

| | |
|-----|---|
| | <p>نام ونام خانوادگی : نام پدر : شماره صندلی : پایه و رشته تحصیلی : یازدهم ریاضی فیزیک</p> <p>باسمه تعالی اداره آموزش و پرورش منطقه تبادکان ستاد امتحانات دبیرستان امام رضا (ع) واحد ۱۰ آمارو احتمال</p> <p>زمان آزمون: ۱۰۰ دقیقه تاریخ آزمون: ۹۷/۱۰/۴ شماره کلاس :</p> |
| ۱/۵ | <p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید . الف) اگر $r \equiv F$ ارزش $q \wedge (r \vee p) \wedge (p \vee q)$ است. ب) اگر $n(A)=4$ و $n(B)=3$ آنگاه $n(A \times B)=$ است. ج) تعداد زیر مجموعه های سره مجموعه $A = \{1, 3, 5, 7\}$ برابر است . د) از $X \subseteq A$ و $X \subseteq A'$ نتیجه می شود $X=$ است . پ) ترکیب دو گزاره فقط وقتی دارای ارزش درست است که حداقل یک گزاره ارزش درست داشته باشد و) گزاره $\sim q \Rightarrow \sim p$ هم ارز است</p> |
| ۲ | <p>نام گزاره ها و ارزش گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) عدد ۲۵ جذر کامل دارد ، اگر و تنها اگر ۱۱ عددی اول است ب) $\exists x \in N: 3x^2 - 5x + 1 = 0$ ج) اگر ۹ مربع کامل است آنگاه $\sqrt{9}$ مربع کامل است د) افلاطون شاگرد ارسطو است یا ۲ عددی اول است .</p> |
| ۱ | <p>نقیض گزاره های زیر را بنویسید . الف) $\forall x \in N; ((x-1)^2 \geq 1) \vee \left(\frac{1}{x^3} \leq \frac{1}{x^4} \right)$ ب) اگر a زوج باشد آنگاه $a+1$ فرد است</p> |
| ۱ | <p>گزاره های زیر را با استفاده از نمادهای \forall و \exists بنویسید الف) حاصل جمع هر عدد حقیقی ناصفر با معکوسش بزرگتر یا مساوی ۲ است ب) برای بعضی از مقادیر حقیقی داریم $x^5 = x$</p> |
| ۱ | <p>اگر p نادرست و q درست و r گزاره دلخواه باشد بدون رسم جدول ، ارزش هم ارزی های زیر را بنویسید. الف) $(p \Rightarrow q) \wedge r$ ب) $[(\sim q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow p)] \equiv ?$</p> |
| ۲ | <p>با استفاده از جدول ارزش گزاره ها ثابت کنید $((p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)) \equiv q$ $(\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q) \equiv \sim p$</p> |

| | | | | | | | | | | | |
|------|--|----|------------------------|---|---|--|---|---|--|---|--|
| ۰/۷۵ | عکس نقیض اگر n عدد طبیعی و n^2 مضرب ۳ باشد آن گاه n نیز مضرب ۳ است. را بنویسید و اثبات کنید | ۷ | | | | | | | | | |
| ۰/۷۵ | جدول زیر را کامل کنید. ردیف گزاره درست نادرست | ۸ | | | | | | | | | |
| ۰/۷۵ | <table border="1"> <tr> <td>۱</td> <td>عدد ۱۵ فرد است و</td> <td>✓</td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td>اگر مسکو پایتخت روسیه است آن گاه</td> <td>✓</td> </tr> <tr> <td>۳</td> <td>مرقد مطهر امام علی در مشهد قرار دارد اگر و تنها اگر.....</td> <td>✓</td> </tr> </table> | ۱ | عدد ۱۵ فرد است و | ✓ | ۲ | اگر مسکو پایتخت روسیه است آن گاه | ✓ | ۳ | مرقد مطهر امام علی در مشهد قرار دارد اگر و تنها اگر..... | ✓ | |
| ۱ | عدد ۱۵ فرد است و | ✓ | | | | | | | | | |
| ۲ | اگر مسکو پایتخت روسیه است آن گاه | ✓ | | | | | | | | | |
| ۳ | مرقد مطهر امام علی در مشهد قرار دارد اگر و تنها اگر..... | ✓ | | | | | | | | | |
| ۱ | <p>۱. مجموعه $A = \{1,2,3,4\}$ را در نظر بگیرید :</p> <p>الف) دو افراز بنویسید که ۲ در یک مجموعه باشند.</p> <p>ب) دو افراز بنویسید که ۲ در یک مجموعه نباشند.</p> | ۹ | | | | | | | | | |
| ۱ | اگر دو عضو از اعضای مجموعه G حذف کنیم ، از تعداد زیر مجموعه های آن ۳۸۴ واحد کم می شود . مجموعه $P(G)$ (مجموعه G ی توانی مجموعه G) چند عضو دارد ؟ | ۱۰ | | | | | | | | | |
| ۱ | اگر $A = \{x - y, 15\}$ و $B = \{x^2 - y^2, 3\}$ باشد و $A \times B = B \times A$ آنگاه مقدار x, y را بدست آورید. | ۱۱ | | | | | | | | | |
| ۱ | به روش عضو گیری ثابت کنید اگر $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ باشد آن گاه $(A \cup C) \subseteq (B \cup D)$ | ۱۲ | | | | | | | | | |
| ۱/۵ | اگر $A = \{3^x x \in Z, x \leq 1\}$ و $B = \{x x \in N, x^2 < 10\}$ باشد الف) مجموعه A و B را با نوشتن اعضا مشخص کنید. ب) اعضای مجموعه $(A \times B) - B^2$ را مشخص کنید و نمودار آن را در صفحه مختصات رسم کنید | ۱۳ | | | | | | | | | |

| | | |
|------------------------------|--|----|
| ۱ | <p>با توجه به مجموعه های داده شده ضرب دکارتی $A \times B$ را رسم کنید الف) $A = [-2, 3)$ و $B = [2, +\infty)$ $B = \{-1, 1, 2\}$ و $A = [1, 3)$</p> | ۱۴ |
| ۱ | <p>الف) $(A \cap B) \cup (A - B) = A$ ب) $A \cup (B - C) = (A \cup B) - (C - A)$</p> | ۱۵ |
| ۱ | <p>عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می کنیم . احتمال های زیر را محاسبه نمایید : الف) عدد انتخاب شده بر ۳ و ۵ بخش پذیر باشد . ب) عدد انتخاب شده نه بر ۳ و نه بر ۵ بخش پذیر باشد .</p> | ۱۶ |
| ۰/۵ | <p>گر A, B دو پیشامد باشند و $P(A) = \frac{3}{8}$ ، $p(B') = \frac{3}{8}$ ، $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ باشند مطلوب است محاسبه $p(A \cap B)$</p> | ۱۷ |
| ۱ | <p>تاسی به گونه ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. احتمال اینکه در پرتاب تاس ، عدد اول ظاهر شود چقدر است؟</p> | ۱۸ |
| <p>*موفق و رستگار باشید*</p> | | |

| ۱/۵ | <p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) اگر $r \equiv F$ و $r \equiv F$ ارزش $(p \vee q) \wedge (r \vee p)$ است. ب) اگر $n(A)=4$ و $n(B)=3$ آنگاه $n(A \times B)=\dots\dots\dots$ است. ج) تعداد زیر مجموعه های سره مجموعه $A = \{1, 3, 5, 7\}$ برابر 15 است. د) از $X \subseteq A$ و $X \subseteq A'$ نتیجه می شود $X = \emptyset$ است. پ) ترکیب دو گزاره فقط وقتی دارای ارزش درست است که حداقل یک گزاره ارزش درست داشته باشد و) گزاره $\sim P \Rightarrow \sim q$ هم ارز است</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|--|-------------------|------------|---------------------------------------|------------|---------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲ | <p>نام گزاره ها و ارزش گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) عدد 25 جذر کامل دارد، اگر و تنها اگر 11 عددی اول است T ب) $\exists x \in \mathbb{N}; 3x^2 - 5x + 1 = 0$ F ج) اگر 9 مربع کامل است آنگاه $\sqrt{9}$ مربع کامل است F د) افلاطون شاگرد ارسطو است یا 2 عددی اول است T</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | <p>نقیض گزاره های زیر را بنویسید. الف) $\forall x \in \mathbb{N}; ((x-1)^2 \geq 1) \vee \left(\frac{1}{x^3} \leq \frac{1}{x^4}\right)$ ب) اگر a زوج باشد آنگاه $a+1$ فرد است a زوج است و $a+1$ فرد نیست</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۴ | <p>گزاره های زیر را با استفاده از نمادهای \forall و \exists بنویسید الف) حاصل جمع هر عدد حقیقی ناصفر با معکوسش بزرگتر یا مساوی 2 است $\forall x \in \mathbb{R}; x \neq 0, x + \frac{1}{x} > 2$ ب) برای بعضی از مقادیر حقیقی داریم $x^5 = x$ $\exists x \in \mathbb{R} \quad x = x$</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | <p>اگر p نادرست و q درست و r گزاره دلخواه باشد بدون رسم جدول، ارزش هم ارزی های زیر را بنویسید. الف) $(p \Rightarrow q) \wedge r \equiv \checkmark$ ب) $[(\sim q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (q \Rightarrow \sim p)] \equiv T$</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | <p>با استفاده از جدول ارزش گزاره ها ثابت کنید $((p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)) \equiv q$ $(\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q) \equiv \sim p$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <th>P</th> <th>q</th> <th>$p \Rightarrow q$</th> <th>$p \vee q$</th> <th>$(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$</th> </tr> <tr> <td>></td> <td>></td> <td>></td> <td>></td> <td>></td> </tr> <tr> <td>></td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>></td> <td>ن</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>></td> <td>></td> <td>></td> <td>></td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>></td> <td>ن</td> <td>ن</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">\equiv</p> | P | q | $p \Rightarrow q$ | $p \vee q$ | $(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$ | > | > | > | > | > | > | ن | ن | > | ن | ن | > | > | > | > | ن | ن | > | ن | ن |
| P | q | $p \Rightarrow q$ | $p \vee q$ | $(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| > | > | > | > | > | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| > | ن | ن | > | ن | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ن | > | > | > | > | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ن | ن | > | ن | ن | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

عکس نقیض: اگر n مضرب ۳ نباشد آنگاه n^2 مضرب ۳ نیست.
 اثبات: اگر $n = 3k + 1$ یا $n = 3k + 2$ باشد
 $n^2 = 9k^2 + 4k + 1 = 3(3k^2 + k) + 1 = 3k' + 1$

جدول زیر را کامل کنید.
 ردیف گزاره درست نادرست

| | | |
|---|--|---|
| ۱ | عدد ۱۵ فرد است و | ✓ |
| ۲ | اگر مسکو پایتخت روسیه است آن گاه | ✓ |
| ۳ | مرقد مطهر امام علی در مشهد قرار دارد اگر و تنها اگر | ✓ |

۱. مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ را در نظر بگیرید:
 الف) دو افراز بنویسید که ۲ در یک مجموعه باشند.
 ب) دو افراز بنویسید که ۲ در یک مجموعه نباشند.

الف) ① $\{1, 2, 3\}, \{4\}$
 ② $\{1, 2\}, \{3, 4\}$

ب) ① $\{1, 2\}, \{3, 4\}$
 ② $\{1, 2, 3\}, \{4\}$

اگر دو عضو از اعضای مجموعه G حذف کنیم، از تعداد زیر مجموعه های آن ۳۸۴ واحد کم می شود. مجموعه $P(G)$ (مجموعه ی توانی مجموعه ی G) چند عضو دارد؟

$2^n - 384 = 2^{n-2} \rightarrow 2^n - \frac{2^n}{4} = 384 \rightarrow 3(2^n) = 1536$
 $2^n = 512 \rightarrow 2^n = 2^9 \rightarrow n = 9$

اگر $A = \{x - y, 15\}$ و $B = \{x^2 - y^2, 3\}$ باشد و $A \times B = B \times A$ آنگاه مقدار x, y را بدست آورید.

$\begin{cases} x^2 - y^2 = 15 \rightarrow 3(n+y) = 15 \rightarrow n+y = 5 \\ n-y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} n+y = 5 \\ n-y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} n = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

به روش عضو گیری ثابت کنید
 اگر $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ باشد آن گاه $(A \cup C) \subseteq (B \cup D)$

$\left. \begin{matrix} x \in A \rightarrow x \in B \\ x \in C \rightarrow x \in D \end{matrix} \right\} \rightarrow x \in (A \cup C) \rightarrow x \in (B \cup D)$

اگر $A = \{3^x | x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 1\}$ و $B = \{x | x \in \mathbb{N}, x^2 < 10\}$ باشد

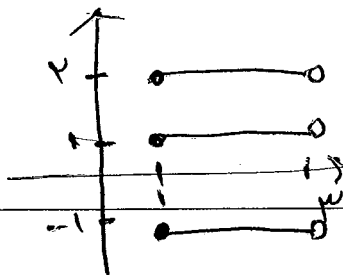
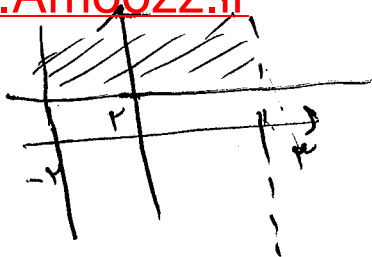
الف) مجموعه A و B را با نوشتن اعضا مشخص کنید.
 $A = \{\frac{1}{3}, 1, 3\}$ $B = \{1, 2, 3\}$

ب) اعضای مجموعه $(A \times B) - B^2$ را مشخص کنید و نمودار آن را در صفحه مختصات رسم کنید

$A \times B = \{(\frac{1}{3}, 1), (\frac{1}{3}, 2), (\frac{1}{3}, 3), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$
 $B^2 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$

$A \times B - B^2 = \{(\frac{1}{3}, 1), (\frac{1}{3}, 2), (\frac{1}{3}, 3)\}$

$A = [-2, 3)$ و $B = [2, +\infty)$ (الف)



$B = \{-1, 1, 2\}$ و $A = [1, 3)$

به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید

$(A \cap B) \cup (A - B) = A$ (الف)

$(A \cap B) \cup (A \cap B') = A \cap (B \cup B') = A \cap U = A$

$(A \cup (B - C)) = (A \cup B) - (C - A)$

$A \cup (B \cap C') = (A \cup B) \cap (A \cup C') = (A \cup B) \cap (C \cup A') = (A \cup B) - (C - A)$

3 بر $A \Rightarrow p(A) = \frac{3 \times 3}{100}$
 5 بر $B \Rightarrow p(B) = \frac{5 \times 2}{100}$

عددی به تصادف از بین اعداد ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ انتخاب می کنیم. احتمال های زیر را محاسبه نمایید:

(الف) عدد انتخاب شده بر ۳ و ۵ بخش پذیر باشد.

$p(A \cap B) = \frac{9}{100}$

$5, 3$ - $A \cap B = \left[\frac{100}{15} \right] = 4$

(ب) عدد انتخاب شده نه بر ۳ و نه بر ۵ بخش پذیر باشد.

$p(A' \cap B') = 1 - p(A \cup B) = 1 - \left(\frac{33}{100} + \frac{10}{100} - \frac{9}{100} \right) = 1 - \frac{34}{100} = \frac{66}{100}$

گر A, B دو پیشامد باشند و $P(A) = \frac{3}{8}, P(B) = \frac{3}{8}, P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ باشند مطلوب است محاسبه $p(A \cap B)$

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

$\frac{3}{4} = \frac{3}{8} + \frac{3}{8} - p(A \cap B) \rightarrow p(A \cap B) = \frac{1}{8}$

تاسی به گونه ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. احتمال اینکه در پرتاب تاس، عدد اول ظاهر شود چقدر است؟ $n = \text{عدد فرد}$

$p(2) = 3p(1)$

$p(1) + p(2) + p(3) + \dots + p(6) = 1 \rightarrow n + 3n + n + 3n + n + 3n = 1 \rightarrow n = \frac{1}{15}$

$A = \{2, 4, 6\} \rightarrow p(2) + p(4) + p(6) = 1 \rightarrow \frac{2}{15} + \frac{4}{15} + \frac{6}{15} = \frac{12}{15}$

موفق و رستگار باشید

$p(1) = \frac{1}{15}$

$p(6) = \frac{6}{15}$