



 جمهوری اسلامی ایران وزارت آموزش و پرورش آموزش و پرورش ناحیه ۴		دبیرستان دخترانه امام رضا علیه السلام (دوره دوم) - واحد ۷		 دبیرستان امام رضا علیه السلام بنیاد فکری جمهوری	
نام و نام خانوادگی:		تعداد سئوالات: ۱۶		تعداد صفحات: ۴	
نام درس:		وقت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه		تاریخ برگزاری: ۹۷/۱۰/۲۶	
آمار و احتمال		رشته: ریاضی		پایه: یازدهم	
ردیف	سوالات				بارم
۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) مجموعه جواب گزاره نما ب) فضای نمونه ای با احتمال غیر هم شانس پ) گزاره مرکب ت) فضای نمونه				۲
۲	پرسش های چهار گزینه ای: * کدام یک از گزاره های زیر همواره دارای ارزش درست است؟ الف) $T \wedge p$ ب) $(p \vee q) \Rightarrow p$ ج) $(p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim q$ د) $p \wedge (p \Rightarrow q)$ ** کدام گزینه نادرست است؟ الف) اگر A و B دو مجموعه ی دلخواه باشند، آنگاه $(B - A) \subseteq B$ ب) اگر $(A \cup B) = \phi$ باشد، آنگاه هر دو مجموعه ی A و B تهی هستند. ج) اگر A و B دو مجموعه ی دلخواه باشند، آنگاه همواره $(A \cap B) \subseteq (A \cup B)$. د) اگر $(A \cap B) = A$ باشد، آنگاه $(A - B) = A$ *** اگر گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ نادرست و r گزاره ای دلخواه باشد، کدام گزاره زیر همواره درست است؟ الف) $p \Rightarrow (q \wedge r)$ ب) $\sim q \Rightarrow \sim p$ ج) $(p \wedge \sim q) \vee r$ د) $(p \vee \sim q) \wedge r$ **** در مجموعه ها، گزاره $\forall x \in B \Rightarrow x \notin A$ ، نشان دهنده کدام مورد زیر است؟ الف) $B \subseteq A$ ب) $A \subseteq \bar{B}$ ج) $A \subseteq B$ د) $\bar{A} \subseteq B$				۱/۵
۳	از بین پاسخ های موجود در کادر جاهای خالی را پر کنید. (سه پاسخ اضافی است). عمومی ، ناسازگار ، برآمد ، احتمال ، وجودی ، آمار ، پیشامد الف) دو پیشامد A و B که رخ دادن همزمان آن ها محال است، هستند . ب) به هر عضو فضای نمونه یک می گویند. پ) بررسی یک نمونه نامعلوم از یک جامعه معلوم را علم می نامند. ت) گزاره نمای شامل متغیر x که با سور همراه می شود، وقتی درست است که مجموعه جواب آن تهی نباشد.				۱

ردیف	ادامه ی سوالات	بارم
۴	عکس نقیض گزاره شرطی مقابل را بنویسید و سپس ارزش آن را تعیین کنید. $(x > 5 \vee x < -5) \Rightarrow x^2 > 25$	۰/۷۵
۵	با استفاده از جدول ارزش گزاره ها درستی عبارت مقابل را بررسی کنید. $[(p \vee q) \wedge \sim p] \Rightarrow q \equiv T$	۱
۶	ابتدا ارزش هر یک از گزاره های زیر را تعیین کنید و سپس نقیض هر یک را بنویسید. الف) 25 مربع کامل نیست، اگر و تنها اگر، ۹ زوج است. ب) $(\frac{2}{3} = \frac{8}{12}) \wedge (a \notin \{a, b, c\})$	۱
۷	ابتدا گزاره زیر را با نماد های \forall یا \exists بنویسید؛ سپس با بیان دلیل ارزش آن را تعیین کنید. پس از آن نقیض گزاره را با نماد های \forall یا \exists نشان دهید. "حاصل جمع هر عدد حقیقی مثبت با معکوسش بزرگتر یا مساوی ۲ است."	۱
۸	با استفاده از جبر مجموعه ها درستی تساوی روبه رو را بررسی کنید. $(A \cap B) - (A \cap C) = A \cap (B - C)$	۱
۹	با استفاده از روش عضوگیری دلخواه، خاصیت توزیع پذیری "U" نسبت به "∩" را ثابت کنید.	۱/۲۵

بارم	ادامه ی سوالات	ردیف
۱	اگر ۲ عضو از اعضای مجموعه A را حذف کنیم، از تعداد زیرمجموعه های آن، 384 واحد کم می شود. مجموعه A چند عضو دارد؟	۱۰
۱	مجموعه $\{a, b, c, d, e\}$ را به چند طریق می توان به ۳ زیرمجموعه افزایش کرد؟	۱۱
۱/۲۵	<p>با توجه به مجموعه های داده شده هریک از حاصل ضرب های دکارتی $A \times B$ و B^2 را تشکیل داده و نمودار های آن ها را رسم کنید.</p> <p>$A = \{-1, 3\}$, $B = [-2, 4]$</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="199 996 790 1534"> </div> <div data-bbox="853 996 1444 1534"> </div> </div>	۱۲
۲	<p>از مجموعه اعداد طبیعی دورقمی، یک عدد به تصادف انتخاب می کنیم. مطلوبست احتمال آن که :</p> <p>(الف) عدد انتخابی نه بر ۲ بخش پذیر باشد و نه بر ۳.</p> <p>(ب) عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد.</p>	۱۳

بارم	ادامه ی سوالات	ردیف
۱/۵	تاسی به گونه ای ساخته شده است که احتمال روشن شدن هر عدد متناسب با تعداد مقسوم علیه های آن عدد است. اگر این تاس را به هوا پرتاب کنیم، احتمال اینکه عدد مشاهده شده، اول باشد را تعیین کنید.	۱۴
۱/۲۵	در یک تجربه تصادفی، $S = \{x, y, z\}$ فضای نمونه ای است. $P(x), P(y), P(z)$ یک دنباله حسابی با قدرنسبت $\frac{1}{7}$ تشکیل می دهند، $P(\{x, z\})$ را به دست آورید.	15
۱/۵	الف) اصول احتمال را بیان کنید. ب) ثابت کنید: اگر A, B, C پیشامدهای دو به دو ناسازگار باشند، آن گاه $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$	۱۶
۲۰	جمع:	
	در پناه پروردگار مهربان، پیروز و سربلند باشید.	

	دبیرستان دخترانه امام رضا علیه السلام (دوره دوم) - واحد ۷		پاسخنامه درس: آمار و احتمال رشته: ریاضی پایه: یازدهم	 جمهوری اسلامی ایران وزارت آموزش و پرورش آموزش و پرورش تاجیه ۴
نام دبیر: فرحناز امیدوار طهرانی تعداد سئوالات:	کلاس: ۱۱۵۱			
بارم ۲ ۱/۵ ۱	سوالات			ردیف
	مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) مجموعه جواب گزاره نما: مجموعه عضوهایی از دامنه متغیر که به ازای آنها گزاره نما تبدیل به گزاره درست می شود. ب) فضای نمونه ای با احتمال غیر هم شانس: هرگاه حداقل دو پیشامد ساده از فضای نمونه ای احتمالی نابرابر داشته باشند، فضای نمونه با احتمال غیر هم شانس داریم. پ) گزاره مرکب: از ترکیب دو یا چند گزاره توسط رابط های گزاره ای (ادات ربط) گزاره مرکب حاصل می شود. ت) فضای نمونه: مجموعه شامل همه برآمدهای ممکن یک آزمایش تصادفی را فضای نمونه نام دارد و با S نشان می دهیم.			۱
	پرسش های چهار گزینه ای: * کدام یک از گزاره های زیر همواره دارای ارزش درست است؟ الف) $T \wedge p$ ب) $(p \vee q) \Rightarrow p$ ج) $(p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim q$ د) $p \wedge (p \Rightarrow q)$ ** کدام گزینه نادرست است؟ الف) اگر A و B دو مجموعه ی دلخواه باشند، آنگاه $(B - A) \subseteq B$ ب) اگر $(A \cup B) = \phi$ باشد، آنگاه هر دو مجموعه ی A و B تهی هستند. ج) اگر A و B دو مجموعه ی دلخواه باشند، آنگاه همواره $(A \cap B) \subseteq (A \cup B)$ د) اگر $(A \cap B) = A$ باشد، آنگاه $(A - B) = A$ *** اگر گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ نادرست و r گزاره ای دلخواه باشد، کدام گزاره زیر همواره درست است؟ الف) $p \Rightarrow (q \wedge r)$ ب) $\sim q \Rightarrow \sim p$ ج) $(p \wedge \sim q) \vee r$ د) $(p \vee \sim q) \wedge r$ **** در مجموعه ها، گزاره $\forall x \in B \Rightarrow x \notin A$ ، نشان دهنده کدام مورد زیر است؟ الف) $B \subseteq A$ ب) $A \subseteq B$ ج) $A \subseteq \bar{B}$ د) $\bar{A} \subseteq B$			۲
	از بین پاسخ های موجود در کادر جاهای خالی را پر کنید. (سه پاسخ اضافی است). <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> عمومی ، ناسازگار ، برآمد ، احتمال ، وجودی ، آمار ، پیشامد </div> الف) دو پیشامد A و B که رخ دادن همزمان آن ها محال است، ناسازگار..... هستند . ب) به هر عضو فضای نمونه یک برآمد..... می گویند. پ) بررسی یک نمونه نامعلوم از یک جامعه معلوم را علم احتمال..... می نامند. ت) گزاره نمای شامل متغیر x که با سور ... وجودی.. همراه می شود، وقتی درست است که مجموعه جواب آن تهی نباشد.			۳

ردیف	ادامه ی سوالات	بارم																																			
۴	<p>عکس نقیض گزاره شرطی مقابل را بنویسید و سپس ارزش آن را تعیین کنید. $(x > 5 \vee x < -5) \Rightarrow x^2 > 25$</p> <p>$\sim q \rightarrow \sim p \equiv x^2 \leq 25 \rightarrow \sim (x > 5 \vee x < -5)$</p> <p>$\equiv x^2 \leq 25 \rightarrow (-5 \leq x \wedge x \leq 5) \equiv T$</p>	۰.۷۵																																			
۵	<p>با استفاده از جدول ارزش گزاره ها درستی عبارت مقابل را بررسی کنید.</p> <p>$[(p \vee q) \wedge \sim p] \Rightarrow q \equiv T$</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>P</th> <th>q</th> <th>$\sim P$</th> <th>$P \vee q$</th> <th>$(P \vee q) \wedge \sim P$</th> <th>$[(P \vee q) \wedge \sim P] \Rightarrow q$</th> <th>T</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>></td> <td>></td> <td>○</td> <td>></td> <td>○</td> <td>></td> <td>></td> </tr> <tr> <td>></td> <td>○</td> <td>○</td> <td>></td> <td>○</td> <td>></td> <td>></td> </tr> <tr> <td>○</td> <td>></td> <td>></td> <td>></td> <td>></td> <td>></td> <td>></td> </tr> <tr> <td>○</td> <td>○</td> <td>></td> <td>○</td> <td>○</td> <td>></td> <td>></td> </tr> </tbody> </table>	P	q	$\sim P$	$P \vee q$	$(P \vee q) \wedge \sim P$	$[(P \vee q) \wedge \sim P] \Rightarrow q$	T	>	>	○	>	○	>	>	>	○	○	>	○	>	>	○	>	>	>	>	>	>	○	○	>	○	○	>	>	۱
P	q	$\sim P$	$P \vee q$	$(P \vee q) \wedge \sim P$	$[(P \vee q) \wedge \sim P] \Rightarrow q$	T																															
>	>	○	>	○	>	>																															
>	○	○	>	○	>	>																															
○	>	>	>	>	>	>																															
○	○	>	○	○	>	>																															
۶	<p>ابتدا ارزش هر یک از گزاره های زیر را تعیین کنید و سپس نقیض هر یک را بنویسید.</p> <p>الف) ۲۵ مربع کامل است، اگر و تنها اگر، ۹ زوج است. $\sim (p \leftrightarrow q) \equiv \sim p \leftrightarrow q \equiv p \leftrightarrow \sim q \equiv T$</p> <p>ب) $(\frac{2}{3} = \frac{1}{12}) \wedge (a \notin \{a, b, c\})$ نقیض: $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$</p> <p>$(\frac{2}{3} \neq \frac{1}{12}) \vee (a \in \{a, b, c\}) \equiv T$</p>	۱																																			
۷	<p>ابتدا گزاره زیر را با نماد های \forall یا \exists بنویسید؛ سپس با بیان دلیل ارزش آن را تعیین کنید. پس از آن نقیض گزاره را با نماد های \forall یا \exists نشان دهید. "حاصل جمع هر عدد حقیقی مثبت با معکوسش بزرگتر یا مساوی ۲ است"</p> <p>$\forall x \in (0, +\infty) ; x + \frac{1}{x} \geq 2 \equiv T$ $\sim (\forall x \in (0, +\infty) ; x + \frac{1}{x} \geq 2)$</p> <p>زیرا: $\equiv \exists x \in (0, +\infty) ; \sim (x + \frac{1}{x} \geq 2)$</p> <p>$x + \frac{1}{x} \geq 2 \xrightarrow{x \cdot x} x^2 + 1 \geq 2x$ $\equiv \exists x \in (0, +\infty) ; x + \frac{1}{x} < 2 \equiv F$</p> <p>$\rightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0 \Rightarrow (x-1)^2 \geq 0$ ✓ همیشه درست</p>	۱																																			
۸	<p>با استفاده از جبر مجموعه ها درستی تساوی روبه رو را بررسی کنید. $(A \cap B) - (A \cap C) = A \cap (B - C)$</p> <p>$(A \cap B) - (A \cap C) \stackrel{\text{تفاضل بر اشتراک}}{=} (A \cap B) \cap (A \cap C)'$ $\stackrel{\text{دسته بندی}}{=} (A \cap B) \cap (A' \cup C')$</p> <p>$\stackrel{\text{حاصل کرد}}{=} [(A \cap B) \cap A'] \cup [(A \cap B) \cap C']$ $\stackrel{\text{سخت گیری}}{=} [(A \cap A') \cap B] \cup [A \cap (B \cap C)']$</p> <p>$= (\emptyset \cap B) \cup [A \cap (B - C)] = \emptyset \cup [A \cap (B - C)]$</p> <p>$= A \cap (B - C) \quad \checkmark$</p>	۱																																			
۹	<p>با استفاده از روش عضوگیری دلخواه، خاصیت توزیع پذیری "U" نسبت به "∩" را ثابت کنید.</p> <p>$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$</p> <p>$\forall x ; [x \in A \cup (B \cap C)] \Rightarrow [x \in A \vee (x \in B \cap C)]$</p> <p>$\Rightarrow x \in A \vee (x \in B \wedge x \in C)$</p> <p>$\Rightarrow (x \in A \vee x \in B) \wedge (x \in A \vee x \in C) \Rightarrow x \in (A \cup B) \wedge x \in (A \cup C)$</p> <p>$\Rightarrow x \in (A \cup B) \cap (A \cup C) \Rightarrow A \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap (A \cup C)$</p>	۱.۷۵																																			

بارم	ادامه ی سوالات	ردیف
۱	<p>اگر ۲ عضو از اعضای مجموعه A را حذف کنیم، از تعداد زیرمجموعه های آن، ۳۸۴ واحد کم می شود. مجموعه A چند عضو دارد؟ $n = \text{تعداد اعضای } A$</p> $2^{n-2} = 2^n - 384 \Rightarrow 2^n - 2^{n-2} = 384$ $\Rightarrow 2^{n-2}(2^2 - 1) = 384 \Rightarrow 4 \times 2^{n-2} = 384 \Rightarrow 2^{n-2} = \frac{384}{4} = 96 \Rightarrow 2^{n-2} = 2^6 \Rightarrow n-2=6 \Rightarrow n=8$	۱۰
۱	<p>مجموعه $\{a, b, c, d, e\}$ را به چند طریق می توان به ۳ زیرمجموعه افراز کرد؟</p> $\frac{\binom{5}{2} \binom{3}{2} \binom{1}{1}}{2!} = \frac{10 \times 3 \times 1}{2} = 15$ $\frac{\binom{5}{3} \binom{2}{1} \binom{1}{1}}{2!} = \frac{10 \times 2 \times 1}{2} = 10$ <p style="text-align: center;">$\Rightarrow 15 + 10 = 25$</p>	۱۱
۱/۲۵	<p>با توجه به مجموعه های داده شده هر یک از حاصل ضرب های دکارتی $A \times B$ و B^2 را تشکیل داده و نمودارهای آن ها را رسم کنید.</p> <p>$A = \{-1, 3\}$, $B = [-2, 4]$</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="255 940 798 1456"> </div> <div data-bbox="861 940 1404 1456"> </div> </div> <p>$A \times B = \{(a, b) \mid a \in \{-1, 3\} \wedge b \in [-2, 4]\}$ $B^2 = \{(a, b) \mid a \in [-2, 4] \wedge b \in [-2, 4]\}$</p>	۱۲
۲	<p>از مجموعه اعداد طبیعی دورقمی، یک عدد به تصادف انتخاب می کنیم. مطلوبست احتمال آن که:</p> <p>(الف) عدد انتخابی نه بر ۲ بخش پذیر باشد و نه بر ۳. $A' \cap B'$</p> <p>(ب) عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد. $B - C$</p> <p>$A =$ مضرب ۲ $B =$ مضرب ۳ $C =$ مضرب ۵</p> <p>$n(S) = \text{تعداد اعداد دورقمی} = 90$</p> <p>$n(A) = \left[\frac{99}{2} \right] - \left[\frac{9}{2} \right] = 49 - 4 = 45 \rightarrow P(A) = \frac{45}{90}$</p> <p>$n(B) = \left[\frac{99}{3} \right] - \left[\frac{9}{3} \right] = 33 - 3 = 30 \rightarrow P(B) = \frac{30}{90}$</p> <p>$n(B \cap C) = \left[\frac{99}{15} \right] - \left[\frac{9}{15} \right] = 6 - 0 = 6 \rightarrow P(B \cap C) = \frac{6}{90}$</p> <p>$n(A \cap B) = \left[\frac{99}{6} \right] - \left[\frac{9}{6} \right] = 14 - 1 = 13 \rightarrow P(A \cap B) = \frac{13}{90}$</p> <p>$P(B - C) = P(B) - P(B \cap C) = \frac{30}{90} - \frac{6}{90} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}$</p> <p>$P(A' \cap B') = P(A \cup B) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = 1 - \left[\frac{45}{90} + \frac{30}{90} - \frac{13}{90} \right] = \frac{24}{90}$</p>	۱۳

بارم	ادامه ی سوالات	ردیف														
۱/۵	<p>تاسی به گونه ای ساخته شده است که احتمال روشن شدن هر عدد متناسب با تعداد مقسوم علیه های آن عدد است. اگر این تاس را به هوا پرتاب کنیم، احتمال اینکه عدد مشاهده شده، اول باشد را تعیین کنید.</p> <table border="1" data-bbox="159 246 798 358"> <tr> <td>عدد</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>۶</td> </tr> <tr> <td>مقسوم علیه</td> <td>۱</td> <td>۱, ۲</td> <td>۱, ۳</td> <td>۱, ۲, ۴</td> <td>۱, ۵</td> <td>۱, ۲, ۳, ۶</td> </tr> </table> <p> $P(1) = x$, $P(2) = P(3) = P(5) = 2x$, $P(4) = 3x$, $P(6) = 4x$ $\sum P(e_i) = 1 \Rightarrow x + 2x + 2x + 3x + 2x + 4x = 1 \Rightarrow 14x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{14}$ $P(\{2, 3, 5\}) = P(2) + P(3) + P(5) = \frac{2}{14} + \frac{2}{14} + \frac{2}{14} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$ </p>	عدد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	مقسوم علیه	۱	۱, ۲	۱, ۳	۱, ۲, ۴	۱, ۵	۱, ۲, ۳, ۶	۱۴
عدد	۱	۲	۳	۴	۵	۶										
مقسوم علیه	۱	۱, ۲	۱, ۳	۱, ۲, ۴	۱, ۵	۱, ۲, ۳, ۶										
۱/۳۵	<p>در یک تجربه تصادفی، $S = \{x, y, z\}$ فضای نمونه ای است. $P(x), P(y), P(z)$ یک دنباله حسابی با قدرنسبت $\frac{1}{5}$ تشکیل می دهند، را به دست آورید.</p> <p> $P(x) + P(y) + P(z) = 1$ $P(x) + P(x) + \frac{1}{5} + P(x) + \frac{2}{5} = 1 \Rightarrow 3P(x) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow P(x) = \frac{2}{15}$ $\Rightarrow P(z) = \frac{2}{15} + \frac{2}{5} = \frac{4+4}{15} = \frac{8}{15}$ $P(\{x, z\}) = P(x) + P(z) = \frac{2}{15} + \frac{8}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ </p>	۱۵														
۱/۵	<p>الف) اصول احتمال را بیان کنید. برای هر دو مجموعه A, B احتمال رخ دادن آن $P(A)$ غایب دارد. معنی که معرفی حقیقی درباره [اده] است. اصول احتمال عبارتند از:</p> <p>(۱) $P(S) = 1$ (۲) برای هر دو مجموعه A و B که $A \cap B = \emptyset$ داریم: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$</p> <p>ب) ثابت کنید: اگر A, B, C پیشامدهای دو به دو ناسازگار باشند، آن گاه</p> <p> $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$ معنی اینست که اگر A و B و C دو به دو ناسازگار باشند، نگاه A و $B \cup C$ نیز ناسازگار هستند. </p> <p> $P(A \cup B \cup C) = P(A \cup (B \cup C)) \stackrel{\text{اصل ۱}}{=} P(A) + P(B \cup C)$ $\stackrel{\text{اصل ۲}}{=} P(A) + P(B) + P(C) \quad \checkmark$ </p>	۱۶														
۲۰	جمع:															