

## به نام خدا

دی ماه ۱۳۹۶

سوالات امتحانی آمار و احتمال

دبیرستان دخترانه .....

مدت امتحان : ۷۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی :

(۱) درستی و نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

(الف) هر گزاره شرطی با عکس نقیض خود هم ارز است .

(ب) مجموعه جواب گزاره نما ، زیر مجموعه ای از دامنه متغیر گزاره نما است.

(ج) اگر تیم استقلال ۴ گل بخورد ، تیم پرسپولیس قهرمان می شود. استقلال ۴ گل خورده است در نتیجه پرسپولیس قهرمان شده است .

(د) مجموعه  $B = \{x \in Q | x^2 = 11x\}$  ، تهی نیست.(ه) اگر  $x \notin (A \cap B)$  ، آنگاه  $x \in A$  یا  $x \notin B$  است .(و)  $\{d\}$  و  $\{b, c\}$  و  $\{a, b\}$  ، یک افراز برای مجموعه  $A = \{a, b, c, d\}$  است.(ط) همواره  $A - B$  با  $B' - A'$  برابر است.(ظ) اگر  $A \times B = \emptyset$  ، آنگاه  $A = \emptyset$  و  $B = \emptyset$  است.

(ع) به هر عضو از فضای نمونه ای یک پیشامد می گوئیم.

(غ) علم احتمال به بررسی یک نمونه نامعلوم از یک جامعه نامعلوم می پردازد.

۲/۵

۲- جاهای خالی را کامل کنید.

(الف) محتوای جمله خبری را که دارای ارزش درست یا نادرست است ..... می گویند.

(ب) جدول ارزش گزاره  $S, r, q, p$  دارای ..... حالت است.

(ج) از ترکیب دو یا چند گزاره به وسیله رابط ها ، گزاره ای ..... بدست می آید.

(د) ترکیب فصلی دو گزاره  $p, q$  را بصورت ..... نمایش داده و به صورت ..... می خوانیم.(ه) اگر  $A \cup B = A \cap B$  باشد آنگاه ..... است.(ط) اگر  $A - B = \emptyset$  باشد، حاصل  $B' \cap (A \cup B)$  برابر ..... است.(ظ) اگر  $A$  مجموعه ای متناهی و  $B$  نامتناهی باشد ، مجموعه  $B' - A'$  ، ..... است . (متناهی - نامتناهی)

(ع) به مجموعه تمام حالات یک آزمایش تصادفی ..... می گویند.

(غ) اولین قدم در بررسی مسئله به کمک علم احتمال ، شناخت ..... است.

۲/۵

۱	<p>۳- به هر سوال پاسخ دهید .</p> <p>الف) در گزاره نمای زیر دامنه متغیر گزاره نما و مجموعه جواب گزاره نما را مشخص کنید .</p> <p><math>P</math> عددی اول است .</p> <p>ب) نقیض گزاره زیر را بنویسید.</p> <p>اگر <math>P</math> اول باشد <math>P^2</math> اول است.</p>
۱	<p>۴- ارزش گزاره های سوری زیر را مشخص کرده سپس ، نقیض آنها را بنویسید .</p> <p>الف) <math>\forall x \in R; \sqrt{x} &gt; x</math></p> <p>ب) <math>\exists x \in R; \frac{x+2}{x+3} = 1</math></p>
۱/۲۵	<p>۵- مجموعه های <math>A, B, C</math> مفروضند. به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p><math>A = \{x \in Z \mid  x  \leq 2\}, B = \{m \in Z \mid m^3 = m\}, C = \{k \in R \mid k^2 - 1 = 0\}</math></p> <p>الف) اعضای <math>A, B, C</math> را مشخص کنید.</p> <p>ب) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>۱) <math>A \subseteq B</math></p> <p>۲) <math>A \cap C \subseteq B</math></p>
۱/۵	<p>۶) دو افراز متفاوت برای مجموعه <math>A = \{a, b, c, d\}</math> بنویسید.</p>
۱	<p>۷) ثابت کنید : <math>A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)</math></p>
۱/۵	<p>۸) <math>A = \{y + 2, 5, z\}</math> و <math>B = \{x + 1, 4, -2\}</math>، در این صورت با فرض <math>A \times B = B \times A</math> بیشترین مقدار برای <math>x + y + z</math> را بیابید .</p>
۱	<p>۹) اگر <math>A = [-3, 1]</math> و <math>B = (-\infty, 1)</math> ، نمودار <math>A \times B</math> را رسم کنید.</p>

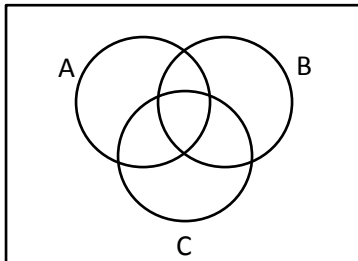
۱۰) اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد ناسازگار باشند و  $P(A) = \frac{1}{3}$  و  $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$  ، مطلوبست :

الف)  $P(B)$

ب)  $P(A' \cap B)$

۲

۱۱) برای سه پیشامد  $A$  و  $B$  و  $C$  از فضای نمونه ای  $S$  ، هریک از پیشامدهای زیر را روی نمودار ون نمایش دهید.



الف) فقط  $A$  اتفاق بیفتد.

ب)  $A$  اتفاق نیفتد ولی  $B$  و  $C$  اتفاق بیفتد.

۱

۱۲) با ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۰ اعداد سه رقمی می سازیم . یک عدد سه رقمی به تصادف انتخاب می کنیم. با کدام احتمال این عدد سه رقمی :

الف) فرد است ؟

ب) شامل رقم ۲ است ؟

۲

۱۳) در پرتاب یک تاس احتمال آمدن هر عدد مخالف یک ، دو برابر احتمال آمدن عدد ماقبل آن است . احتمال آنکه در پرتاب این تاس عدد اول فرد ظاهر شود چقدر است؟

۲

موفق باشید

(۱) درستی و نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

الف) هر گزاره شرطی با عکس نقیض خود هم ارز است. **درست**

ب) مجموعه جواب گزاره نما، زیر مجموعه ای از دامنه متغیر گزاره نما است. **درست**

ج) اگر تیم استقلال ۴ گل بخورد، تیم پرسپولیس قهرمان می شود. استقلال ۴ گل خورده است در نتیجه پرسپولیس قهرمان شده است. **درست**

د) مجموعه  $B = \{x \in Q | x^2 = 11x\}$  تهی نیست. **درست زیرا  $B = \{0, 11\}$**

ه) اگر  $x \notin (A \cap B)$ ، آنگاه  $x \in A$  یا  $x \notin B$  است. **نادرست**

و)  $\{d\}$  و  $\{b, c\}$  و  $\{a, b\}$ ، یک افراز برای مجموعه  $A = \{a, b, c, d\}$  است. **نادرست**

ط) همواره  $A - B$  با  $B' - A'$  برابر است. **درست**

ظ) اگر  $A \times B = \emptyset$ ، آنگاه  $A = \emptyset$  و  $B = \emptyset$  است. **نادرست**

ع) به هر عضو از فضای نمونه ای یک پیشامد می گوئیم. **نادرست**

غ) علم احتمال به بررسی یک نمونه نامعلوم از یک جامعه نامعلوم می پردازد. **نادرست**

۲- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) محتوای جمله خبری را که دارای ارزش درست یا نادرست است ..... **گزاره** ..... می گویند.

ب) جدول ارزش گزاره  $S, r, q, p$  دارای ..... **۱۶** ..... حالت است.

ج) از ترکیب دو یا چند گزاره به وسیله رابط ها، گزاره ای ..... **مرکب** ..... بدست می آید.

د) ترکیب فصلی دو گزاره  $p, q$  را بصورت  $p \vee q$  نمایش داده و به صورت  $p$  یا  $q$  می خوانیم. (ه) اگر  $A \cup B = A \cap B$  باشد آنگاه  $A = B$  است.

ط) اگر  $A - B = \emptyset$  باشد، حاصل  $B' \cap (A \cup B)$  برابر  $\emptyset$  است.

ظ) اگر  $A$  مجموعه ای متناهی و  $B$  نامتناهی باشد، مجموعه  $B' - A'$ ، **متناهی** است. (متناهی - نامتناهی) به مجموعه تمام حالات یک آزمایش تصادفی **فضای نمونه** می گویند.

۳- به هر سوال پاسخ دهید .

الف) در گزاره نمای زیر دامنه متغیر گزاره نما و مجموعه جواب گزاره نما را مشخص کنید .

$P$  عددی اول است: دامنه متغیر اعداد طبیعی و مجموعه جواب اعداد اول است .

ب) نقیض گزاره زیر را بنویسید.

اگر  $P$  اول باشد  $P^2$  اول است. نقیض:  $P$  اول است و  $P^2$  اول نیست

۱

۴- ارزش گزاره های سوری زیر را مشخص کرده سپس ، نقیض آنها را بنویسید .

الف)  $\forall x \in R; \sqrt{x} > x$  نادرست  $\exists x \in R; \sqrt{x} \leq x$

ب)  $\exists x \in R; \frac{x+2}{x+3} = 1$  نادرست  $\forall x \in R; \frac{x+2}{x+3} \neq 1$

۱

۵- مجموعه های  $C, B, A$  مفروضند. به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) اعضای  $C, B, A$  را مشخص کنید.  $C = \{1, -1\}$   $B = \{0, 1, -1\}$   $A = \{2, -2, 1, -1, 0\}$

ب) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۱)  $A \subseteq B$  نادرست

۲)  $A \cap C \subseteq B$  درست

۱/۲۵

۶) دو افراز متفاوت برای مجموعه  $A = \{a, b, c, d\}$  بنویسید.

افراز اول:  $\{a\}\{b, c\}\{d\}$

افراز دوم:  $\{a, b\}\{c, d\}$

۱/۵

۷) ثابت کنید:  $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$

$$A - (B - C) = A \cap (B - C)' = A \cap (B \cap C)' = A \cap (B' \cup C) = (A \cap B') \cup (A \cap C) = (A - B) \cup (A \cap C)$$

۱

۸)  $A = \{y + 2, 5, z\}$  و  $B = \{x + 1, 4, -2\}$ ، در این صورت با فرض  $A \times B = B \times A$  بیشترین مقدار برای

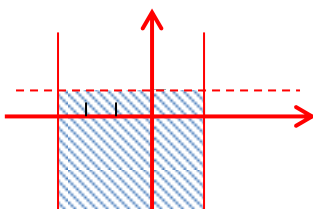
$x + y + z$  را بیابید .

$$A = B \Rightarrow x + 1 = 5 \Rightarrow x = 4, z = -2, y + 2 = 4 \Rightarrow y = 2$$

$$x + y + z = 4 + 2 - 2 = 4$$

۱/۵

۹) اگر  $A = [-3, 1]$  و  $B = (-\infty, 1)$  ، نمودار  $A \times B$  را رسم کنید.



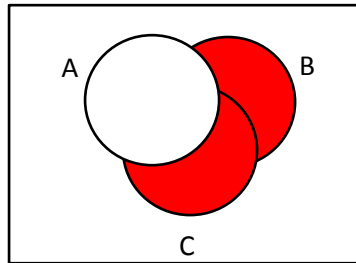
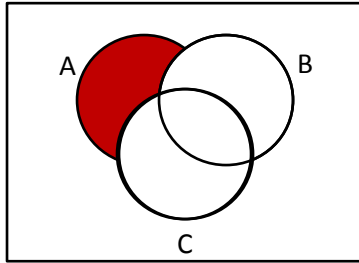
۱

۱۰) اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد ناسازگار باشند و  $P(A) = \frac{1}{3}$  و  $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$  ، مطلوبست :

۲) الف)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

ب)  $P(A' \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

۱۱) برای سه پیشامد  $A$  و  $B$  و  $C$  از فضای نمونه ای  $S$  ، هریک از پیشامدهای زیر را روی نمودار ون نمایش دهید.



الف) فقط  $A$  اتفاق بیفتد.

ب)  $A$  اتفاق نیفتد ولی  $B$  و  $C$  اتفاق بیفتد.

۱۲) با ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۰ اعداد سه رقمی می سازیم . یک عدد سه رقمی به تصادف انتخاب می کنیم. با کدام احتمال این عدد سه رقمی :

۲)  $n(s) = 4 \times 5 \times 5 = 100$

الف)  $n(A) = 4 \times 5 \times 2 = 40 \Rightarrow P(A) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

ب)  $n(B) = 4 \times 5 \times 1 + 4 \times 1 \times 5 + 1 \times 5 \times 5 = 65 \Rightarrow P(B) = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$

۱۳) در پرتاب یک تاس احتمال آمدن هر عدد مخالف یک ، دو برابر احتمال آمدن عدد ماقبل آن است . احتمال آنکه در پرتاب این تاس عدد اول فرد ظاهر شود چقدر است؟

۲) الف)  $P(S) = 1 \Rightarrow P(1) + P(2) + \dots + P(6) = 1 \Rightarrow P(1) + 2P(1) + 4P(1) + 8P(1) + 16P(1) + 32P(1) = 1 \Rightarrow 63P(1) = 1 \Rightarrow P(1) = \frac{1}{63}$

ب)  $p\{3,5\} = p(3) + p(5) = 4P(1) + 16P(1) = \frac{4}{63} + \frac{16}{63} = \frac{20}{63}$