

ش سندلی (ش داوطلب)

نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی

نوبت امتحانی: دی ماه ۱۳۹۷

ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح

نام و نام خانوادگی:

نام پدر:

پایه: یازدهم

رشته: رشته‌های: ریاضی

وقت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

تاریخ امتحان: ۱۹ / ۱۰ / ۱۳۹۷

سال تحصیلی: ۱۳۹۸ - ۱۳۹۷

تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

سؤال امتحان درس: آمار و احتمال

نام دبیر/ دبیران:

بارم

۱/۵

۱- مفاهیم زیر را بنویسید :

الف) دامنه گزاره‌نما (ب) قوانین جذب یا همپوشانی در مجموعه‌ها (ج) پیش‌آمد ساده

۱/۵

۲- از طریق جدول درستی هم‌ارزی زیر را ثابت کنید.

$$(P \Leftrightarrow q) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

۱/۲۵

۳- از طریق جبر گزاره‌ها ثابت کنید گزاره زیر همواره درست است.

$$[(p \vee q) \wedge \sim p] \Rightarrow q$$

۱/۵

۴- با فرض $A = \{1, 2, 3\}$ ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کرده و سپس نقیض هر کدام را بنویسید.

الف) $\forall x \in A : \frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2$ ب) $\exists x \in A ; \forall y \in A : x^2 + 2y < 10$

۱/۲۵

۵- مثالهایی از مجموعه‌های دلخواه A, B, C بیاورید که برای آن‌ها حکم‌های زیر درست باشند.

الف) $A \in B, A \subseteq B$ ب) $A \in B, B \in C, A \in C$

۱/۲۵

۶- برای هر مجموعه دلخواه مانند A مجموعه مرجع U ثابت کنید.

الف) $\emptyset \subseteq A$ ب) $A \subseteq A$

۲/۲۵

۷- از طریق جبر مجموعه‌ها ثابت کنید :

الف) $(A - B) \cup (A \cap C) = A - (B - C)$

ب) $A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B$

۱

۸- مجموعه‌های $A = \{2^K \mid K \in \mathbb{N}, K \leq 2\}$ و $B = [-1, 2]$ مفروضند نمودارهای $A \times B$ و B^2 را در دستگاه دکارتی رسم کنید.

۱

۹- اگر $C \neq \emptyset$ و $A \times C \subseteq B \times C$ باشد ثابت کنید : $A \subseteq B$

۱/۵

۱۰- دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم مطلوب است تعیین :

الف) پیشامد A که عدد ظاهر شده روی یکی از تاسها مربع عدد ظاهر شده روی تاس دیگر باشد.

ب) پیشامد B که دقیقاً روی یکی از تاسها عدد ۴ ظاهر شده باشد.

پ) پیشامد C آن است که A اتفاق بیافتد ولی B اتفاق نیافتد.

۲/۲۵

۱۱- عددی به تصادف از مجموعه $S = \{100, 101, \dots, 400\}$ انتخاب می‌کنیم مطلوبست محاسبه احتمال آن که :

الف) عدد انتخابی بر ۴ یا ۵ بخش پذیر باشد.

ب) عدد انتخابی حداقل یک رقم تکراری داشته باشد.

۱/۲۵

۱۲- دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S داشته باشیم: $P(A - B) = \frac{3}{7}$ و $P(B - A) = \frac{4}{7}$ در این صورت مطلوبست محاسبه $P(A \cup B)$ و $P(A \cap B)$

۰/۷۵

۱۳- اگر A پیشامدی از فضای نمونه‌ای S باشد در اینصورت ثابت کنید :

$$P(A') = 1 - P(A)$$

۱۴- در پرتاب یک تاس، احتمال مشاهده هر عدد، متناسب با همان عدد است. اگر این تاس را به هوا پرتاب کنیم، مطلوبست احتمال

اینکه :

الف) عدد ۴ ظاهر شود.

ب) عدد کمتر از ۴ ظاهر شود.

ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح	نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی	راهنمای تصحیح درس: آمار و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۹ / ۱۰ / ۱۳۹۷	پایه: یازدهم	نوبت امتحانی: دی ماه ۱۳۹۷
تعداد برگ راهنمای تصحیح: ۲ برگ	سال تحصیلی: ۱۳۹۸ - ۱۳۹۷	رشته: رشته‌های: ریاضی - تجربی

۱۲

۱- هر قسمت (۰/۵)

-۲

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$\sim p$	$(\sim p \vee q)$	$(q \Rightarrow p)$	$(\sim p \vee q) \wedge (q \Rightarrow p)$
T	T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	F	T	F
F	T	F	T	T	F	F
F	F	T	T	T	T	T

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/) (۰/۲۵)

$\boxed{1} \equiv \boxed{2}$

-۳

(۰/۵) (۰/۲۵)

$$[(p \vee q) \wedge \sim p] \Rightarrow q \equiv \sim [(p \wedge \sim p) \vee (q \wedge \sim p)] \vee q \equiv \sim (q \wedge \sim p) \vee q$$

F

$$\equiv (\sim q \vee p) \vee q \equiv (\sim q \vee q) \vee p \equiv T \vee p \equiv T$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$\exists x \in A : \frac{x^2 - 4}{x - 2} \neq x + 2 \quad (۰/۵)$$

۴- الف) به ازاء $x = 2$ نادرست است (۰/۲۵)

$$\forall x \in A : \exists y \in A : x^2 + 2y \geq 10 \quad (۰/۵)$$

ب) درست است کافی است $x = 1$ باشد (۰/۲۵)

$$A = \{1\}, B = \{\{1\}\}, C = \{\{1\}, \{\{1\}\}\} \quad (۰/۷۵) \quad \text{ب)}$$

۵- الف) $A = \emptyset$ و $B = \{\emptyset\}$ (۰/۵)

$$\forall x : (x \in A \Rightarrow x \in A) \quad \text{طبق تعریف زیر مجموعه (۰/۷۵)}$$

۶- الف) ویژگی ۳ از کتاب (۰/۷۵)

(۰/۲۵) (۱)

در گزاره شرطی (۱) چون مقدم و تالی هم‌ارز می‌باشند پس همواره درست است در نتیجه $A \subseteq A$ (۰/۲۵)

۷- الف)

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$\text{طرف اول} = (A \cap B') \cup (A \cap C) = A \cap (B' \cup C) = A \cap (B \cap C)' = A - (B - C)$$

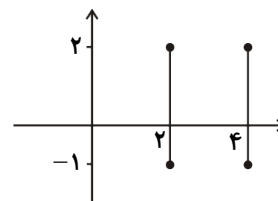
ب)

$$A \cup B = A \cap B \quad \left. \begin{array}{l} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cap A} (A \cup B) \cap A = (A \cap B) \cap A \Rightarrow A = A \cap B \\ \xrightarrow{\cap B} (A \cup B) \cap B = (A \cap B) \cap B \Rightarrow B = A \cap B \end{array} \\ \text{جذب} \quad (۰/۵) \quad (۰/۲۵) \quad (۰/۲۵) \end{array} \right\} \Rightarrow A = B \quad (۰/۲۵)$$

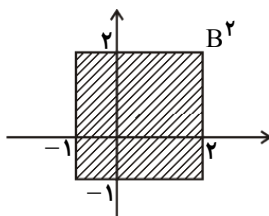
-۸

$$A = \{2, 4\}$$

$$A \times B = \{(x, y) | x \in \{2, 4\}, -1 \leq y \leq 2\}$$



$$B^2 = \{(x, y) | -1 \leq x, y \leq 2\}$$



۹- اگر $A = \emptyset$ باشد حکم اثبات است پس فرض کنیم $A \neq \emptyset$

$$\left. \begin{array}{l} \forall x \in A \\ C \neq \emptyset \end{array} \right\} \Rightarrow (x, y) \in A \times C \left. \begin{array}{l} \text{چون } \exists y \in C \\ \text{فرض } A \times C \subseteq B \times C \end{array} \right\} \Rightarrow (x, y) \in B \times C \Rightarrow x \in B \quad A \subseteq B$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

پس $A \subseteq B$

۱۰- الف) $A = \{(1, 1), (2, 4), (4, 2)\}$ (۰/۵)

ب) $B = \{(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 6), (1, 4), (2, 4), (3, 4), (5, 4), (6, 4)\}$ (۰/۵)

ج) $A \cap B' = A - B = \{(1, 1)\}$ (۰/۵)

-۱۱

$A = \{x \in s \mid \text{بر } 4 \text{ بخش پذیر است}\}$ $n(A) = \left[\frac{400}{4} \right] - \left[\frac{99}{4} \right] = 76$

$B = \{x \in s \mid \text{بر } 5 \text{ بخش پذیر است}\}$ $n(B) = \left[\frac{400}{5} \right] - \left[\frac{99}{5} \right] = 61$ (۰/۵)

$A \cap B = \{x \in s \mid \text{بر } 20 \text{ بخش پذیر است}\}$ $n(A \cap B) = \left[\frac{400}{20} \right] - \left[\frac{99}{20} \right] = 16$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{76+61+16}{301} = \frac{153}{301}$ (۰/۲۵)

ب)

$C: n(C') = 3 \times 9 \times 8 = 216 \Rightarrow$ پیشامد آن که حداقل یک رقم تکرار باشد: C (۰/۵)

$P(C) = 1 - P(C') = 1 - \frac{216}{301} = \frac{85}{301}$ (۰/۲۵)

-۱۲

$$\left. \begin{array}{l} P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{3}{7} \\ P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{7} \end{array} \right\} \Rightarrow P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 1$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

$\Rightarrow P(A \cup B) - P(A \cap B) = 1$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow 0 \leq P(A \cup B) = 1 + P(A \cap B) \leq 1$ $\begin{cases} P(A \cap B) = 0 \\ P(A \cup B) = 1 \end{cases}$ (۰/۲۵)

۱۳- قضیه کتاب درسی (۰/۷۵)

-۱۴

$S = \{1, 2, \dots, 6\}$	پیشامد	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	(۰/۵)
	احتمال	x	2x	3x	4x	5x	6x	

$P(1) + P(2) + \dots + P(6) = 1 \Rightarrow 21x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{21}$ (۰/۲۵)

الف) $P(4) = \frac{4}{21}$ (۰/۲۵)

ب) $P(\{1, 2, 3\}) = P(1) + P(2) + P(3) = 6x = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$ (۰/۵)