

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۹۶/۱۰/۰۶

نام مدرسه:

نام درس: ریاضی ۱ دهم

توجه! لطفا سوالات را در کادر مشخص شده پاسخ دهید. (پاسخ های خارج از کادر تصحیح نخواهد شد)

سوال ۱

(۱ نمره)

درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

الف- می توان دو مجموعه نامتناهی یافت که یکی زیرمجموعه ی دیگری باشد.

ب- اگر $\cos x > 0$ و $\sin x < 0$ آن گاه انتهای کمان x در ناحیه چهارم مثلثاتی قرار دارد.

ج- دنباله ای وجود ندارد که هم حسابی باشد و هم هندسی

د- $\sin 75^\circ = \sin 45^\circ + \sin 30^\circ$

سوال ۲

(۱ نمره)

جای خالی در هر بخش را با عبارت مناسب پر کنید.

الف- $\sqrt[3]{359}$ بین دو عدد صحیح و قرار دارد.ب- مقایسه کنید $\left(\frac{-1}{2}\right)^3$ و $\left(\frac{-1}{2}\right)^5$ ج- حاصل عبارت $\sin^2 15^\circ + \sin^2 30^\circ + \cos^2 15^\circ + \cos^2 45^\circ$ برابر است باد- حاصل $\sqrt[4]{(\sqrt{3} - 2)^4}$ برابر است با

سوال ۳

(۱ نمره)

اگر $A = \{x: x \in \mathbb{R}, 2 \leq x < 4\}$ و $B = (3, +\infty)$ مجموعه های $A \cap B$, $A - B$ را به صورت بازه نشان دهید.

سوال ۴

(۱ نمره)

در یک مجتمع فرهنگی سی نفری، دوازده نفر در کلاس نقاشی ثبت نام کرده اند و هفت نفر در کلاس خط. اگر سیزده نفر هنوز در هیچ یک از دو کلاس ثبت نام نکرده باشند چند نفر در هر دو کلاس ثبت نام کرده اند؟

نام و نام خانوادگی:

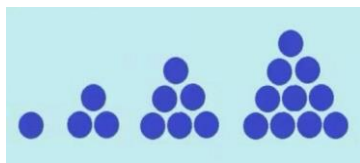
تاریخ آزمون: ۹۶/۱۰/۰۶

نام مدرسه:

نام درس: ریاضی ۱ دهم

سوال ۵

(۱,۵ نمره)



الگوی شکلی مقابل را در نظر بگیرید.

الف- آیا این الگو خطی است؟ چرا؟

ب- شکل بیستم این دنباله از چند دایره تشکیل شده است؟ جمله عمومی آن را مشخص کنید.

ج- چندمین شکل این دنباله از ۶۶ دایره تشکیل شده است؟

سوال ۶

(۱ نمره)

جملات دوم و پنجم یک دنباله هندسی به ترتیب ۳ و ۲۴ است.

الف- قدر نسبت و جمله اول این دنباله را به دست آورید.

ب- جمله بیستم این دنباله را بیابید.

سوال ۷

(۱,۵ نمره)

یک مثلث متساوی الساقین با اندازه ساق ۶ داریم که زاویه پای ساق های آن ۷۵ درجه است.

الف- مساحت آن را بیابید. ب- اندازه طول ارتفاع وارد بر ساق آن را بیابید.

ج- به کمک محاسبه طول قطعات ایجاد شده توسط ارتفاع روی ساق، مقدار $\tan 15^\circ$ را محاسبه کنید.

سوال ۸

(۱ نمره)

اگر $\sin \alpha = \frac{-5}{13}$ و زاویه ای در ناحیه سوم مثلثاتی باشد $\tan \alpha$ و $\cos \alpha$ را به دست آورید.

سوال ۹

(۱ نمره)

معادله خطی را بنویسید که با جهت مثبت محور طولها زاویه ۶۰ درجه می سازد و از نقطه $(1, \sqrt{3})$ نیز می گذرد.

(۱ نمره)

سوال ۱۰

$$1 - \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = \sin x$$

درستی اتحاد روبرو را بررسی کنید

(۳،۵ نمره)

سوال ۱۱

حاصل عبارات زیر را به ساده ترین صورت، گزارش کنید.

$$\text{الف) } \sqrt{9 + 16} \times \sqrt[3]{7\sqrt{7}} \times \sqrt[3]{7} \times \sqrt[3]{7} =$$

$$\text{ب) } \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} \times (\sqrt{3} + 1) =$$

$$\text{ج) } (\sqrt{2} - 1)^3 =$$

$$\text{د) } \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-5} + \frac{2}{x^2 - 8x + 15} =$$

$$\text{ه) } \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} - \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} =$$

(۱/۵ نمره)

سوال ۱۲

عبارت های روبرو را به صورت حاصل ضرب ساده ترین عوامل، تجزیه کنید.

$$\text{الف) } 3x^2 - 4x + 1 =$$

$$\text{ب) } x^2 - y^2 + 4x + 4 =$$

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۹۶/۱۰/۰۶

نام مدرسه:

نام درس: ریاضی ۱ دهم

سوال ۱۳

(۱ نمره)

فقط به یکی از دو پرسش زیر پاسخ دهید.

الف- معادله $x^2 - 6x - 7 = 0$ را با روش مربع کامل ساختن و یا با روش کلی Δ حل کنید	ب- اگر $a + b = 7$ و $ab = 12$ حاصل $a^3 + b^3$ را به کمک اتحادها بیابید.
---	---

سوال ۱۴

(۱,۵ نمره)

فقط به یکی از دو پرسش زیر پاسخ دهید.

الف- سهمی به معادله $y = x^2 - 4x + 1$ را رسم کرده و معادله محور تقارن و مختصات راس آن را بیابید.	ب- در دنباله هندسی $\dots, 4, x + 1, x - 1, x$ ابتدا مجهول را یافته و سپس بین جملات سوم و چهارم آن، دو واسطه حسابی درج کنید.
---	--

سوال ۱۵

(۱,۵ نمره)

فقط به یکی از دو پرسش زیر پاسخ دهید.

الف- سنگی توسط منجنیق از بالای ساختمانی به سمت بالا پرتاب می شود. ارتفاع آن از سطح زمین بر حسب زمان توسط معادله زیر بیان می شود: $h = -5t^2 + 20t + 25$ ارتفاع ساختمان، ارتفاع اوج سنگ نسبت به زمین و زمان رسیدن به سطح زمین را بیابید.	ب- اگر X زاویه ای حاده باشد و $\cot X = 2$ حاصل عبارت زیر را بیابید. $\frac{2 \cos x - \sin x}{3 \sin x + \cos x}$
--	---

توجه! لطفا سوالات را در کادر مشخص شده پاسخ دهید. (پاسخ های خارج از کادر تصحیح نخواهد شد)

(۱ نمره)

سوال ۱

درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. (هر بخش ۰/۲۵ نمره)

الف- می توان دو مجموعه نامتناهی یافت که یکی زیرمجموعه ی دیگری باشد. درست مثلا $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

ب- اگر $\cos x > 0$ و $\sin x < 0$ آن گاه انتهای کمان x در ناحیه چهارم مثلثاتی قرار دارد. درست

ج- دنباله ای وجود ندارد که هم حسابی باشد و هم هندسی. نادرست مثلا $5, 5, 5, 5, \dots$

د- $\sin 75^\circ = \sin 45^\circ + \sin 30^\circ$ نادرست $\sin 75^\circ \neq 0.7 + 0.5 = 1.2$

(۱ نمره)

سوال ۲

جای خالی در هر بخش را با عبارت مناسب پر کنید. (هر بخش ۰/۲۵ نمره)

الف- $\sqrt[3]{359}$ بین دو عدد صحیح و قرار دارد. $8^3 = 512$ $7^3 = 343$ $6^3 = 216$

ب- مقایسه کنید $\left(\frac{-1}{2}\right)^3$ ($<$) $\left(\frac{-1}{2}\right)^5$

ج- حاصل عبارت $\sin^2 15^\circ + \sin^2 30^\circ + \cos^2 15^\circ + \cos^2 45^\circ$ برابر است با $1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$

د- حاصل $\sqrt[4]{(\sqrt{3}-2)^4}$ برابر است با $2 - \sqrt{3}$

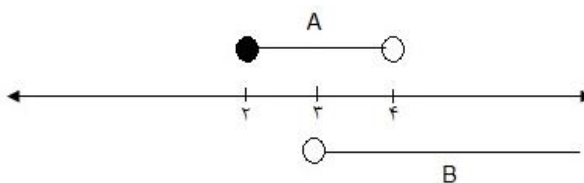
(۱ نمره)

سوال ۳

اگر $A = \{x: x \in \mathbb{R}, 2 \leq x < 4\}$ و $B = (3, +\infty)$ مجموعه های $A \cap B, A - B$ را به صورت بازه نشان دهید.

$A \cap B = (3, 4)$ (۰/۵ نمره)

$A - B = [2, 3]$ (۰/۵ نمره)



(۱ نمره)

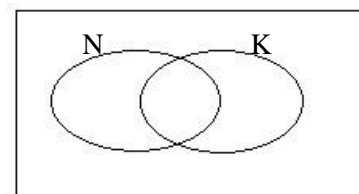
سوال ۴

در یک مجتمع فرهنگی سی نفری، دوازده نفر در کلاس نقاشی ثبت نام کرده اند و هفت نفر در کلاس خط. اگر سیزده نفر هنوز در هیچ یک از دو کلاس ثبت نام نکرده باشند چند نفر در هر دو کلاس ثبت نام کرده اند؟

(راه حل ۰/۵ نمره، جواب نهایی ۰/۵ نمره)

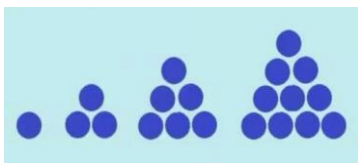
$$n(N' \cap K') = 13 \rightarrow n(n \cup k) = 30 - 13 = 17$$

$$n(N \cup K) = n(N) + n(K) - n(N \cap K) \Rightarrow 17 = 12 + 7 - n(N \cap K) \Rightarrow n(N \cap K) = 2$$



سوال ۵

(۱,۵ نمره)



الگوی شکلی مقابل را در نظر بگیرید.

الف- آیا این الگو خطی است؟ چرا؟

ب- شکل بیستم این دنباله از چند دایره تشکیل شده است؟ جمله عمومی آن را مشخص کنید.

ج- چندمین شکل این دنباله از ۶۶ دایره تشکیل شده است؟

الف خیر - زیرا فاصله ها ثابت نموده است. (۰/۵ نمره)

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2} \quad a_{20} = 1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210 \quad (۰/۲۵)$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 66 \rightarrow n(n+1) = 132 = 11 \times 12 \rightarrow \text{یازدهمین شکل} \quad (۰/۵)$$

سوال ۶

(۱ نمره)

جملات دوم و پنجم یک دنباله هندسی به ترتیب ۳ و ۲۴ است.

الف- قدر نسبت و جمله اول این دنباله را به دست آورید.

ب- جمله بیستم این دنباله را بیابید.

$$a_2 = 3, a_5 = 24 \rightarrow a_1 d = 3, a_1 d^4 = 24 \rightarrow d^3 = 8 \rightarrow d = 2 \quad (۰/۲۵), a_1 = \frac{3}{2} \quad (۰/۲۵)$$

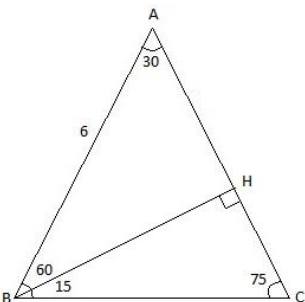
$$a_{20} = a_1 d^{19} = \frac{3}{2} \times 2^{19} = 3 \times 2^{18} \quad (۰/۲۵)$$

سوال ۷

(۱,۵ نمره)

یک مثلث متساوی الساقین با اندازه ساق ۶ داریم که زاویه پای ساق های آن ۷۵ درجه است.

الف- مساحت آن را بیابید. ب- اندازه طول ارتفاع وارد بر ساق آن را بیابید.

ج- به کمک محاسبه طول قطعات ایجاد شده توسط ارتفاع روی ساق، مقدار $\tan 15^\circ$ را محاسبه کنید.

$$\hat{B} = \hat{C} = 75^\circ \rightarrow \hat{A} = 30^\circ \quad S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 30^\circ = 9 \quad (۰/۵)$$

$$\sin 30^\circ = \frac{BH}{AB} \quad \text{یا} \quad S = \frac{1}{2} BH \times AC \rightarrow 9 = \frac{1}{2} BH \times 6 \rightarrow BH = 3 \quad (۰/۵)$$

$$AH = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3} \rightarrow CH = 6 - 3\sqrt{3} \rightarrow \tan 15^\circ = \frac{CH}{BH} = \frac{6 - 3\sqrt{3}}{3} = 2 - \sqrt{3} \quad (۰/۵)$$

سوال ۸

(۱ نمره)

اگر $\sin \alpha = \frac{-5}{13}$ و α زاویه ای در ناحیه سوم مثلثاتی باشد $\tan \alpha$ و $\cos \alpha$ را به دست آورید.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \frac{25}{169} + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{144}{169} \rightarrow \cos \alpha = -\frac{12}{13} \quad (۰/۲۵) \text{ علامت و } (۰/۲۵) \text{ اندازه}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{5}{13}}{-\frac{12}{13}} = \frac{5}{12} \quad (۰/۲۵)$$

سوال ۹

(۱ نمره)

معادله خطی را بنویسید که با جهت مثبت محور طولها زاویه ۶۰ درجه می سازد و از نقطه $(1, \sqrt{3})$ نیز می گذرد.

$$\alpha = +60^\circ \rightarrow m = \tan \alpha = \sqrt{3} \quad (۰/۵)$$

$$y = \sqrt{3}x + b \rightarrow 1 = \sqrt{3} \times \sqrt{3} + b \rightarrow b = -2 \quad (۰/۵) \quad y = \sqrt{3}x - 2$$

(۱ نمره)

سوال ۱۰

$$1 - \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = \sin x$$

درستی اتحاد روبرو را بررسی کنید

راه حل ۰/۵ نمره و رسیدن به جواب پایانی ۰/۵ نمره

$$1 - \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = \frac{1 + \sin x - \cos^2 x}{1 + \sin x} = \frac{1 - \cos^2 x + \sin x}{1 + \sin x} = \frac{\sin^2 x + \sin x}{\sin x + 1} = \frac{\sin x (\sin x + 1)}{(\sin x + 1)} = \sin x$$

(۳،۵ نمره)

سوال ۱۱

حاصل عبارات زیر را به ساده ترین صورت، گزارش کنید.

الف) $\sqrt{9+16} \times \sqrt[3]{7\sqrt{7}} \times \sqrt[3]{7} \times \sqrt[3]{7} = 5 \times 7^{\frac{1}{3}} \times 7^{\frac{1}{3}} \times 7^{\frac{1}{3}} = 5 \times 7 = 35$ (۰/۲۵) جواب نهایی (۰/۲۵)

ب) $\sqrt{4-2\sqrt{3}} \times (\sqrt{3}+1) = \sqrt{4-2\sqrt{3}} \times \sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{16-12} = \sqrt{4} = 2$ (۰/۱۵)

ج) $(\sqrt{2}-1)^3 = 2\sqrt{2}-6+3\sqrt{2}-1 = 5\sqrt{2}-7$ (۰/۱۵)

د) $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-5} + \frac{2}{x^2-8x+15} = \frac{x-5-x+3+2}{(x-3)(x-5)} = 0$ (۰/۲۵)

ه) $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} = \frac{1 \times (\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)}{(\sqrt[3]{2}-1)(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)} - \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{2-1} - \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} = 1$ (۰/۲۵) نمره (۰/۲۵)

(۱/۵ نمره)

سوال ۱۲

عبارت های روبرو را به صورت حاصل ضرب ساده ترین عوامل، تجزیه کنید.

الف) $3x^2 - 4x + 1 = (x-1)(3x-1)$ (۰/۲۵) جواب آخر (۰/۲۵)

ب) $x^2 - y^2 + 4x + 4 = (x^2 + 4x + 4) - y^2 = (x+2)^2 - y^2 = (x+2+y)(x+2-y)$ (۰/۲۵) جواب آخر (۰/۲۵)

(۱ نمره)

سوال ۱۳

فقط به یکی از دو پرسش زیر پاسخ دهید.

الف- معادله $x^2 - 6x - 7 = 0$ را با روش مربع کامل ساختن و یا با روش کلی Δ حل کنید

ب- اگر $a + b = 7$ و $ab = 12$ حاصل $a^3 + b^3$ را به کمک اتحادها بیابید.

راه حل ۰/۵ نمره و جواب نهایی ۰/۵ نمره

$x^2 - 6x - 7 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 9 = 16 \rightarrow (x - 3)^2 = 4^2$

$\rightarrow x - 3 = \pm 4 \rightarrow x = 7, -1$

یکی از دو راه حل (۰/۵) و جواب نهایی (۰/۵)

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 28}}{2} = \frac{6 \pm 8}{2} = 7, -1$

$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 7^3 - 3 \times 12 \times 7 = 91$

(۱,۵ نمره)

سوال ۱۴

فقط به یکی از دو پرسش زیر پاسخ دهید.

الف- سهمی به معادله $y = x^2 - 4x + 1$ را رسم کرده و معادله محور تقارن و مختصات راس آن را بیابید.

ب- در دنباله هندسی ... $x - 1, x + 1, x + 4, \dots$ ابتدا مجهول را یافته و سپس بین جملات سوم و چهارم آن، دو واسطه حسابی درج کنید.

$y = x^2 - 4x + 1 \rightarrow y = (x - 2)^2 - 3$

محور تقارن: $x = 2$ ، راس سهمی: $(2, -3)$

(۰/۵)

$(x - 1)(x + 4) = (x + 1)^2$ (۰/۵)

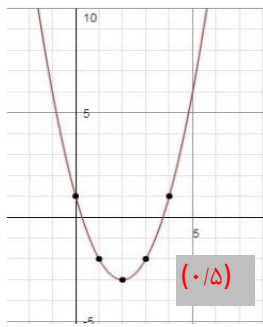
$x^2 + 3x - 4 = x^2 + 2x + 1 \rightarrow x = 5$ (۰/۵)

$4, 6, 9, \frac{27}{2}, \frac{81}{4}, \dots$

$a_1 = 9, a_2 = \frac{27}{2} = a_1 + 3d \rightarrow d = \frac{3}{2}$

$9, 9 + \frac{3}{2} = \frac{21}{2}, 9 + \frac{6}{2} = 12, 9 + \frac{9}{2} = \frac{27}{2}$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)



x	۱	۲	۳
y	-۲	-۳	-۲

(۱,۵ نمره)

سوال ۱۵

فقط به یکی از دو پرسش زیر پاسخ دهید.

الف- سنگی توسط منجنیق از بالای ساختمانی به سمت بالا پرتاب می شود. ارتفاع آن از سطح زمین بر حسب زمان توسط معادله زیر بیان می شود:

$h = -5t^2 + 20t + 25$ ارتفاع ساختمان، ارتفاع اوج سنگ نسبت به زمین و زمان رسیدن به سطح زمین را بیابید.

ب- اگر x زاویه ای حاده باشد و $\cot x = 2$ حاصل عبارت زیر را بیابید.

ارتفاع ساختمان: $-5 \times 0^2 + 20 \times 0 + 25 = 25$ (۰/۵ نمره)

ارتفاع اوج = راس سهمی $= -5 \times 2^2 + 20 \times 2 + 25 = 45$ (۰/۵ نمره)

$h = 0 \rightarrow -5t^2 + 20t + 25 = 0 \rightarrow t^2 - 4t - 5 = 0$

$\rightarrow t = -1, 5 \rightarrow t = 5$ (۰/۵)

راه حل های مختلف ۱ نمره و جواب نهایی ۰/۵ نمره

مثلا می توانند سایر نسبت ها را حساب کنند.

$$\frac{2 \cos x - \sin x}{3 \sin x + \cos x} \rightarrow \cos x = 2 \sin x$$

$$\frac{2 \cos x - \sin x}{3 \sin x + \cos x} = \frac{4 \sin x - \sin x}{3 \sin x + 2 \sin x} = \frac{3 \sin x}{5 \sin x} = \frac{3}{5}$$

