

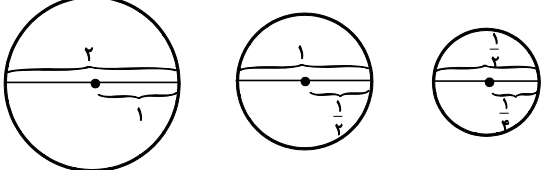
ش صندلی (ش داوطلب):	نام واحد آموزشی:	نخبگان علامه طباطبایی	نوبت امتحانی:	میان ترم اول	ساعت امتحان:	۷:۳۰ صبح
نام و نام خانوادگی:	پایه:	دهم	مقطع:	دوره دوم متوسطه	وقت امتحان:	۱۲۰ دقیقه
سئوال امتحان درس:	نام دبیر / دبیران:	گروه مولفان نخبگان	سال تحصیلی:	۱۳۹۶ - ۱۳۹۵	تعداد برگ سئوال:	۱ صفحه

شماره سوال	متن سوال	بارم
۱	در دنباله‌ای $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$ با شرط $a_1 = a_2 = 1$ جمله‌ی نهم این دنباله را بیابید.	۱
۲	در یک الگوی خطی جملات پنجم و هفدهم به ترتیب ۳ و ۲۷ می‌باشند. الف) جمله‌ی عمومی الگو را بیابید. ب) جمله‌ی پنجاهم را مشخص کنید. پ) جمله‌ی چندم الگو ۱۶۵ می‌باشد؟	۲
۳	در دنباله‌ای با جمله‌ی عمومی $a_n = 3n^2 - 7$ عدد $a_n = 430$ بین کدام دو جمله است؟	۱/۵
۴	در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی اول برابر ۱۰ و مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۱۱ است، جمله‌ی چهاردهم را بیابید.	۱/۵
۵	عدد ۱۱ اولین جمله از یک دنباله‌ی حسابی و اعداد ۴۴ و ۷۰۴ جملات دیگری از همان دنباله هستند. در حالتی که قدرنسبت این دنباله در بیش‌ترین مقدار ممکن است عدد ۷۰۴ چندمین جمله‌ی دنباله خواهد بود؟ (راه حل کاملاً تشریحی نوشته شود)	۱/۵
۶	بین دو عدد -۱ و ۴۷؛ (شروع جملات از عدد -۱) هفت واسطه‌ی حسابی درج کرده‌ایم، این واسطه‌ها را مشخص کنید.	۱
۷	اگر دنباله‌ی $a + 6, \dots, a - 2, a - 6, a - a, 2b - a$ یک دنباله‌ی هندسی باشد، مقدار $a - b$ را بیابید.	۱/۵
۸	دایره‌ای به قطر $AB = 2$ مفروض است. دایره‌ی دیگری رسم کنید که قطر آن با شعاع دایره‌ی مفروض برابر باشد و این عمل را ادامه می‌دهیم. معلوم کنید: الف) دایره‌ی مرتبه‌ی چندم دارای محیطی کم‌تر از $\frac{\pi}{1000}$ است؟ ب) از دایره‌ی مرتبه‌ی چندم به بعد، مجموع محیط‌های دایره‌های رسم شده بزرگ‌تر از $3/999\pi$ است؟	۱/۵
۹	جملات سوم و پنجم یک دنباله‌ی هندسی به ترتیب ۲۴ و $\frac{32}{3}$ می‌باشد جمله‌ی هفتم دنباله را مشخص کنید.	۱/۵
۱۰	در یک دنباله‌ی عددی، جملات سوم، هفتم و نهم می‌توانند سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند چندمین جمله‌ی این دنباله صفر است؟ (حل کاملاً تشریحی نوشته شود)	۱/۵
۱۱	کدام یک از عبارات زیر درست و کدام نادرست است؟ الف) مجموعه‌ی اعداد گویا بین ۰ و ۲ یک مجموعه‌ی متناهی است. ب) اگر A یک مجموعه‌ی متناهی و B یک مجموعه‌ی نامتناهی باشد، آن‌گاه مجموعه‌ی $A \cap B$ نامتناهی است. ج) اگر A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند آن‌گاه: $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ د) متمم مجموعه‌ی اعداد طبیعی نسبت به مجموعه‌ی اعداد صحیح مجموعه‌ی اعداد صحیح نامنفی است.	۲
۱۲	فرض کنید $U = [-3, 3]$ باشد. متمم مجموعه‌های $\{0, 2\}$ و $[0, 1]$ را به صورت اجتماع چند بازه نمایش دهید.	۱/۵
۱۳	یک باشگاه ورزشی ۷۰ عضو دارد، ۴۰ نفر عضو تیم فوتبال و ۲۵ نفر عضو تیم والیبال و ۵۵ نفر حداقل در یکی از این دو رشته فعالیت می‌کنند. الف) چند نفر در هر دو رشته فوتبال و والیبال فعالیت می‌کنند؟ ب) چند نفر در هیچ یک از این دو رشته فعالیت نمی‌کنند؟ ج) چند نفر فقط فوتبال بازی می‌کنند؟	۱/۵

دانش آموز گرامی جهت مشاهده پاسخ تشریحی آزمون امروز، به کانال بانک سوالات نخبگان مراجعه کنید.

<https://telegram.me/banksoalnokhbegan>

پاسخنامه

شماره سوال	متن پاسخ
۱	۱, ۱, ۲, ۳, ۵, ۸, ۱۳, ۲۱, ۳۴,
۲	$a_n = Kn + b$ $a_5 = 3$ $a_{17} = 27$ $\begin{cases} 5K + b = 3 \\ 17K + b = 27 \end{cases} \Rightarrow \boxed{a_n = 2n - 7}$ $\boxed{K = 2} \quad \boxed{b = -7}$ <p>(الف)</p> <p>(ب) $a_{50} = 2(50) - 7 = 93$</p> <p>(پ) $2n - 7 = 165 \Rightarrow \boxed{n = 86}$</p>
۳	بین جملات ۱۲ و ۱۳ قرار دارد $3n^2 - 7 = 430 \Rightarrow n = 13 / .6$
۴	$a_1 = 10$ $a_5 + a_6 = 11 \Rightarrow \frac{10}{1} + 4d + \frac{10}{1} + 5d = 11 \Rightarrow \boxed{d = -1}$ $a_7 = \frac{10}{1} + 3d \Rightarrow \boxed{a_7 = 7}$
۵	$a_1 = 11, a_m = 44, a_n = 704 \Rightarrow \begin{cases} 704 = 11 + (n-1)d \\ 44 = 11 + (m-1)d \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} (n-1)d = 693 \\ (m-1)d = 33 \end{cases} \Rightarrow \frac{n-1}{m-1} = 21 \Rightarrow n = 21m - 20, m > 1$ <p>از رابطه‌ی فوق، مقادیر صحیح m و n (جایگاه جملات) و از آن جا مقادیر مختلف d بدست می‌آید. مثلاً به ازای $m = 2$ داریم $n = 22$ و $d = 33$ (در این حالت قدرنسبت در بیش‌ترین مقدار ممکن است) یعنی اعداد ۱۱ و ۴۴ و ۷۰۴ در این حالت جملات اول و دوم و بیست و دوم از یک تصاعد عددی با قدرنسبت ۳۳ هستند.</p>
۶	$-1, \dots, 47$ $d = \frac{47-1}{8} = 6$ $m=7$ واسطه‌ها = ۵, ۱۱, ۱۷, ۲۳, ۲۹, ۳۵, ۴۱
۷	$(a-2)^2 = (a-6)(a+6) \Rightarrow a^2 + 4 - 4a = a^2 - 36 \Rightarrow \boxed{a = 10}$ $(a-6)^2 = (2b-a)(a-2) \Rightarrow \boxed{b = 6}$ $\boxed{a-b = 10-6 = 4}$
۸	 <p>(الف) محیط دایره = $2\pi r$</p> <p>تصادد هندسی $2\pi, \pi, \frac{\pi}{2}, \dots$</p> $a_n < \frac{\pi}{1000} \Rightarrow a_1 q^{n-1} < \frac{\pi}{1000}$ $2\pi \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} < \frac{\pi}{1000} \Rightarrow \frac{1}{2^{n-1}} < \frac{1}{2000} \Rightarrow 2 \dots < 2^{n-1}$ <p>از جمله‌ی دوازدهم به بعد $n-1 \geq 11 \Rightarrow \boxed{n \geq 12}$</p> <p>(ب) $S_n > \frac{3999\pi}{1000} \Rightarrow \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} > \frac{3999\pi}{1000}$</p>

$\frac{2n(1 - (\frac{1}{2})^n)}{1 - \frac{1}{2}} > \frac{3999}{1000} \Rightarrow 2^n > 4000 \Rightarrow \boxed{n \geq 12}$ <p>از جمله‌ی دوازدهم به بعد</p>	
$\left. \begin{aligned} a_3 &= 24 \rightarrow a_1 q^2 = 24 \\ a_5 &= \frac{32}{3} \rightarrow a_1 q^4 = \frac{32}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a_1 q^4}{a_1 q^2} = \frac{\frac{32}{3}}{24} \Rightarrow q^2 = \frac{4}{9}$ $a_7 = a_1 q^6 \qquad a_1 q^2 = 24 \Rightarrow a_1 \left(\frac{4}{9}\right)^3 = 24$ $a_7 = 54 \times \frac{64}{729} = \frac{128}{27} \qquad a_1 = 54$	۹
$a_3, a_5, a_7 \Rightarrow a_1 + 2d, a_1 + 4d, a_1 + 6d$ $(a_1 + 4d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 6d) \Rightarrow a_1^2 + 8ad + 16d^2 = a_1^2 + 8ad + 6d^2$ $10d^2 = 2ad \Rightarrow 10d = -a_1 \Rightarrow \underbrace{a_1 + 10d}_a = 0$ <p>$a_{11} = 0$ جمله‌ی یازدهم صفر است</p>	۱۰
<p style="text-align: center;">(الف) غلط (ب) غلط (ج) درست (د) غلط</p>	۱۱
$[-3, 3] - \{0, 2\} \Rightarrow [-3, 0) \cup (0, 2) \cup (2, 3]$ $[-3, 3] - [0, 1] = [-3, 0) \cup [1, 3]$	۱۲
$n(U) = 70 \qquad n(F \cup V) = 55$ $n(F) = 40 \qquad n(F \cup V) = n(F) + n(V) - n(F \cap V) \Rightarrow n(F \cap V) = 10$ $n(V) = 25 \qquad n(F \cup V)' = n(U) - n(F \cup V) = 15 \qquad n(F - V) = n(F) - n(F \cap V) = 30$	۱۳