triangle}{ABC}$ ، $MN \parallel BC$ ، $BN \parallel ME$

ح | $AN^2 = AE.AC$



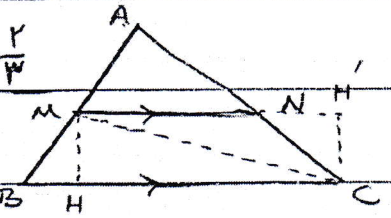
$\overset{\triangle}{ABC}: MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس جزء}} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ (1)

$\overset{\triangle}{ABN}: BN \parallel ME \xrightarrow{\text{تالس جزء}} \frac{AM}{AB} = \frac{AE}{AN}$ (2)

$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{AN}{AC} = \frac{AE}{AN} \Rightarrow AN^2 = AE.AC$

) ف | $\overset{\triangle}{ABC}$ ، $MN \parallel BC$ ، $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$

ح | $\frac{S_{\overset{\triangle}{CMN}}}{S_{BMNC}} = ?$



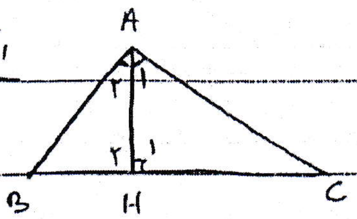
$\frac{S_{\overset{\triangle}{CMN}}}{S_{\overset{\triangle}{BMC}}} = \frac{\frac{1}{2}CH' \times MN}{\frac{1}{2}MH \times BC} = \frac{MN}{BC}$ (1)

$\overset{\triangle}{ABC}: MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس جزء}} \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{2}{5}$ (2)

$\Rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{CMN}}}{S_{\overset{\triangle}{BMC}}} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{S_{CMN}}{S_{\overset{\triangle}{CMN}} + S_{\overset{\triangle}{BMC}}} = \frac{2}{2+5} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{CMN}}}{S_{BMNC}} = \frac{2}{7}$

ف | $\overset{\triangle}{ABC}$ ، $\hat{A} = 90^\circ$ ، AH ارتفاع

ح | $AH^2 = BH.CH$



$\left\{\begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ \\ \hat{B} + \hat{A}_2 = 90^\circ \end{array}\right. \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}$

$\left\{\begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{B} \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \end{array}\right. \xrightarrow{\text{زز}} \overset{\triangle}{ABH} \sim \overset{\triangle}{ACH} \Rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{CH}{AH} \Rightarrow AH^2 = BH.CH$

به نام خدا

ونام خانوادگی:

تاریخ:

مدیریت آموزش وپرورش منطقه ٤ تهران

یه:

زمان:

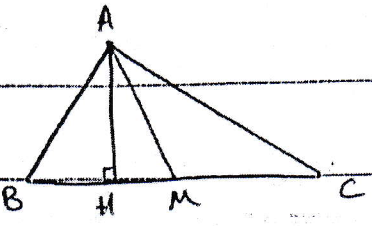
حان:

دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا

نمره:

۱۰) ف) $\overset{\triangle}{ABC}$ در $AB<AC$ و AH ارتفاع و AM میانه

ح) $AC^2-AB^2=2MH.BC$



$\overset{\triangle}{ACH}: AH^2+CH^2=AC^2$

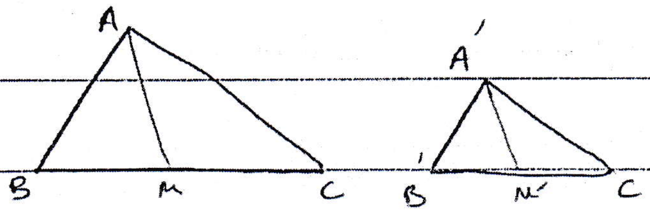
$\overset{\triangle}{ABH}: AH^2+BH^2=AB^2$

$\Rightarrow AC^2-AB^2=CH^2-BH^2=(BM-HM)^2-(CM+HM)^2$

$BM=CM \Rightarrow AC^2-AB^2=(\underbrace{BM-HM+CM+HM}_{2BM=BC})(\overbrace{BM+HM-CM+HM}^{2HM}) \Rightarrow AC^2-AB^2=2HM.BC$

) ف) $\overset{\triangle}{ABC}\sim\overset{\triangle}{A'B'C'}$

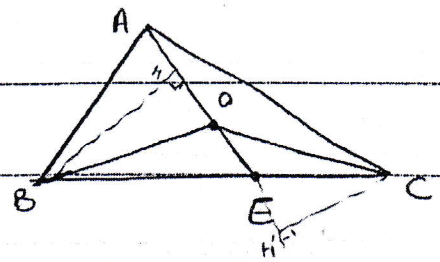
ح) $\frac{AM}{A'M'}=\frac{AB}{A'B'}=k$



$\overset{\triangle}{ABC}\sim\overset{\triangle}{A'B'C'} \Rightarrow \begin{cases}\hat{B}=\hat{B'}\\ AB=kA'B'\\ BC=kB'C' \xrightarrow{\text{نصف}} BM=kB'M'\end{cases}$ $\begin{cases}\frac{AB}{A'B'}=k\\ \hat{B}=\hat{B'}\\ \frac{BM}{B'M'}=k\end{cases}$ ضز ض $\Rightarrow \overset{\triangle}{ABM}\sim\overset{\triangle}{A'B'M'} \Rightarrow \frac{AM}{A'M'}=\frac{AB}{A'B'}=k$

) ف) $\overset{\triangle}{ABC}$ و E دلخواه و O دلخواه

ح) $\frac{OE}{AE}=?$



$\frac{S_{\overset{\triangle}{OCE}}}{S_{\overset{\triangle}{AEC}}}=\left(\frac{OE}{AE}\right)$

$\frac{S_{\overset{\triangle}{BOE}}}{S_{\overset{\triangle}{ABE}}}=\left(\frac{OE}{AE}\right)$

$\frac{OE}{AE}=\frac{S_{\overset{\triangle}{OCE}}}{S_{\overset{\triangle}{AEC}}}=\frac{S_{\overset{\triangle}{OBE}}}{S_{\overset{\triangle}{AEB}}} \Rightarrow \frac{OE}{AE}=\frac{S_{\overset{\triangle}{OCE}}+S_{\overset{\triangle}{OBE}}}{S_{\overset{\triangle}{AEC}}+S_{\overset{\triangle}{AEB}}}=\frac{S_{\overset{\triangle}{OBC}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}$

$\Rightarrow \frac{OE}{AE}=\frac{S'}{S}$