



۱- اگر $p(A) = \frac{2}{5}$ و $p(B) = \frac{3}{5}$ و $p(A \cup B) = \frac{4}{5}$ ، در این صورت $p(A \cap B')$ را محاسبه کنید. (۲/۵ نمره)

۲- تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد کوچک‌تر از ۴، سه برابر احتمال وقوع هر عدد بزرگ‌تر یا مساوی ۴ است. اگر در یک پرتاب این تاس، A پیشامد وقوع عددی زوج باشد، $P(A)$ را بیابید. (۲/۵ نمره)

۳- احتمال این که در یک فرآیند شیمیایی ماده A واکنش نشان دهد $\frac{1}{6}$ است و همین احتمال برای ماده B برابر با $\frac{1}{3}$ است. البته اگر ماده B واکنش نشان دهد، احتمال واکنش دادن ماده A به $\frac{1}{4}$ می‌رسد. با چه احتمالی فقط یکی از این دو ماده واکنش نشان می‌دهند؟ (۲/۵ نمره)

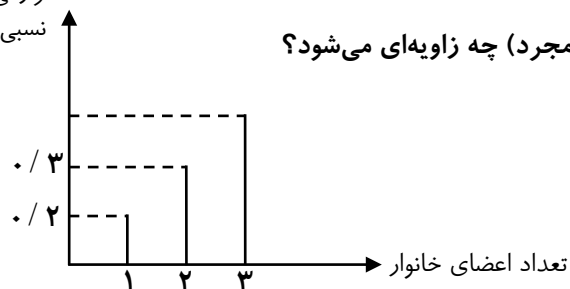
۴- یک سکه را پرتاب می‌کنیم و اگر پشت بیاید ۳ سکه دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم. در این آزمایش احتمال این که دقیقاً یک سکه رو ظاهر شود، چقدر است؟ (۲/۵ نمره)

۵- احتمال قبولی دو نفر در کنکور به ترتیب ۸۰٪ و ۵۰٪ است. چقدر احتمال دارد حداقل یکی از این دو نفر در کنکور قبول شوند؟ (۲ نمره)

۶- فراوانی نسبی داده‌ای در بین ۳۰ داده موجود، مساوی ۰/۱ است، ۱۰ داده دیگر به داده‌ها اضافه می‌کنیم، فراوانی نسبی داده فوق برابر ۰/۲ می‌شود. مشخص کنید چه تعداد از داده‌های جدید برابر با داده مفروض هستند؟ (۲ نمره)

۷- نمودار میله‌ای زیر، مربوط به فراوانی نسبی خانوارهای یک نفره، دو نفره و سه نفره است، مطلوب است: (۲ نمره)

فراوانی نسبی



الف) اگر تعداد خانوارهای دو نفره ۳۰ خانوار باشد، تعداد خانوارهای سه‌نفره را به دست آورید.

ب) در رسم نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی قطاع مربوط به خانوارهای یک نفره (مجرد) چه زاویه‌ای می‌شود؟

۸- در عملیات مربوط به محاسبه میانگین ۳۰ داده آماری به جای عدد ۲۵ به اشتباه عدد ۵۲ لحاظ کرده‌ایم، میانگین ۱۹ شده است. میانگین درست داده‌ها چه عددی است؟ (۲ نمره)

۹- داده‌های ۱۷ و ۱۹ و ۱۴ و ۲۰ و ۱۸ و ۱۴ و ۱۳ و ۹ و ۱۱ و ۱۲ و ۷ مفروض‌اند، میانگین داده‌های بین چارک اول و چارک سوم چقدر با میانگین کلی اختلاف دارد؟ (۲ نمره)



سال تحصیلی ۹۸-۹۷

-۱

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow$$

$$p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = \frac{1}{5}$$

$$p(A \cap B') = p(A - B) = p(A) - p(A \cap B) = \frac{1}{5}$$

-۲

$$\begin{cases} P(1) = P(2) = P(3) = 3\omega \\ P(4) = P(5) = P(6) = \omega \\ A = \{2, 4, 6\} \end{cases}$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \Rightarrow 12\omega = 1 \Rightarrow \omega = \frac{1}{12}$$

$$P(A) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$$

-۳

$$P(A) = \frac{1}{6}, P(B) = \frac{1}{3}, P(A|B) = \frac{1}{4}$$

از احتمال شرطی فوق می توان احتمال اشتراک را تعیین نمود؛ یعنی:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{1}{3}} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

حال برای محاسبه احتمال واکنش نشان دادن فقط یکی از A و B داریم:

$$P((A - B) \cup (B - A)) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} - 2 \times \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$$

-۴

$$P(A) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\binom{4}{1}}{\binom{3}{1}} = \frac{11}{16}$$

سکه اول "پشت" بیاید سکه اول "رو" بیاید

-۵

احتمال خواسته شده یعنی احتمال قبولی حداقل یکی از این دو نفر، مربوط به $P(A \cup B)$ می شود، یعنی:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

دقت شود که قبولی این دو نفر در کنکور مستقل از هم است، پس $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ ؛ در نتیجه:

$$P(A \cup B) = 0.8 + 0.5 - 0.8 \times 0.5 = 0.9$$

-۶

ابتدا در حالت اولیه، فراوانی داده مورد نظر با به دست می آوریم:

$$\text{فراوانی نسبی} = \frac{\text{فراوانی}}{\text{کل}} \Rightarrow 0.1 = \frac{\text{فراوانی}}{3.0} \Rightarrow \text{فراوانی} = 3$$



حال فرض می‌کنیم x داده از داده‌های جدید از این نوع هستند، در نتیجه:

$$\frac{3+x}{30+10} = 0.2 \Rightarrow 3+x = 8 \Rightarrow x = 5$$

یعنی ۵ داده از بین ۱۰ داده اضافه شده برابر با این داده هستند.

-۷

الف) از تعریف فراوانی نسبی استفاده می‌کنیم:

$$\text{فراوانی نسبی} = \frac{\text{فراوانی}}{\text{کل}} \Rightarrow 0.3 = \frac{30}{n} \Rightarrow n = \frac{30}{0.3} \Rightarrow n = 100$$

حال با توجه به این که مجموع فراوانی‌های نسبی باید یک باشد پس:

$$0.2 + 0.3 + x = 1 \Rightarrow x = 0.5$$

یعنی تعداد خانوارهای سه نفره برابر است با:

$$0.5 = \frac{f}{100} \Rightarrow f = 50$$

ب) برای تعیین زاویه مرکزی در نمودار دایره‌ای از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\alpha_i = \frac{\text{فراوانی}}{\text{کل}} \times 360 \Rightarrow \alpha_i = \text{فراوانی نسبی} \times 360 \Rightarrow \alpha_i = 0.2 \times 360 \Rightarrow \alpha_i = 72^\circ$$

۸- ابتدا مجموع داده‌های غلط را حساب می‌کنیم:

$$\text{مجموع قدیم} = 19 \times 30 = 570 \Rightarrow \text{میانگین} \times \text{تعداد} = \text{مجموع قدیم}$$

حال عدد اشتباه را اصلاح می‌کنیم:

$$\text{مجموع جدید} = 570 - 52 + 25 = 543$$

حال میانگین جدید را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{543}{30} = 18.1$$

۹- ابتدا میانگین کلی را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{7+12+\dots+17}{11} = \frac{154}{11} = 14$$

حال داده‌ها را به صورت صعودی می‌نویسیم.

$$\underbrace{7, 9, 11, 12, 13, 14}_{\text{نیمه اول}}, \underbrace{14, 17, 18, 19, 20}_{\text{نیمه دوم}}$$

بنابراین $Q_1 = 11$, $Q_3 = 18$ است، بنابراین میانگین داده‌های بین Q_1 و Q_3 را حساب می‌کنیم:

$$\bar{a} = \frac{12+13+14+14+17}{5} = 14$$

یعنی اختلاف آن‌ها صفر است.