

محل مهر مدرسه	نام و نام خانوادگی دانش آموز:	بنام خدا	سوالات امتحانی درس: آمار و احتمال	
	پایه: دوم متوسطه نوبت: دوم	اداره کل آموزش و پرورش استان کرمانشاه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۳/	
	سال تحصیلی: ۱۳۹۶-۱۳۹۷	مدیریت آموزش و پرورش شهرستان پاوه	مدت امتحان: ۹۰ دقیقه	
	تعداد صفحات ۲	دبیرستان: دوره: دوم	ساعت شروع: ۱۰	
	نام و نام خانوادگی طراح: صبور رستمی		نمره به حروف	نمره به عدد

ردیف	سوالات	بارم
۱	ارزش گزاره های سوری زیر را تعیین کنید و نقیض هر یک را بنویسید. الف) $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0$ ب) $\exists y \in \mathbb{R}; y < 0 \wedge y^2 \leq 1$	۱
۲	مجموعه های زیر را که شامل شکل های هندسی در صفحه هستند، در نظر بگیرید: $A = \{x \mid x \text{ یک مستطیل است}\}$ $B = \{x \mid x \text{ یک لوزی است}\}$ $C = \{x \mid x \text{ یک مربع است}\}$ کدام یک از روابط زیر درست است؟ (با ذکر دلیل) الف) $A \subseteq C$ ب) $C \subseteq B$	۰/۵
۳	سوالات تستی: حاصل $(A - B) \cup (A \cap B)$ کدام گزینه است؟ الف) $\emptyset$ ب) $B$ ج) $A'$ د) $A$ مجموعه متناهی $A$ مفروض است، اگر دو عضو به اعضای $A$ اضافه کنیم تعداد زیر مجموعه های آن ۴۸ واحد افزایش می یابد $A$ چند عضوی است؟ الف) ۴    ب) ۸    ج) ۲    د) ۱۶ از جعبه ای که شامل ۵ مهره آبی و ۸ مهره قرمز است ۲ مهره به صورت پی در پی و بدون جایگذاری بیرون می آوریم اگر $A$ پیشامد آبی بودن مهره اول و $B$ پیشامد قرمز بودن دومین مهره باشد احتمال اینکه هر دو پیشامد رخ دهد چقدر است؟ الف) $\frac{40}{169}$ ب) $\frac{10}{156}$ ج) $\frac{10}{39}$ د) $\frac{10}{49}$ میانگین ۸ داده برابر ۱۴ است. اگر یکی از اعداد کنار بگذاریم میانگین ۷ داده باقی مانده ۱۵ می شود. چه عددی را کنار گذاشته ایم؟ الف) ۷    ب) ۱۱    ج) ۸    د) ۱۴	۲
۴	سوالات کامل کردنی: برای متغیر های پیوسته از نمودار ..... استفاده می شود. برای متغیر های کیفی از نمودار های ..... و ..... استفاده می شود. اگر ضریب تغییرات ۱۰ داده برابر ۲ باشد و میانگین آنها ۴ واریانس داده ها ..... است.	۱
۵	اگر $A = \{y + 2, 5, z\}$ و $B = \{x + 1, 4, -2\}$ در اینصورت، با فرض $A \times B = B \times A$ بیشترین مقدار برای $(x+y+z)$ را بیابید.	۱
۶	درستی گزاره زیر را به کمک جدول ارزش گزاره ها بیان کنید. $(p \wedge q \Rightarrow p) = T$	۱
۷	برای دو پیشامد $A$ و $B$ از فضای نمونه $S$ اگر $A \subseteq B$ ، ثابت کنید: $P(B-A) = P(B) - P(A)$	۱
۸	اگر $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه ای یک تجربه تصادفی $\frac{1}{3}$ ، $P(\{c, d\}) = \frac{1}{2}$ ، $P(\{b, d\}) = \frac{2}{3}$ ، $P(\{b, c\}) = \frac{2}{3}$ باشد، آنگاه $P(\{a\})$ را بدست آورید.	۱
۹	از بین ۳ کارت سفید و ۴ کارت سبز به تصادف ۱ کارت بدون جایگذاری بیرون می آوریم. سپس کارت دوم را خارج می کنیم.	۱/۵

سوال‌های امتحانی درس: آمار و احتمال		بنام خدا		نام و نام خانوادگی دانش آموز			
		اداره کل آموزش و پرورش استان کرمانشاه					
	احتمال آن را بیابید که هر دو کارت هم رنگ باشند.						
۱/۵	در جعبه ای ۶ مهره آبی و ۴ مهره سفید موجود است. سه مهره به تصادف خارج می کنیم. مطلوب است احتمال آن که: الف) حداقل ۲ مهره آبی باشند. ب) هیچ کدام از مهره ها آبی نباشند.						
۱	در جدول زیر زاویه مربوط به دسته سوم در نمودار دایره ای چقدر است؟						
		$X_i$	4	6	8	10	12
		$f_i$	3	4	10	7	6
۱/۲۵	مد و میانه را برای داده های زیر بدست آورید. ۴۳ و ۵۱ و ۴۸ و ۵۳ و ۴۶ و ۷۲ و ۶۰ و ۵۹ و ۴۲ و ۵۳ و ۴۷						
۱/۵	اگر داده های آماری ۱۱ و ۱۵ و ۱۷ و ۱۶ و ۱۴ و ۹ و ۱۲ و ۱۵ و ۱۸ و ۱۴ و ۱۱ را با نمودار جعبه ای نمایش دهیم. انحراف معیار اعداد داخل جعبه چه قدر است؟						
۱	اگر مجموعه ۴۰ داده آماری برابر ۱۰۰ و مجموع مربعات آن ها ۳۴۰ باشد، مطلوب است: الف) واریانس ب) ضریب تغییرات						
۰/۷۵	نمونه گیری اریب را همراه با یک مثال تعریف کنید.						
۱	فرض کنید جامعه ای از $N=100$ عضو تشکیل شده باشد و می خواهیم یک نمونه به اندازه $n=20$ از آن انتخاب می کنیم. نام هر روش نمونه گیری را بگویید. الف) جامعه به دو قسمت ۵۰ تایی تقسیم می شود و بخواهیم از هر قسمت نمونه تصادفی ده تایی انتخاب کنیم. ب) اگر جامعه را به تصادف به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم و دو قسمت را به عنوان نمونه انتخاب کنیم.						
۲	اگر بخواهیم انحراف معیار میانگین نمونه ای $(\sigma_{\bar{x}})$ بر اساس حجم نمونه $n=64$ تایی از جامعه ای که دارای انحراف معیار ۶ است به نصف کاهش یابد حجم نمونه باید چقدر باشد؟						
۲۰	موفق باشید						
	جمع						

		پایه: دوم متوسطه نوبت: دوم		تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۳/																					
		سال تحصیلی: ۱۳۹۶-۱۳۹۷		مدت امتحان: ۹۰ دقیقه																					
		تعداد صفحات: ۳		ساعت شروع: ۱۰																					
		نام و نام خانوادگی طراح: صبور رستمی		نمره به عدد	نمره به حروف																				
بارم	پاسخنامه	ردیف																							
1	<p>الف) ارزش این گزاره نادرست است؛ و <math>x=0</math>، مثالی نقض برای آن است.</p> $\sim (\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; x^2 \not> 0 \equiv \exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0$ <p>ب) درست است؛ زیرا <math>y=-1</math> در آن صدق می کند، پس مجموعه جواب آن ناتهی است.</p> $\sim (\exists y \in \mathbb{R}; y < 0 \wedge y^2 \leq 1) \equiv \forall y \in \mathbb{R}; \sim (y < 0 \wedge y^2 \leq 1)$ $\equiv \forall y \in \mathbb{R}; y \geq 0 \vee y^2 > 1$	۱																							
۰/۵	<p>الف) این رابطه نادرست است. زیرا در مستطیل لزوماً هر ۴ ضلع با هم برابر نیستند.</p> <p>ب) درست است. زیرا هر ۴ ضلع مربع با هم برابر است. پس شکل حتماً لوزی است.</p>	۲																							
۲	<p>هر مورد درست ۰/۵ نمره</p> <p>گزینه (د)</p> <p>گزینه (الف)</p> <p>گزینه (ج)</p> <p>گزینه (الف)</p>	۳																							
۱	<p>هر جای خالی ۰/۲۵ لحاظ گردد.</p>	۴																							
۱	<p>اگر <math>A \times B = B \times A</math> نتیجه می شود <math>A=B</math>، بنابراین: <math>\{y + 2, 5, z\} = \{x + 1, 4, -2\}</math></p> <p>واضح است که ۵ فقط می تواند با <math>x+1</math> برابر باشد لذا <math>x=4</math> است. اما در موارد دیگر دو حالت داریم:</p> $[(y + 2 = 4) \wedge (z = -2)] \vee [(y + 2 = -2) \wedge (z = 4)]$ $\Rightarrow [(y = 2) \wedge (z = -2)] \vee [(y = -4) \wedge (z = 4)] \Rightarrow y + z = 0$	۵																							
۱	<p>اثبات درستی:</p> <p><math>p \wedge q \Rightarrow p</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th><math>p \wedge q</math></th> <th><math>p \wedge q \Rightarrow p</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> </tr> </tbody> </table>	p	q	$p \wedge q$	$p \wedge q \Rightarrow p$	T	T	T	T	T	F	F	T	F	T	F	T	F	F	F	T	6			
p	q	$p \wedge q$	$p \wedge q \Rightarrow p$																						
T	T	T	T																						
T	F	F	T																						
F	T	F	T																						
F	F	F	T																						
۱	 <p><math>B = (B-A) \cup A</math></p> <p>همچنین <math>A</math> و <math>(B-A)</math> دو پیشامد از هم جدا هستند زیرا:</p> <p><math>A \cap (B-A) = \emptyset</math></p> <p>بنابراین:</p> $P(B) = P((B-A) \cup A) = P(B-A) + P(A) + P(A \cap (B-A))$ $\Rightarrow P(B) = P(B-A) + P(A) + 0 \Rightarrow P(B) = P(B-A) + P(A)$ $\Rightarrow P(B-A) = P(B) - P(A)$	7																							

۱	$P(\{b, c\}) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(\{b\}) + P(\{c\}) = \frac{2}{3} \quad (1)$ $P(\{b, d\}) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(\{b\}) + P(\{d\}) = \frac{1}{2} \quad (2)$ $P(\{c, d\}) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(\{c\}) + P(\{d\}) = \frac{1}{3}$ <p>از جمع روابط (۱) و (۲) داریم:</p> $2P(\{b\}) + P(\{c\}) + P(\{d\}) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$ <p>با استفاده از رابطه (۳) در رابطه اخیر داریم:</p> $2P(\{b\}) + \frac{1}{3} = \frac{7}{6} \Rightarrow P(\{b\}) = \frac{5}{12}$ <p>حال احتمال‌های <math>\{c\}</math> و <math>\{d\}</math> را با استفاده از روابط (۱) و (۲) به دست می‌آوریم:</p> $\xrightarrow{(1)} P(\{b\}) + P(\{c\}) = \frac{2}{3} \xrightarrow{P(\{b\}) = \frac{5}{12}} P(\{c\}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ $\xrightarrow{(2)} P(\{b\}) + P(\{d\}) = \frac{1}{2} \xrightarrow{P(\{b\}) = \frac{5}{12}} P(\{d\}) = \frac{1}{12}$ <p>با توجه به این که مجموع کل احتمال‌ها برابر یک است داریم:</p> $P(\{a\}) + P(\{b\}) + P(\{c\}) + P(\{d\}) = 1$ $\Rightarrow P(\{a\}) + \frac{5}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = 1 \Rightarrow P(\{a\}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$	8
۱/۵	<p>احتمال هم‌رنگ بودن دو کارت</p> $= \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{2}{14} + \frac{4}{14} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$	9
۱/۵	<p>۶ مهره آبی ۴ مهره سفید کل = ۱۰ انتخاب = ۳</p> $n(s) = \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} = 10 \times 3 \times 4 = 120$ <p>الف) حداقل ۲ تا آبی: یعنی ۲ تا آبی و یکی سفید یا ۳ تا آبی</p> $\Rightarrow P(A) = \frac{\binom{6}{2} \times \binom{4}{1} + \binom{6}{3}}{120} = \frac{15 \times 4 + 20}{120} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}$ <p>ب) هیچ‌کدام آبی نباشند یعنی هر ۳ مهره سفید باشند.</p> $P(B) = \frac{\binom{4}{3}}{120} = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$	10
۱	$n = 3 + 4 + 10 + 7 + 6 = 30$ $\alpha_3 = \frac{10}{36} \times 360 = 120 \Rightarrow \alpha_3 = 120^\circ$	۱۱

۱/۲۵	ابتدا داده ها را مرتب می کنیم: ۴۲ و ۴۳ و ۴۶ و ۴۷ و ۴۸ و ۵۱ و ۵۳ و ۵۳ و ۵۹ و ۶۰ و ۷۲ میانه: ۵۱ مد: ۵۳	۱۲
۱/۵	در نمودار جعبه‌ای اعداد بین $Q_1$ و $Q_3$ داخل جعبه هستند: مرتب کردن داده‌ها $\rightarrow$ $\boxed{9, 11, 11, 12, 14}$ , ۱۴, $\boxed{15, 15, 16, 17, 18}$ داده‌های مورد نظر $\rightarrow$ ۱۲, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۵ $\Rightarrow \bar{x} = \frac{12+14+14+15+15}{5} = 14$ $\sigma^2 = \frac{4+0+0+1+1}{5} = \frac{6}{5} = \frac{12}{10} = 1/2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{1/2} = 1/1$	۱۳
۱	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2$ الف) $n = 40$ $x_1 + x_2 + \dots + x_{40} = 100$ $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{40}^2 = 240 \Rightarrow \bar{x} = \frac{100}{40} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \Rightarrow (\bar{x})^2 = \frac{25}{4}$ $\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} = \frac{240}{40} = \frac{24}{4} = \frac{12}{2}$ $\Rightarrow \sigma^2 = \frac{12}{2} - \frac{25}{4} = \frac{24-25}{4} = \frac{-1}{4} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{4}$ ب) $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1/2}{5/2} = \frac{1}{5} = 0.2$	۱۴
۰/۷۵	اگر یک روش نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند می‌گویند: آن روش نمونه‌گیری اریب می‌باشد. مثال: نظر سنجی دربارهٔ انتخابات.	۱۵
۱	الف) خوشه‌ای ب) طبقه‌ای	۱۶
۲	$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{6}{\sqrt{64}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ اکنون می‌خواهیم $\sigma_{\bar{x}} = \frac{3}{4}$ به نصف کاهش یابد. پس: $\sigma_{\bar{x}} \text{ جدید} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{6}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 16 \Rightarrow n = 256$ یعنی باید حجم نمونه ۲۵۶ شود.	۱۷
۲۰	موفق باشید	جمع