محل مهر یا امضاء مدیر

سؤال

جمهوری اسلامی ایران

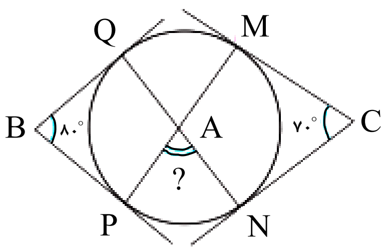
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره آموزش و پرورش منطقه ۵ تهران

ش صندلی (ش داوطلب)	نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی	نوبت امتحانی: دی ماه ۱۳۹۷	ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح
نام و نام خانوادگی:	نام پدر: پایه: یازدهم	رشته: ریاضی	وقت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سؤال امتحان درس: هندسه ۲	نام دبیر / دبیران:	سال تحصیلی: ۱۳۹۸ - ۱۳۹۷	تاریخ امتحان: ۰۵ / ۱۰ / ۱۳۹۷
			تعداد صفحه سؤال: ۳ صفحه

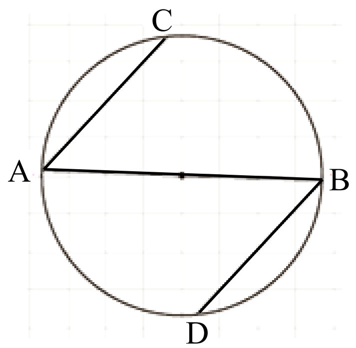
بارم

۱- در شکل اضلاع زاویه‌های $\widehat{B}$ و $\widehat{C}$ بر دایره مماس‌اند. اندازهٔ زاویهٔ $\widehat{A}$ چند درجه است؟ ۱/۲۵



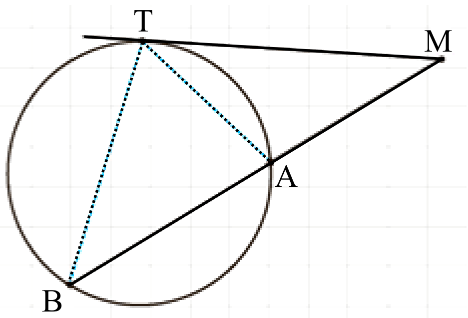
۲- در شکل مقابل، AB قطری از دایره است و وترهای AC و BD موازی‌اند. ۱

ثابت کنید: $AC = BD$



۳- ابتدا زاویه‌ی ظلّی را تعریف کنید. سپس ثابت کنید اندازه‌ی هر زاویه‌ی ظلّی برابر است با نصف کمان روبه‌رو به آن زاویه. ۱/۵

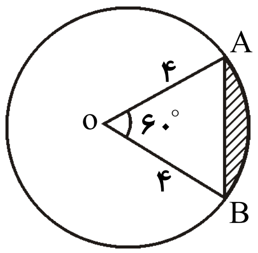
۴- در شکل مقابل MT بر دایرهٔ C مماس است. ثابت کنید: $MT^2 = MA \times MB$ ۱/۲۵



۵- دو دایرهٔ C و C' مماس برون هستند. اگر طول مماس مشترک خارجی این دو دایره $6\sqrt{3}$ و طول خط‌المرکزین آن‌ها ۱۲ واحد باشد آن‌گاه طول شعاع‌های این دو دایره را به‌دست آورید. ۱/۲۵

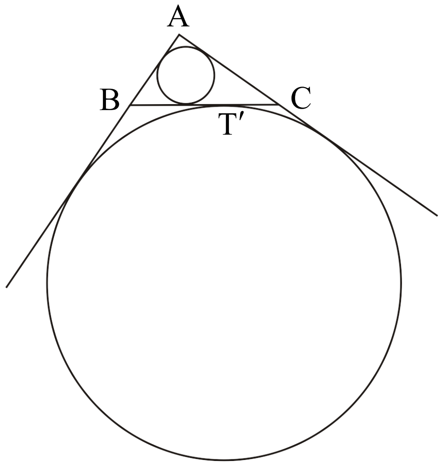
پاسخ سؤالات در روی برگه سؤال نوشته شود، نیازی با پاسخنامه سفید ندارد.☐ پاسخنامه سفید داده شود. ■

۶- در شکل مقابل شعاع دایره برابر با ۴ واحد است. مساحت ناحیهٔ هاشور خورده را محاسبه کنید. ۱



۷- ثابت کنید یک ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین یک چهار ضلعی محاطی است. ۱

۸- در مثلث قائم‌الزاویه $ABC(\hat{A}=90^\circ)$ داریم $AB=3$ و $AC=4$. دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ضلع BC در نقطهٔ T' بر ضلع BC مماس است.



الف) طول پاره‌خط BT' را به‌دست آورید. ۰/۷۵

ب) طول شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلث را به‌دست آورید. ۰/۷۵

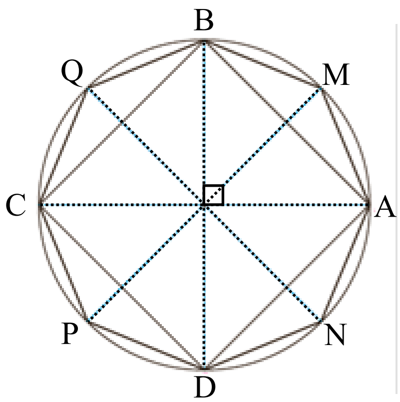
پ) طول شعاع دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ضلع BC (نظیر رأس **A**) را به‌دست آورید. ۰/۷۵

۹- ثابت کنید اگر در یک چهارضلعی محدب جمع اضلاع روبه‌رو برابر باشند آن‌گاه آن چهارضلعی یک چهارضلعی محیطی است. ۲

۱۰- دو قطر عمود بر هم AC و BD از یک دایره را رسم می‌کنیم.

الف) ثابت کنید چهارضلعی ABCD یک مربع است. ۰/۷۵

ب) عمود منصف‌های ضلع‌های این مربع را رسم کنید تا دایره را قطع کنند. ثابت کنید هشت ضلعی AMBQCPDN منتظم است. ۰/۷۵



بارم

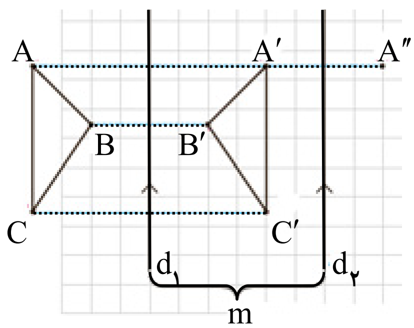
۱۱- ثابت کنید بازتاب یک تبدیل طولپا است (سؤال را برای حالتی حل کنید که پاره‌خط داده شده با خط بازتاب موازی باشد.) ۱/۵

۱۲- ثابت کنید دوران یافتهٔ پاره‌خط AB تحت دوران به مرکز O و زاویهٔ α پاره‌خطی برابر با پاره‌خط AB است.(سؤال را برای حالتی حل کنید که مرکز دوران (نقطهٔ O) بر پاره‌خط AB و یا امتداد آن نباشد و زاویهٔ دوران از $A\hat{O}B$ بیش‌تر باشد.) ۱/۵

۱۳- نقطهٔ A به فاصلهٔ $2\sqrt{6}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطهٔ A را تحت بازتاب نسبت به خط d، نقطهٔ A' می‌نامیم. نقطهٔ A را حول نقطهٔ A' به اندازهٔ ۱۲۰ درجه دوران می‌دهیم تا نقطهٔ A'' حاصل شود. طول پاره‌خط AA'' را محاسبه کنید. ۱/۲۵

---

۱۴ – در شکل، d_1 به موازات d_2 و به فاصلهٔ m از آن قرار دارد و مثلث $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ بازتاب مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ نسبت به خط d_1 است. بازتاب مثلث $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ را نسبت به خط d_2 رسم کنید و آن‌را $\overset{\Delta}{A''B''C''}$ بنامید.



الف) نشان دهید: $AA'' = 2m$ ۰/۷۵

ب) اندازهٔ BB'' و CC'' چقدر است؟ ۰/۲۵

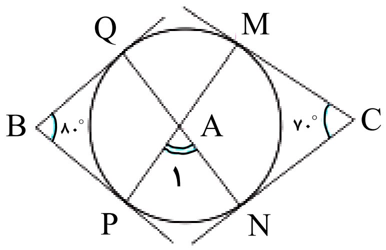
پ) با چه تبدیلی می‌توان مثلث $\overset{\Delta}{A''B''C''}$ را تصویر $\overset{\Delta}{ABC}$ دانست؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ ۰/۷۵

جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه ۵

محل مهر یا امضاء مدیر
راهنمایی تصحیح (ویژه دبیران)

راهنمای تصحیح درس: هندسه ۲ | نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی | ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح
نوبت امتحانی: دی ماه ۱۳۹۷ | پایه: یازدهم | تاریخ امتحان: ۵ / ۱۰ / ۱۳۹۷
رشته: ریاضی | سال تحصیلی: ۱۳۹۸ - ۱۳۹۷ | تعداد برگ راهنمای تصحیح: ۳ برگ

۱-

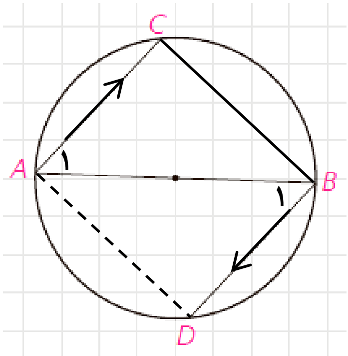


$$\hat{B}=\frac{\overset{\frown}{QMP}-\overset{\frown}{QP}}{۲}\rightarrow \hat{B}=\frac{\overset{\frown}{QM}+\overset{\frown}{MN}+\overset{\frown}{NP}-\overset{\frown}{QP}}{۲}$$

$$\hat{C}=\frac{\overset{\frown}{MQN}-\overset{\frown}{MN}}{۲}\rightarrow \hat{C}=\frac{\overset{\frown}{MQ}+\overset{\frown}{QP}+\overset{\frown}{PN}-\overset{\frown}{MN}}{۲}$$

$$\left.\begin{array}{l}\rightarrow \underbrace{\cancel{\hat{B}+\hat{C}}}_{۱۵۰^\circ}=\overset{\frown}{MQ}+\overset{\frown}{NP}\\ \hat{A}_۱=\frac{\overset{\frown}{QM}+\overset{\frown}{PN}}{۲}\end{array}\right\}\hat{A}_۱=۷۵^\circ$$

۲-

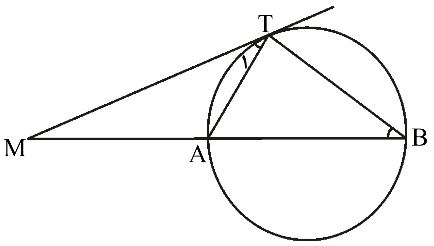


$$\left.\begin{array}{r}AC\parallel BD\rightarrow \hat{A}_۱=\hat{B}_۱\\ \text{قطر دایره } AB\rightarrow \hat{C}=\hat{D}=۹۰^\circ\\ AB=BA\end{array}\right\}\overset{\Delta}{ACB}\cong\overset{\Delta}{BDA}\rightarrow AC=BD$$

وتر و یک زاویهٔ حاده

۳- قضیهٔ صفحهٔ ۱۴ کتاب درسی

۴-

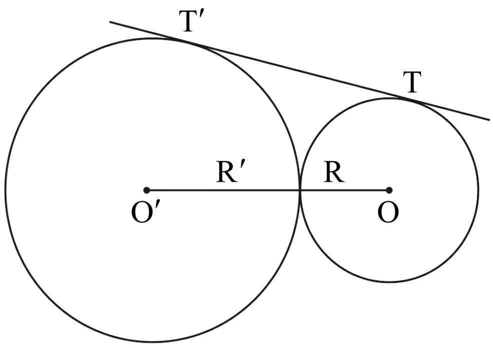


$$\left.\begin{array}{l}\hat{M}=\hat{M}\\ \left.\begin{array}{l}\hat{T}_۱=\frac{\overset{\frown}{AT}}{۲}\\ \hat{B}=\frac{\overset{\frown}{AT}}{۲}\end{array}\right\}\hat{T}_۱=\hat{B}\end{array}\right\}M\overset{\Delta}{A}T\sim M\overset{\Delta}{T}B$$

زاویهٔ ظلّی — زاویهٔ محاطی — ز - ز

$$\rightarrow \frac{MA}{MT}=\frac{MT}{MB}\rightarrow MT^۲=MA\times MB$$

۵-



دو دایره مماس برون هستند. $\rightarrow R+R'=۱۲$

$$TT'=\sqrt{OO'^۲-(R-R')^۲}\rightarrow ۶\sqrt{۳}=\sqrt{۱۲^۲-(R-R')^۲}$$

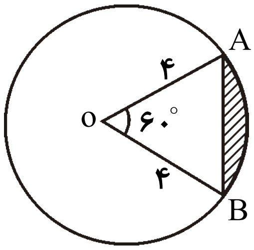
$$\rightarrow ۱۰۸=۱۴۴-(R-R')^۲\rightarrow (R-R')^۲=۳۶\rightarrow R-R'=۶$$

$$\left.\begin{array}{l}R-R'=۶\\ R+R'=۱۲\end{array}\right\}\rightarrow R=۹,R'=۳$$

۲۰

بارم

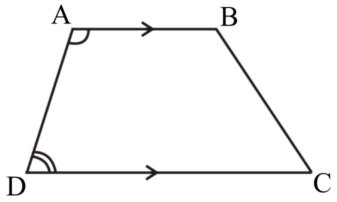
۶-



مساحت ناحیهٔ هاشور خورده = مساحت قطاع OAB − مساحت مثلث OAB

$$= \frac{۱}{۶}\pi \times ۴^۲ - \frac{\sqrt{۳}}{۴}\times ۴^۲ = \frac{۸}{۳}\pi - ۴\sqrt{۳}$$ مساحت ناحیهٔ هاشور خورده

۷-



ذوزنقه $ABCD \to AB \parallel DC \to \widehat{A}+\widehat{D}=۱۸۰^\circ$

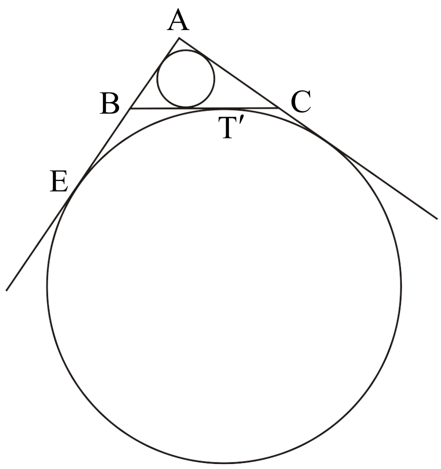
مورب AD

ذوزنقه متساوی الساقین $ABCD \to \widehat{D}=\widehat{C}$

$\widehat{A}+\widehat{C}=۱۸۰^\circ$

ABCD محاطی است

۸- الف)



$\widehat{A}=۹۰^\circ , AB=۳ , AC=۴ \to BC=۵$

می‌دانیم $AE=\frac{۳+۴+۵}{۲}=۶$

$AE=AB+BE$

$AB=۳$

$BE=۳$

$BE=BT'$

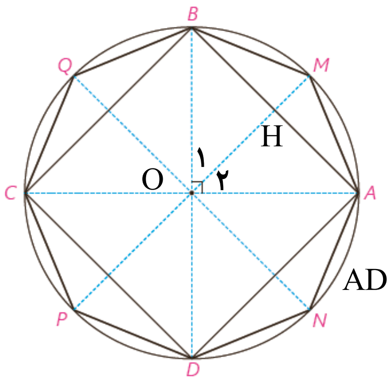
$BT'=۳$

ب) $S=r.p \to \frac{۳\times ۴}{۲}=۶r \to r=۱$

پ) $S=r_a(p-a) \to \frac{۳\times ۴}{۲}=r_a(۶-۵) \to r_a=۶$

۹- قضیه‌ی صفحه‌ی ۲۸ کتاب درسی

۱۰- الف)



قطر $AC \to \widehat{ABC}=۹۰^\circ$

به همین ترتیب می‌توان ثابت کرد زوایای A و C و D در چهارضلعی ABCD همگی قائمه هستند.

$AC \perp BD \to \widehat{AOB}=۹۰^\circ \to \widehat{AB}=۹۰^\circ$

به همین ترتیب می‌توان ثابت کرد $\widehat{AD}=\widehat{CD}=\widehat{BC}=۹۰^\circ$ بنابراین $AD=CD=BC=AB$

چهارضلعی ABCD چهار زاویهٔ قائمه و چهارضلع برابر دارد بنابراین مربع است.

ب) $OA=OB \to$ (ویژگی قطر عمود بر وتر) ارتفاع **OH** نیمساز هم است $\to \widehat{O}_۱=\widehat{O}_۲$

$\widehat{O}_۱+\widehat{O}_۲=۹۰^\circ$

$\widehat{O}_۱=\widehat{O}_۲=۴۵^\circ$

$\to \widehat{AM}=\widehat{BM}=۴۵^\circ$

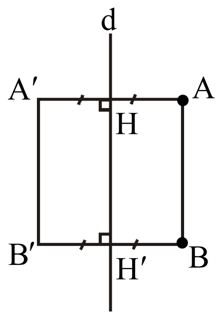
به همین ترتیب می‌توان ثابت کرد $\widehat{AN}=\widehat{DN}=\widehat{DP}=\widehat{PC}=\widehat{CQ}=\widehat{QB}=۴۵^\circ$

۲۰ جمع کل

از آن‌جا که اگر دو کمان در یک دایره برابر باشند وترهای نظیر آن‌ها نیز برابرند در نتیجه می‌توان گفت در هشت‌ضلعی $AMBQCPDN$ همهٔ اضلاع برابرند.

هم‌چنین هر زاویه این هشت‌ضلعی برابر است با $135^\circ = \frac{6\times 45^\circ}{2}$. از آن‌جا که هشت ضلع و هشت زاویه این هشت‌ضلعی با هم برابرند بنابراین هشت ضلعی $AMBQCPDN$ یک هشت ضلعی منتظم است.

۱۱-



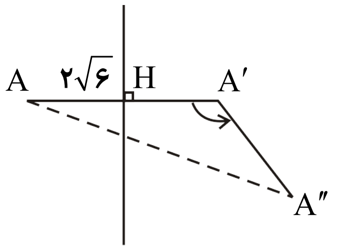
$$\left.\begin{array}{l}\text{بازتاب نسبت به خط } d \rightarrow AH = A'H \\ \text{بازتاب نسبت به خط } d \rightarrow BH' = B'H' \\ AB \parallel d \rightarrow AH = BH'\end{array}\right\} AA' = BB'$$

$$\left.\begin{array}{l}AA' \perp d \\ BB' \perp d\end{array}\right\} AA' \parallel BB'$$

متوازی الاضلاع است $ABB'A' \rightarrow AB = A'B'$

۱۲- قضیهٔ صفحهٔ ۴۳ کتاب درسی

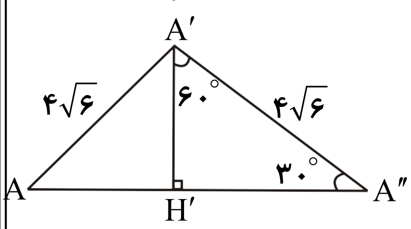
۱۳-



$$\left.\begin{array}{l}AH = 2\sqrt{6} \rightarrow AA' = 4\sqrt{6} \\ AA' = A''A'\end{array}\right\} A'A'' = 4\sqrt{6}$$

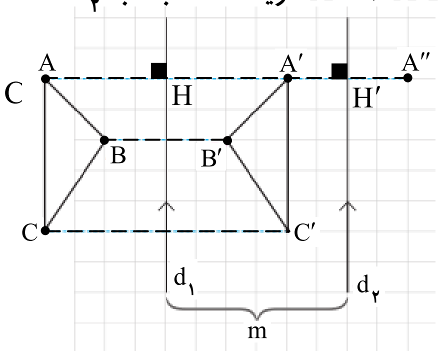
$$\hat{H}' = 90^\circ,\ \hat{A}' = 60^\circ \rightarrow A''H' = \frac{\sqrt{3}}{2}\times 4\sqrt{6} = 6\sqrt{2}$$

$$\rightarrow AA'' = 12\sqrt{2}$$



۱۴- (الف)

$$\left.\begin{array}{l}\text{قرینهٔ } A \text{ نسبت به } d_1 \quad A' \rightarrow AH = A'H \longrightarrow AA' = 2A'H \\ \text{قرینهٔ } A' \text{ نسبت به } d_2 \quad A'' \rightarrow A''H' = A'H' \longrightarrow A'A'' = 2A'H'\end{array}\right\} AA'' = 2(A'H + A'H') = 2HH' = 2m$$



بارم

$$\left.\begin{array}{l} AA'' \perp d_1 \\ BB'' \perp d_1 \\ CC'' \perp d_1 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} AA'' \parallel BB'' \parallel CC'' \\ \\ AA'' = BB'' = CC'' \end{array}\right\} \overrightarrow{AA''} = \overrightarrow{BB''} = \overrightarrow{CC''}$$

مثلث $A''\overset{\Delta}{B''}C''$ انتقال یافتهٔ مثلث $A\overset{\Delta}{B}C$ تحت بردار $\overrightarrow{AA''}$ است. ترکیب دو بازتاب محوری با محورهای موازی یک انتقال است.

جمع کل ۲۰