

امتحانات نوبت اول سال تحصیلی ۹۷-۱۳۹۶		سوالات امتحان درس : آمار و احتمال
تاریخ امتحان: ۲۳ دی ماه ۹۶	اداره کل آموزش و پرورش استان کردستان	پایه و رشته: یازدهم ریاضی
مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	مرکز ملی پرورش استعدادهاى درخشان	نام و نام خانوادگی:
ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۲ سنندج	نام دبیر: حکیمی
	دوره دوم متوسطه فرزانتگان	

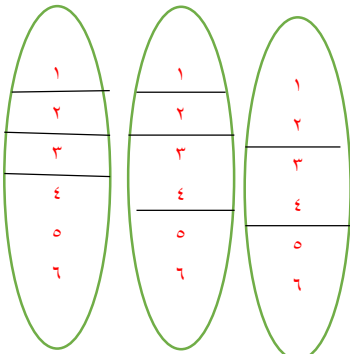
بارم	سوالات صفحه ی ۱	ردیف
۱/۵	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را با نماد \checkmark و \boxtimes فقط معلوم کنید.</p> <p>(الف) « $\sqrt{2}$ اول است » گزاره است.</p> <p>(ب) $\exists x \in N : 2x^2 + 3x + 1 = 0$</p> <p>(ج) $\sim(\forall x \in R : x^2 \geq 0) \equiv \exists x \in R : x^2 \neq 0$</p> <p>(د) $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$</p> <p>(ه) اگر S فضای نمونه و $A \subseteq S$ باشد، همواره: $P(A) < P(S)$</p> <p>(و) هر گاه یکی از اعضای A رخ دهد، می گوییم A رخ داده است.</p>	۱
۱/۵	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) در عبارت $(P \Rightarrow Q)$، عبارت Q شرط است برای P.</p> <p>(ب) مجموعه های A و B را ناسازگار می گوییم هرگاه:</p> <p>(ج) به هر عضو فضای نمونه، یک می گوییم.</p> <p>(د) هر زیر مجموعه ی یک عضوی از فضای نمونه را یک پیشامد می نامیم.</p> <p>(ه) ارزش گزاره ی $(-3 < -2 \Leftrightarrow 3 > 2)$، است.</p> <p>(و) اگر $A \subseteq B$ به طوری که $A \neq B$، آنگاه A زیرمجموعه ی B نامیده می شود.</p>	۲
۲	بدون استفاده از جدول و تنها به کمک استلزامات منطقی، هم ارزی زیر را نشان دهید. $p \Rightarrow \sim[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \equiv T$	۳
۰/۷۵	سه مجموعه A و B و C مثال بنویسید که: $A \in B, B \in C, A \in C$	۴
۱/۲۵	یک مجموعه ۶ عضوی را به چند طریق می توان به ۴ زیرمجموعه افزایش کرد؟	۵
۱/۵	به روش عضوگیری ثابت کنید اگر $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ باشد، آنگاه $A \cup C \subseteq B \cup D$	۶
۱	اگر از مجموعه ی A ، ۴ عضو حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه هایش ۴۸۰ واحد کم می شود؛ A چند زیرمجموعه دارد؟	۷
۲	اگر داشته باشیم $A = \{2^K K \in N, K \leq 2\}$ و $B = \{x x \in N, x^2 \leq 10\}$ ، با نوشتن اعضای A و B ، حاصل $A^2 - B^2$ را بیابید.	۸
۲	<p>(الف) $(A \cup B) - B = A - B$</p> <p>(ب) $C - (A \cup B) = (C - A) - B$</p>	۹
ادامه سوالات در صفحه دوم		

ردیف	سوالات صفحه دوم	بارم
۱۰	اگر $B \subseteq A$ باشد، ثابت کنید: $P(A - B) = P(A) - P(B)$	۱/۵
۱۱	اگر عددی به تصادف از میان اعداد طبیعی ۱ تا ۳۰۰ انتخاب کنیم، احتمال اینکه مضرب ۲ باشد اما مضرب ۳ نباشد را بیابید.	۲
۱۲	تاسی به گونه‌ای ساخته شده که احتمال ظاهر شدن مضارب عدد ۳، دو برابر سایر اعداد است. احتمال ظاهر شدن عدد بیشتر از ۳ را بیابید.	۱/۵
۱۳	اگر فضای نمونه‌ی S به صورت $S = \{a, b, c, d\}$ باشد و داشته باشیم: $P(\{a, b\}) = \frac{2}{5}$ و $P(\{a, c\}) = \frac{1}{2}$ و $P(c) = 2P(d)$ باشد، $P(\{a, d\})$ را بیابید.	۱/۵
پایان	سرافراز باشد	

امتحانات نوبت اول سال تحصیلی ۹۷-۱۳۹۶	آمار و احتمال	سوالات امتحان درس:
تاریخ امتحان: ۲۳ دی ماه ۹۶	بازدهم ریاضی	پایه و رشته:
مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان	نام و نام خانوادگی:
ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۲ سنندج	نام دبیر: حکیمی
	اداره کل آموزش و پرورش استان کردستان	
	دوره دوم متوسطه فرزاتگان	

نمره نهایی:	توجه:
	در صورت نیاز به جای بیشتر برای پاسخ، فقط از قسمت مخصوص در صفحه ۴ استفاده کنید

بارم	سوالات صفحه ۱	ردیف
۱/۵	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را با نماد <input checked="" type="checkbox"/> و <input type="checkbox"/> فقط معلوم کنید.</p> <p>الف) «$\sqrt{2}$ اول است» گزاره است. <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>ب) $\exists x \in N : 2x^2 + 3x + 1 = 0$. <input type="checkbox"/></p> <p>ج) $\sim(\forall x \in R : x^2 \geq 0) \equiv \exists x \in R : x^2 \ngtr 0$. <input type="checkbox"/></p> <p>د) $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$. <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>ه) اگر فضای نمونه و $A \subseteq S$ باشد، همواره: $P(A) < P(S)$. <input type="checkbox"/></p> <p>و) هرگاه یکی از اعضای A رخ دهد، می‌گوییم A رخ داده است. <input checked="" type="checkbox"/></p>	۱
۱/۵	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) در عبارت $(P \Rightarrow Q)$، عبارت Q شرط لازم است برای P.</p> <p>ب) مجموعه‌های A و B را ناسازگار می‌گوییم هرگاه: $A \cap B = \emptyset$</p> <p>ج) به هر عضو فضای نمونه، یک برآمد می‌گوییم.</p> <p>د) هر زیر مجموعه‌ی یک عضو از فضای نمونه را یک پیشامد ساده می‌نامیم.</p> <p>ه) ارزش گزاره‌ی $(-3 < -2 \Leftrightarrow 2 > 3)$، درست است.</p> <p>و) اگر $A \subseteq B$ به طوری که $A \neq B$، آنگاه A زیرمجموعه‌ی سره B نامیده می‌شود.</p>	۲
۲	<p>بدون استفاده از جدول و تنها به کمک استلزامات منطقی، هم‌ارزی زیر را نشان دهید.</p> $p \Rightarrow \sim[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \equiv T$ $p \Rightarrow \sim[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \equiv \sim P \vee \sim[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \equiv \sim P \vee [\sim(p \Rightarrow q) \vee q]$ $\equiv \sim P \vee [\sim(\sim p \vee q) \vee q] \equiv \sim P \vee [(p \wedge \sim q) \vee q]$ $\equiv \sim P \vee [(p \vee q) \wedge (\sim q \vee q)] \equiv \sim P \vee [(p \vee q) \wedge (T)] \equiv \sim P \vee [(p \vee q)] \equiv$ $\equiv (\sim P \vee P) \vee q \equiv T \vee q \equiv T$	۳
۰/۷۵	<p>سه مجموعه A و B و C مثال بنویسید که: $A \in B, B \in C, A \in C$</p> $A = \{1\} \quad B = \{\{1\}, 2\} \quad C = \{\{1\}, \{\{1\}, 2\}\}$	۴

بارم	سوالات صفحه ۲	ردیف
۱/۲۵	<p>یک مجموعه ۶ عضوی را به چند طریق می توان به ۴ زیرمجموعه افزایش کرد؟</p>  $\frac{6!}{1!1!1!3!} + \frac{6!}{1!1!2!2!} + \frac{6!}{2!2!2!} = \dots$	۵
۱/۵	<p>به روش عضوگیری ثابت کنید اگر $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ باشد، آنگاه $A \cup C \subseteq B \cup D$</p> $x \in (A \cup C) \rightarrow \begin{cases} x \in A \\ \vee \\ x \in C \end{cases} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \begin{cases} x \in B \\ \vee \\ x \in D \end{cases} \rightarrow x \in (B \cup D)$	۶
۱	<p>اگر از مجموعه A، ۴ عضو حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه هایش ۴۸۰ واحد کم می شود؛ A چند زیرمجموعه دارد؟</p> $2^{n-4} = 2^n - 480 \rightarrow 2^n - 2^{n-4} = 480 \rightarrow 2^{n-4}(2^4 - 1) = 480$ $2^{n-4} = 320 \rightarrow n-4 = 5 \rightarrow n = 9 \rightarrow 2^9 = 512$	۷
۲	<p>اگر داشته باشیم $A = \{2^K \mid K \in N, K \leq 2\}$ و $B = \{x \mid x \in N, x^2 \leq 10\}$، با نوشتن اعضای A و B، حاصل $A^2 - B^2$ را بیابید.</p> $A = \{2, 4\} \quad B = \{1, 2, 3\}$ $A^2 = \{(2, 2), (2, 4), (4, 2), (4, 4)\}$ $B^2 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$ $A^2 - B^2 = \{(2, 4), (4, 2), (4, 4)\}$	۸

به کمک جبر مجموعه‌ها نشان دهید

الف) $(A \cup B) - B = A - B$

$$(A \cup B) \cap B' = (A \cap B') \cup (B \cap B') = (A \cap B') \cup \emptyset = A - B$$

۹

۲

ب) $C - (A \cup B) = (C - A) - B$

$$C - (A \cup B) = C \cap (A \cup B)' = C \cap (A' \cap B') = (C \cap A') \cap B' = (C - A) - B$$

۱/۵

اگر $B \subseteq A$ باشد، ثابت کنید: $P(A - B) = P(A) - P(B)$

می‌دانیم که $(A - B) \cap (A \cap B) = \emptyset$ و $(A - B) \cup (A \cap B) = A$ پس:

$$P[(A - B) \cup (A \cap B)] = P(A - B) + P(A \cap B) \quad \text{و چون } B \subseteq A \text{ پس } A \cap B = B \text{ بنابراین:}$$

$$P(A) = P(A - B) + P(B) \quad \text{یعنی:}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(B)$$

۱۰

۲

اگر عددی به تصادف از میان اعداد طبیعی ۱ تا ۳۰۰ انتخاب کنیم، احتمال اینکه مضرب ۲ باشد اما مضرب ۳ نباشد را بیابید.

مضارب $A=2$ و مضارب $B=3$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \quad \text{داریم:}$$

$$\text{و } P(A) = \frac{\lfloor \frac{300}{2} \rfloor}{300} = \frac{150}{300} = \frac{1}{2} \quad \text{و } P(A \cap B) = \frac{\lfloor \frac{300}{6} \rfloor}{300} = \frac{50}{300} = \frac{1}{6} \quad \text{در نتیجه:}$$

$$P(A - B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

۱۱

بارم	سوالات صفحه‌ی ۴	ردیف
۱/۵	<p>تاسی به گونه‌ای ساخته شده که احتمال ظاهر شدن مضارب عدد ۳، دو برابر سایر اعداد است. احتمال ظاهر شدن عدد بیشتر از ۳ را بیابید.</p> $P(۳) = p(۶) = 2w, \quad p(۱) = p(۲) = p(۴) = p(۵) = w$ <p>حال: $4w + 2(2w) = 1$ یعنی: $8w = 1$ پس: $w = \frac{1}{8}$</p> <p>حال: $p(\{۴, ۵, ۶\}) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$</p>	۱۲
۱/۵	<p>اگر فضای نمونه‌ی S به صورت $S = \{a, b, c, d\}$ باشد و داشته باشیم: $P(\{a, c\}) = \frac{1}{4}$ و $P(\{a, b\}) = \frac{2}{5}$ و $P(c) = 2P(d)$ باشد، $P(\{a, d\})$ را بیابید.</p> <p>داریم: $p(a) + p(b) + p(c) + p(d) = 1$ پس: $\frac{2}{5} + 2P(d) + p(d) = 1$ یعنی: $3P(d) = \frac{3}{5}$</p> <p>پس: $P(d) = \frac{1}{5}$. بنابراین $P(c) = \frac{2}{5}$</p> <p>داریم: $p(a) + p(c) = \frac{1}{4}$ پس: $P(a) = \frac{1}{4} - \frac{2}{5} = \frac{1}{20}$ بنابراین: $P(a) = \frac{1}{20}$</p> <p>و در نهایت $P(\{a, d\}) = p(a) + p(d) = \frac{1}{20} + \frac{1}{5} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$</p>	۱۳
		محل پاسخ‌های جامانده
	سرافراز باشد	پایان