

ش سندلی (ش داوطلب):	نام واحد آموزشی:	نخبگان علامه طباطبائی	نوبت امتحانی:	میان ترم دوم	ساعت امتحان:	۷:۳۰ صبح
نام و نام خانوادگی:	پایه:	دهم ریاضی - تجربی	مقطع:	دوره دوم متوسطه	وقت امتحان:	۱۰۰ دقیقه
سؤال امتحان درس:	نام دبیر / دبیران:	گروه مولفان نخبگان	سال تحصیلی:	۱۳۹۵ - ۱۳۹۶	تعداد برگ سئوال:	۱ صفحه

بارم	متن سوال
۳	معادلات درجه دوم زیر را از روش‌های خواسته شده حل نمایید. (الف) $2x^2 - 3 = -5x$ (روش $\Delta$ ) (ب) $x(x+2) = 3$ (مربع کامل) (ج) $2x^2 + 7x = -3$ (تجزیه)
۱/۵	نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور $y$ ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ و محور $x$ ها را در نقاطی به طول ۱- و ۲ قطع کرده است معادله‌ی این سهمی را بنویسید و رسم نمایید و خط تقارن آن را بیابید.
۱/۵	سن دو بردار ۳ سال باهم اختلاف دارد، اگر ۳ سال دیگر حاصل ضرب سن آن‌ها ۲۸ شود، سن هر کدام را بدست آورید.
۱/۵	به ازای چه مقادیری از $m$ ، سهمی $mx^2 + mx + 1$ همواره بالای محور $x$ ها قرار می‌گیرد؟
۱/۵	نامعادله‌ی زیر را حل کنید و مجموعه جواب را به صورت بازه نمایش دهید. $3 \leq 4x - \frac{1}{2} < 1$
۱/۵	تابع $f(x) = \begin{cases} 1-x & x \geq 0 \\ x^2 - 1 & x < 0 \end{cases}$ مفروض است. (الف) نمودار آن را رسم نمایید. (ب) دامنه و برد را بیابید. (ج) $f(f(\sqrt{2}+1))$ را بیابید.
۱	اگر $f(x) =  x $ باشد نمودار تابع $f(x-1) + 3$ را با استفاده از انتقال رسم کنید و دامنه و برد را مشخص کنید.
۱	در تابع خطی $f$ داریم: $f(1) = -1$ و $f(2) = 1$ ، نمایش جبری این تابع را بنویسید.
۱	دامنه و برد تابع $f = \{(2a-b, 3), (-1, 4), (2, 7), (1, a+2b)\}$ به ترتیب به صورت $\{-1, 2, 4, 1\}$ و $\{3, 4, 7, -8\}$ می‌باشد و $a$ و $b$ چه اعدادی می‌توانند باشند؟
۲	تابع بودن یا نبودن هر یک از موارد زیر را با ذکر دلیل مشخص نمایید. (الف) $f = \{(x, y)   x, y \in \mathbb{N}, x + 2y = 8\}$ (ب) $g = \{(x, y)   x, y \in \mathbb{Z},  x  +  y  = 2\}$ (ج) $h = \{(x, y)   x, y \in \mathbb{Z}, x^2 + y^2 = 9\}$ (د) $k = \{(x, y)   x, y \in \mathbb{Z}, x + y \leq 2\}$
۱/۵	با ارقام $\{0, 2, 5, 9\}$ (الف) چند عدد سه رقمی با ارقام غیر تکراری می‌توان نوشت؟ (ب) چند عدد سه رقمی زوج با ارقام غیر تکراری می‌توان نوشت؟
۱	گل فروشی در فروشگاه خود ۸ نوع گل مختلف دارد او در هر دسته ۲ تا ۴ شاخه گل متمایز قرار می‌دهد او چند دسته گل مختلف می‌تواند درست کند؟
۱	رمز یک گوشی موبایل از ۴ گزینه تشکیل شده است که دو گزینه‌ی اول اعداد غیر تکراری و دو گزینه‌ی دوم حروف انگلیسی هستند، تعداد حالت‌های ممکن را برای رمز این گوشی موبایل بدست آورید.
۱	اگر $P(n, 4) = 12 C(n-2, 2)$ باشد $n$ را بدست آورید.
۲۰	جمع نمرات

الف)  $Kan^2 + an - K = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 1 + 4K = 4q \quad (13) - 1$

$n_1, n_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm 2\sqrt{q}}{2K} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = -\frac{1}{K} \\ n_2 = \frac{1}{K} \end{cases} \quad (1)$

ب)  $n^2 + Kn - K = 0 \Rightarrow n^2 + Kn + 1 = K + 1$

$(\frac{-b}{2a})^2 = (\frac{-K}{2})^2 = 1 \quad (n+1)^2 = K \Rightarrow \begin{cases} (n+1) = \sqrt{K} \Rightarrow n = \sqrt{K} - 1 \\ (n+1) = -\sqrt{K} \Rightarrow n = -\sqrt{K} - 1 \end{cases} \quad (1)$

ج)  $Kan^2 + Vn + K = A$

$K(Kan^2 + Vn + K) = KA \Rightarrow K^2n^2 + V(Kn) + K^2 = KA$

$(Kn + K)(Kn + 1) = KA \quad (1)$

$K(n+K)(Kn+1) = KA$

$(n+K)(Kn+1) = A$

$y = an^2 + bn + c \quad (14) - 1$

A:  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow c = 1$

B:  $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow 0 = a - b + 1$

C:  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow 0 = Ka + Kb + 1$

$\Rightarrow \begin{cases} a - b = -1 \\ Ka + Kb = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Ka - Kb = -1 \\ Ka + Kb = -1 \end{cases}$

$2a = -1$

$a = -\frac{1}{2}$

$b = 1$

$y = -\frac{1}{2}n^2 + n + 1$

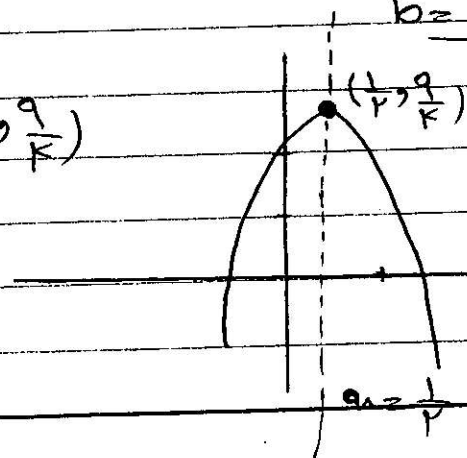
$n = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{-1} = -1$

$\Rightarrow \text{max } y = \left(-\frac{1}{2}, \frac{9}{8}\right)$

$y = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 1 = \frac{9}{8}$

$a = -\frac{1}{2} < 0 \Rightarrow \text{max } y$

$n = \frac{1}{-1} \quad \text{خط قاع}$



۱/۵ -۳

$$x - y = k \Rightarrow x = k + y$$

$$(x+k)(y+k) = 1 \Rightarrow (x+k) \times x = 1 \Rightarrow x^2 + kx - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x+k)(x-k) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+k=0 \Rightarrow x=-k \\ x-k=0 \Rightarrow x=k \end{cases} \Rightarrow \boxed{y=1}$$

۱/۵ -۳

$$mx^2 + mx + 1$$

①  $\Delta < 0 \Rightarrow m^2 - 4m < 0 \Rightarrow m=0, m=4$

②  $a > 0 \Rightarrow m > 0$  ①

③  $0 < m < 4 \Rightarrow 1 \cap 2 \Rightarrow \boxed{0 < m < 4}$

۱/۵ -۵

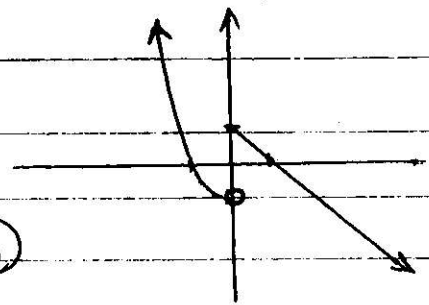
$$k \left| kx - \frac{1}{k} \right| - 1 \leq \frac{1}{k} \Rightarrow k \left| kx - \frac{1}{k} \right| \leq \frac{1}{k} + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k \left| kx - \frac{1}{k} \right| \leq \frac{k}{k} \xrightarrow{:k} \left| kx - \frac{1}{k} \right| \leq \frac{1}{k} \Rightarrow -\frac{1}{k} \leq kx - \frac{1}{k} \leq \frac{1}{k}$$

$$\xrightarrow{+\frac{1}{k}} 0 \leq kx \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x \leq \frac{1}{k} \Rightarrow x \in \left[ 0, \frac{1}{k} \right]$$

۱/۵ -۷

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & x \geq 0 \\ x^k - 1 & x < 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l|l} x & 0 \\ y & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l|l} x & 0 \\ y & -1 \end{array}$$



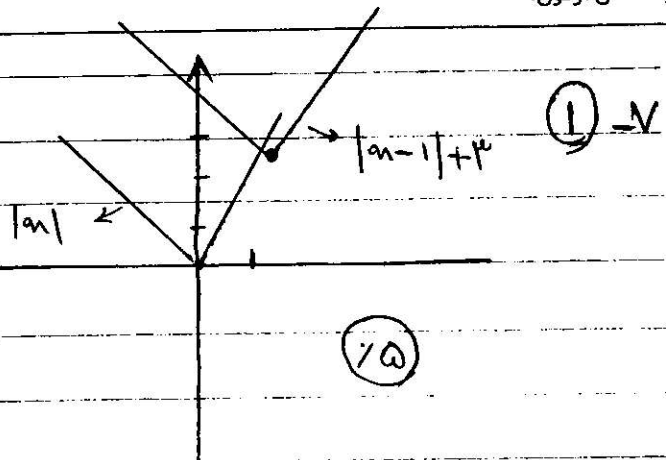
$\Rightarrow D_f = \mathbb{R}, R_f = \mathbb{R}$  ۱/۵

ج)  $f(\sqrt{k}+1) = 1 - (\sqrt{k}+1) = -\sqrt{k}$  ۱/۵

$f(f(\sqrt{k}+1)) = f(-\sqrt{k}) = (-\sqrt{k})^k - 1 = k - 1 = 1$

$f(x) = |x|$

$f(x-1) + 3 = |x-1| + 3$



دامنه  $D = \mathbb{R}$   
 $f(x-1) + 3$

بر  $R = [3, +\infty)$

(۱۵)

(۱۵)

۱ - A

$f(1) = -1 \Rightarrow A \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 + 1}{2 - 1} = 2$

$f(2) = 1 \Rightarrow B \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

$y - y_0 = m(x - x_0)$

$y - 1 = 2(x - 2) \Rightarrow y = 2x - 3$

(۱۵)

۱ - A

$\begin{cases} 2a - b = 4 \\ a + 2b = -1 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} 2a - b = 4 \\ -2a - 4b = 17 \end{cases}$

$-5b = 21 \Rightarrow b = -4.2$  و  $a = 0$

(۱۵)

(۲۵)

(۲۵)

۲ - ۱۰

الف) تابع است زیرا نمودار آن یک خط راست است که اگر خط موازی محور  $y$  را رسم کنیم خط افق و فقط در یک نقطه قطع می‌کنیم تابع است. (۱۵)

ب)  $|x| + |y| = 2 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = \pm 2 \Rightarrow \{(0, 2), (0, -2), \dots\}$   
تابع نیست زیرا برخلاف تعریف تابع بودن برای  $x = 0$  دو مقدار  $y$  داریم (۱۵)

ج)  $x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = \pm 3 \Rightarrow \{(0, 3), (0, -3), \dots\}$   
تابع نیست (۱۵)

د)  $x + y \leq 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y \leq 1 \Rightarrow \{(1, 0), (1, -1), \dots\}$   
تابع است (۱۵)

۱۱ - با ارقام ۰ و ۲ و ۵ و ۹

$$2 \times 3 \times 3 \times 2 = 18 \quad \text{حالت } (25) \quad (15)$$

اگر رقم سمت راست ۲ باشد ← حالت (25)  $2 \times 2 \times 1 = 4$  (ب)

اگر رقم سمت راست ۵ باشد ← حالت (25)  $2 \times 2 \times 1 = 4$

لذا در کل ۱۰ عدد می توان نوشت

۱۲ - (1)

$$\binom{1}{4} + \binom{1}{3} + \binom{1}{2} = \frac{1!}{4!4!} + \frac{1!}{3!5!} + \frac{1!}{2!6!}$$

$$= 70 + 57 + 28 = 154 \quad (25)$$

۱۳ - (1)

$$10 \times 9 \times 27 \times 27$$

$$P(n, 4) = 12 C(n-2, 2) \quad (1) \quad 14$$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = 12 \times \frac{(n-2)!}{2!(n-4)!} \quad (25)$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-4)!} = 12 \times \frac{(n-2)!}{2!(n-4)!} \quad (25)$$

$$n(n-1) = 6 \Rightarrow n^2 - n - 6 = 0 \quad (25)$$

$$(n-3)(n-2) = 0$$

$$n-3 = 0 \Rightarrow n = 3 \quad (25)$$

$$n-2 = 0 \Rightarrow n = 2 \quad \text{و } 0 \text{ و } 1$$