

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	سوالات امتحان درس: ریاضی ۱ - خردادماه ۹۷
نام دبیر: کوشکی	تاریخ امتحان: ۹۷/۳/۱۹	دهم ریاضی و تجربی
کلاس:	نام و نام خانوادگی:	دبیرستان غیر دولتی کمال آموزش و پرورش منطقه ۸ شهرتهران

ردیف	سوالات	بارم
۱	اگر $A \subset B$ باشد، کدام رابطه صحیح است؟ الف) $A \cup B = B$ ب) $A \cup B = A$ ج) $A \cup B = \emptyset$ د) $A - B' = B$	۰/۵
۲	در یک دنباله $a_4 = 4$ و $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 7$ جمله ی هفتم دنباله کدام است؟ الف) ۸ ب) ۱۷ ج) ۵ د) ۴۴	۰/۵
۳	الف) در یک دنباله ی حسابی $a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 = 60$ است. مقدار a_7 برابر است. ب) تعداد جملات مثبت دنباله ی $a_n = 50 - 3n$ برابر است.	۰/۵
۴	الف) اگر $\tan x = \frac{5}{12}$ و $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ باشد، حاصل عبارت $A = 26\sin x - 13\cos x$ برابر است. ب) مقدار $\sin(15^\circ)$ برابر است.	۰/۵
۵	بیشترین مقدار و کمترین مقدار عبارت $A = \cos^2 x - 6\cos x + 10$ را حساب کنید.	۱
۶	حاصل عبارت $A = \frac{5 \sin 18^\circ - \sin(-18^\circ) + \sin 162^\circ - 2 \sin 198^\circ}{\cos(-72^\circ) + 3 \cos 108^\circ + \sin 342^\circ}$ را به دست آورید.	۱
۷	اگر $\frac{x}{x^2 + 1} = \frac{1}{5}$ و $x > 1$ ، مقدار عددی عبارت $2x^4 + \frac{2}{x^4}$ را بدست آورید.	۱
۸	مخرج کسر $\frac{2x^2 - 2}{\sqrt[3]{x - 1}}$ را گویا کنید و حاصل را به ساده ترین صورت بنویسید.	۱
۹	نمودار سهمی $y = -x^2 + 2x$ را رسم کنید و مقدار ماکزیمم یا مینیمم آنرا تعیین کنید.	۱
۱۰	حدود k را طوری بدست آورید که معادله $(k-2)x^2 - (2k+1)x + k + 5 = 0$ ریشه حقیقی نداشته باشد.	۱

((ادامهء سوالات در پشت صفحه))

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	سوالات امتحان درس: ریاضی ۱ - خردادماه ۹۷
نام دبیر: کوشکی	تاریخ امتحان: ۹۷/۳/۱۹	دهم ریاضی و تجربی
کلاس:	نام و نام خانوادگی:	دبیرستان غیر دولتی کمال آموزش و پرورش منطقه ۸ شهرتهران

۱	مقادیر a و b را طوری بیابید که رابطه ی زیر یک تابع باشد. $R = \{(2, 3), (3, 4), (2, 2a-b), (3, a-3b), (4, 7)\}$	۱۱
۱	رابطه $y^2 + 5y - 2x = 0$ روی اعداد حقیقی تعریف شده است. تابع بودن یا نبودن آنرا مشخص کنید.	۱۲
۱/۵	تابع $f(x) = x-2 + \frac{ x+3 }{x+3} - 5$ را به صورت یک تابع چند ضابطه ای نوشته و سپس به کمک رسم نمودار برد آنرا تعیین کنید.	۱۳
۱	در تابع خطی $f(x) = ax + b$ داریم $f(2) = 5$ و $f(x+2) = 2 + f(x)$. ضابطه $f(x)$ را بیابید.	۱۴
۱	اگر $f(\frac{3x}{x-2}) = 4x^2 - 7x$ ضابطه $f(x)$ را بیابید.	۱۵
۱	به چند طریق می توان ۴ کتاب متفاوت فیزیک و ۳ کتاب متفاوت ریاضی و ۵ کتاب متفاوت شیمی را در یک قفسه کنار هم چید به طوری که: الف) کتاب های ریاضی کنار هم و کتاب های فیزیک کنار هم باشند. ب) کتاب های هم موضوع کنار هم باشند.	۱۶
۱	به کمک فرمول ترکیب ثابت کنید تعداد قطرهای یک n ضلعی محدب برابر $\frac{n(n-3)}{2}$ است.	۱۷
۱	مقدار n را از تساوی $c(n, 2) + p(n, 1) = 15$ بیابید.	۱۸
۱	اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، ثابت کنید A' و B' نیز مستقل هستند.	۱۹
۱/۵	اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند و $P(A') + P(B') = \frac{13}{10}$ باشد. مطلوبست محاسبه ی احتمال اینکه لا اقل یکی از این دو پیشامد رخ دهد.	۲۰
۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) علم آماری ب) سرشماری	۲۱
۲۰		

۱- گزینه ی ۵) $A - B = B$ (۷۵)

۲- گزینه ی ۱) $a_f = f \rightarrow a_d = d \rightarrow a_y = \Lambda \rightarrow a_v = 14$ (۷۵)

۳- الف) $a_v + (a_d + a_f) + (a_y + a_\Lambda) = 40 \Rightarrow 5a_v = 40 \Rightarrow a_v = 14$ (۷۵)

ب) $a_n = 50 - 3n > 0 \Rightarrow 3n < 50 \Rightarrow n < \frac{50}{3} \Rightarrow$ جمله ۱۶ (۷۵)

۴- الف) $A = 24\left(\frac{5}{13}\right) - 12\left(-\frac{12}{13}\right) = -10 + 12 = 2$ (۷۵)

ب) $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos^2 \alpha}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}}$ (۷۵)

۵- $A = (\cos x - 3)^2 + 1 \rightarrow -1 \leq \cos x \leq 1 \rightarrow -f \leq \cos x - 3 \leq -2$

$\rightarrow f \leq (\cos x - 3)^2 \leq 14 \Rightarrow \begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ \min & \max \end{matrix} \begin{matrix} A \\ \leq 14 \end{matrix}$ (۱)

۶- $A = \frac{5 \sin 18^\circ + \sin 18^\circ + \sin 18^\circ + 3 \sin 18^\circ}{\sin 18^\circ - 3 \sin 18^\circ - \sin 18^\circ} = \frac{9 \sin 18^\circ}{-3 \sin 18^\circ} = -3$ (۷۵)

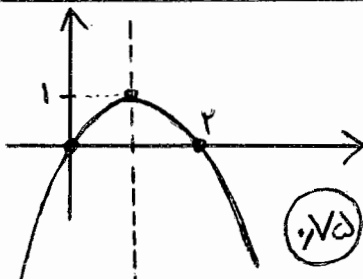
۷- $\frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{d} \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = d \Rightarrow x + \frac{1}{x} = d \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = d^2 - 2 = 23$ (۷۵)

$2x^2 + \frac{2}{x^2} = 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2 = 2(23 - 2) = 40$ (۷۵)

۸- $\frac{2(x-1)(x+1)(\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1)} = \frac{2(x-1)(x+1)(\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1)}{x-1} = 2(x+1)(\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1)$ (۷۵)

$y = -x^2 + 2x$

x	0	1	2
y	0	1	0



$y_{\max} = 1$ (۷۵)

۱۰

$$\Delta < 0 \Rightarrow (fK + fK + 1) - f(K + 3K - 10) < 0 \quad (15)$$

$$fK^2 + fK + 1 - fK^2 - 12K + f_0 < 0$$

$$-12K + f_1 < 0 \Rightarrow K > \frac{f_1}{12} \quad (15)$$

$$\begin{cases} 2a - 3b = 3 \\ a - 2b = f \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a - b = 3 \\ -2a + 4b = -1 \end{cases}$$

$$\Delta b = -\Delta \rightarrow \boxed{a = 1} \quad (15)$$

$$\boxed{b = -1} \quad (15)$$

$$y^2 + \Delta y - 2x = 0 \xrightarrow{\text{مثال تقص}} x = 0 \Rightarrow y^2 + \Delta y = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = -\Delta \end{cases}$$

تابع نمی باشد (1)

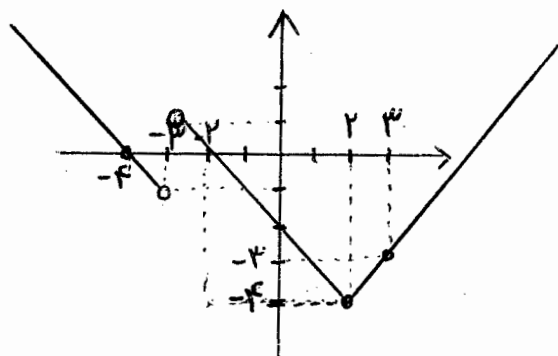
$$f(x) = \begin{cases} -x - f & x < -f \\ -x - f & -f < x \leq f \\ x - f & f < x \end{cases}$$

x	$-f$	f
y	0	-1

x	$-f$	f
y	1	$-f$

x	f	f
y	$-f$	$-f$

(15)



$$R_f = [-f, +\infty) \quad (15)$$

$$f(x) = ax + b$$

$$f(2) = \Delta \rightarrow \Delta = 2a + b$$

$$f(x+2) = 2 + f(x) \rightarrow ax + 2a + b = 2 + ax + b \rightarrow \boxed{a = 1} \quad (15)$$

$$\Rightarrow \boxed{b = 3} \quad (15)$$

$$\boxed{f(x) = x + 3} \quad (15)$$

$$f\left(\frac{3x}{x-2}\right) = f(x)^2 - vx$$

$$\frac{3x}{x-2} = t \Rightarrow tx - 2t = 3x \Rightarrow (t-3)x = 2t \Rightarrow x = \frac{2t}{t-3} \quad (15)$$

$$f(t) = f\left(\frac{2t}{t-3}\right)^2 - v\left(\frac{2t}{t-3}\right) \Rightarrow f(x) = \frac{14x^2 - 14x(x-3)}{(x-3)^2} \quad (15)$$

$$n(B) = ۳! \times ۴! \times ۵! \times ۳! \quad (۷۵)$$

ب

$$\begin{aligned} \text{تعداد قطر} &= \binom{n}{۲} - \text{تعداد اضلاع} = \binom{n}{۲} - n = \frac{n!}{(n-۲)! \times ۲!} - n \quad (۱) \quad (۱۷) \\ &= \frac{n(n-1)}{۲} - n = \frac{n^2 - ۲n}{۲} = \frac{n(n-۲)}{۲} \quad \square \end{aligned}$$

$$\frac{n!}{۲!(n-۲)!} + \frac{n!}{(n-1)!} = ۱۵ \Rightarrow \frac{n(n-1)}{۲} + n = ۱۵ \quad (۷۵)$$

-۱۸

$$\Rightarrow n^2 - n + ۲n = ۳۰ \Rightarrow n^2 + n - ۳۰ = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{قوة } n = ۵ \\ \text{عقوة } n = -۶ \end{cases} \quad (۷۵)$$

فرض: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

-۱۹

$$\begin{aligned} P(A' \cap B') &= P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) \\ &= P(A') - P(B) + P(B) \times P(A) = P(A') - P(B)[1 - P(A)] \\ &= P(A')[1 - P(B)] = P(A') \times P(B') \quad \square \quad (۱) \end{aligned}$$

$$P(A \cap B) = 0 \quad (۷۵)$$

-۲۰

$$P(A') + P(B') = \frac{۱۳}{۱۰} \Rightarrow 1 - P(A) + 1 - P(B) = \frac{۱۳}{۱۰} \Rightarrow P(A) + P(B) = \frac{۷}{۱۰} \quad (۷۵)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{۷}{۱۰} \quad (۷۵)$$

۲۱- الف) علمی نه به روشهای جمع آوری اطلاعات و سازماندهی و تجزیه و تحلیل آنها می پردازد. (۷۵)

ب) اگر مطالعه‌ی آماری بر روی تمام اعضای جامعه‌ی آماری صورت بگیرد، سرشماری اتفاق افتاده است. (۷۵)