

ش سندلی :

نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی

نوبت امتحانی: خردادماه ۱۳۹۹

ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح

نام و نام خانوادگی:

نام پدر:

پایه: یازدهم

رشته: ریاضی

وقت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ امتحان: ۱۳۹۹ / ۰۳ / ۲۴

سال تحصیلی: ۱۳۹۹ - ۱۳۹۸

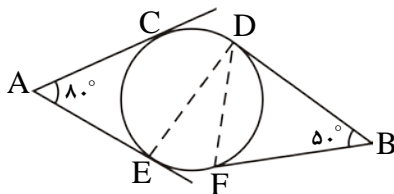
نام دبیر:

سؤال امتحان درس: هندسه ۲

تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

بارم

۱

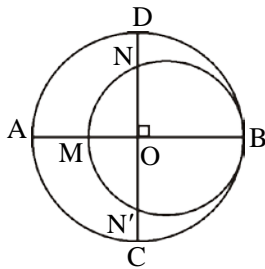


۱- در شکل مقابل اضلاع زاویه‌های A و B بر دایره مماس‌اند. اگر وتر CD برابر شعاع دایره باشد آن‌گاه مقدار زاویه EDF را به دست آورید.

۱

۲- با استفاده از دستور محاسبه‌ی طول مماس مشترک خارجی، نشان دهید طول مماس مشترک خارجی دو دایره‌ی مماس خارج به شعاع‌های R و R' برابر است با $2\sqrt{RR'}$.

۱/۵



۳- در شکل مقابل دو دایره برهم مماس و دو قطر AB و CD از دایره‌ی بزرگ برهم عمودند. اگر $AM = 16$ و $ND = 10$ باشد، شعاع‌های دو دایره را به دست آورید.

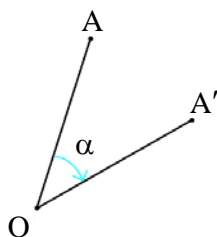
۱/۵

۴- ثابت کنید هر Ω ضلعی منتظم محاطی است.

۱/۲۵

۵- ثابت کنید بازتاب یک تبدیل طولیا است (سؤال را برای حالتی حل کنید که پاره‌خط داده شده با خط بازتاب موازی باشد).

۰/۷۵



۶- در شکل مقابل نقطه‌ی A' دوران یافته‌ی نقطه‌ی A در دوران به مرکز O و زاویه‌ی α است. ثابت کنید عمودمنصف AA' از نقطه‌ی O می‌گذرد.

۰/۷۵

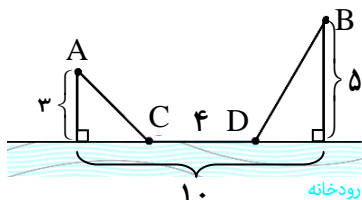
۷- دایره‌ی $C(O, R)$ و نقطه‌ی M خارج این دایره مفروض‌اند. مجانس این دایره نسبت به نقطه‌ی M را در هر حالت رسم کنید.

الف) $k = \frac{1}{2}$

ب) $k = -2$

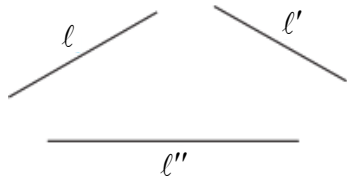
۰/۷۵

۱/۷۵



۸- دو شهر A و B مطابق شکل در یک طرف رودخانه قرار گرفته‌اند. می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم به طوری که ۴ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود. با توجه به اندازه‌های مشخص شده طول کوتاه‌ترین مسیر ACDB را بیابید.

۱/۷۵



۹- سه خط دوبه‌دو ناموازی l و l' و l'' در صفحه مفروض‌اند. پاره‌خطی به طول ۵ سانتی‌متر رسم کنید که دو سر آن روی l و l' و موازی l'' باشد.

۱
۰/۷۵

۱۰- در مثلث ABC داریم $AB = ۱۰$ ، $AC = ۶$ و $\hat{A} = ۱۲۰^\circ$

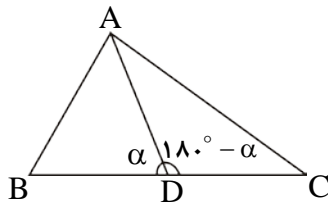
(الف) طول ضلع BC را به‌دست آورید.

(ب) شعاع دایره‌ی محیطی مثلث را به‌دست آورید.

(پ) طول نیم‌ساز داخلی A را به‌دست آورید.

۱

۱۱- در مثلث ABC ، نقطه‌ی دلخواه D روی ضلع BC مفروض است. به کمک قضیه‌ی کسینوس‌ها در دو مثلث ADC و ADB درستی تساوی زیر را ثابت کنید:



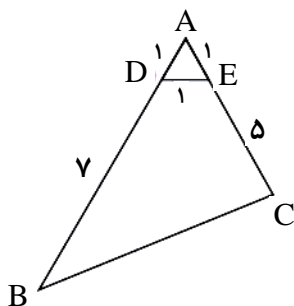
$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot DB = AD^2 \cdot BC + DB \cdot DC \cdot BC$$

۱/۵

۱۲- در مثلث ABC ، ضلع $AC = ۶$ و میانه‌ی $BM = ۵$ است. نیم‌سازهای دو زاویه‌ی AMB و CMB دو ضلع دیگر این مثلث را در نقاط P و Q قطع می‌کنند. طول پاره‌خط PQ را به‌دست آورید.

۱/۵

۱۳- در شکل مقابل مساحت چهارضلعی $DECB$ را بیابید.



۱

۱۴- در مثلث ABC به اضلاع ۱۳، ۱۴ و ۱۵ سانتی‌متر نقطه‌ای داخل مثلث که از اضلاع به طول‌های ۱۳ و ۱۴ سانتی‌متر به فاصله‌ی ۲ و ۳ سانتی‌متر است از ضلع بزرگ‌تر چه فاصله‌ای دارد؟

۱/۲۵

| | | |
|---------------------------------|--|-----------------------------|
| ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح | نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی | راهنمای تصحیح درس: هندسه ۲ |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۳/۲۴ | پایه: یازدهم | نوبت امتحانی: خردادماه ۱۳۹۹ |
| تعداد برگ راهنمای تصحیح: ۴ صفحه | سال تحصیلی: ۱۳۹۹ - ۱۳۹۸ | رشته: ریاضی |

بارم ۱

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{CD} + \widehat{DF} + \widehat{FE} - \widehat{CE}}{2} \rightarrow 80^\circ$$

$$\widehat{B} = \frac{\widehat{CD} + \widehat{CE} + \widehat{EF} - \widehat{DF}}{2} \rightarrow 50^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{DF} + \widehat{FE} - \widehat{CE} &= 100^\circ \\ \widehat{CE} + \widehat{EF} - \widehat{DF} &= 40^\circ \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 2\widehat{FE} &= 140^\circ \rightarrow \widehat{FE} = 70^\circ \rightarrow \widehat{EDF} = 35^\circ \end{aligned}$$

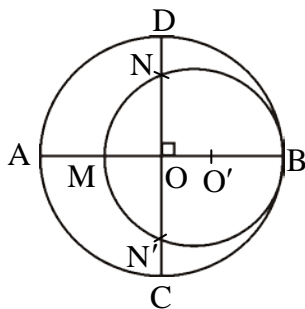
۲- - می دانیم اگر دو دایره به شعاع‌های R و R' مماس خارج باشند آن گاه طول خط‌المركزین دو دایره برابر است با R + R'

۱

$$\left. \begin{aligned} \text{طول مماس مشترک خارجی دو دایره} &= \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} \\ \text{طول مماس مشترک خارجی دو دایره} &= \sqrt{(R + R')^2 - (R - R')^2} \end{aligned} \right\} OO' = R + R'$$

$$= \sqrt{4RR'} = 2\sqrt{RR'}$$

۳- شعاع دایره‌ی بزرگ را برابر با R و شعاع دایره‌ی کوچک را برابر با R' در نظر می‌گیریم.



۱/۵

$$DN = 10 \rightarrow ON = R - 10$$

$$AM = 16 \rightarrow OM = R - 16$$

می‌دانیم قطر عمود بر هر وتر در یک دایره آن وتر و کمان‌های نظیر آن وتر را نصف می‌کند بنابراین می‌توان نوشت: $ON = ON'$

$$OM \times OB = ON \times ON' \rightarrow (R - 16)R = (R - 10)(R - 10)$$

$$\rightarrow R^2 - 16R = R^2 - 20R + 100 \rightarrow 4R = 100 \rightarrow R = 25 \rightarrow AB = 50$$

$$\left. \begin{aligned} AB &= 50 \\ AM &= 16 \end{aligned} \right\} BM = 50 - 16 = 34 \rightarrow R' = 17$$

۴- فعالیت صفحه‌ی ۲۹ کتاب درسی

۱/۲۵

$$\left. \begin{aligned} \text{بازتاب نسبت به خط } d &\rightarrow AH = A'H \\ \text{بازتاب نسبت به خط } d &\rightarrow BH' = B'H' \end{aligned} \right\} AA' = BB'$$

$$AB \parallel d \rightarrow AH = BH'$$

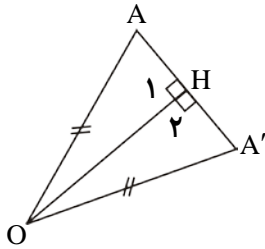
$$\left. \begin{aligned} AA' &\perp d \\ BB' &\perp d \end{aligned} \right\} AA' \parallel BB'$$

متوازی الاضلاع است $ABB'A' \rightarrow AB = A'B'$

-۶

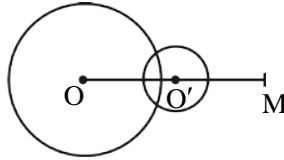
بارم

۰/۷۵



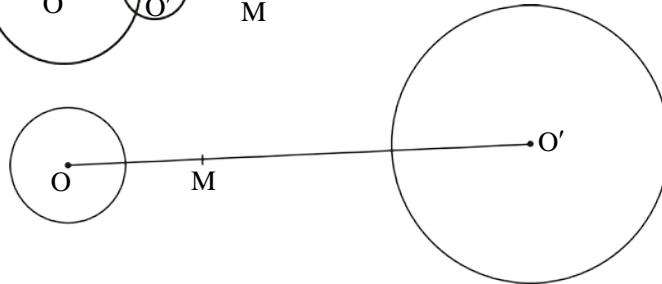
$$\left. \begin{array}{l} OA = OA' \\ OH = OH \\ \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \triangle OAH \cong \triangle OA'H \rightarrow AH = A'H \\ \text{وتر یک ضلع} \end{array}$$

۰/۷۵



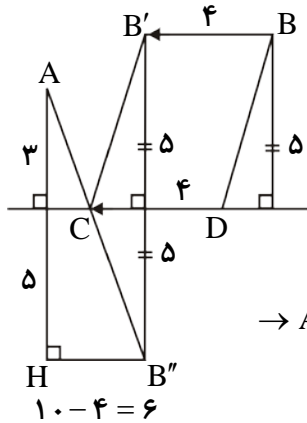
۷-الف) $\frac{MO'}{MO} = \frac{1}{2}, R' = \frac{R}{2}$

۰/۷۵



۷-ب) $\frac{MO'}{MO} = 2, R' = 2R$

۸- برای حل سؤال ابتدا نقطه‌ی B را با بردار DC انتقال می‌دهیم و نقطه‌ی حاصل را B' می‌نامیم. می‌توان نوشت:



$$\overline{BB'} = \overline{DC} \Rightarrow CB' = DB$$

$$\text{طول مسیر ACDB} = AC + CD + DB = AC + 4 + CB'$$

$$\text{کم‌ترین طول مسیر ACDB} = \min(AC + CB') + 4$$

$$AC + CB' = AC + CB'' \geq AB'' \rightarrow \min(AC + CB') = AB''$$

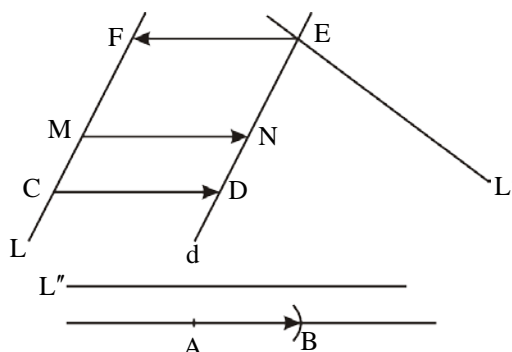
$$(AB'')^2 = AH^2 + HB''^2 \rightarrow AB''^2 = 8^2 + 6^2 \rightarrow AB'' = 10$$

$$\rightarrow \text{کم‌ترین طول مسیر ACDB} = 10 + 4 = 14$$

۱/۷۵

۹- برای حل سؤال ابتدا بردار AB را به طول ۵ سانتی‌متر موازی با خط L'' رسم می‌کنیم. حال خط L را با بردار AB انتقال می‌دهیم و خط حاصل را d می‌نامیم. (برای این منظور فقط کافی است از دو نقطه‌ی دلخواه و متمایز از خط L دو بردار مساوی با بردار AB رسم کنیم و نقاط انتهایی بردارها را به هم وصل کنیم.) از آن‌جا که انتقال شیب خط را حفظ می‌کند می‌توان گفت دو خط d و L موازیند و با توجه به آن‌که دو خط L و L' غیر موازیند می‌توان گفت دو خط d و L' نیز غیر موازیند. محل برخورد این دو خط را E می‌نامیم. نقطه‌ی E را با بردار BA انتقال می‌دهیم و نقطه‌ی حاصل را F می‌نامیم. دقت کنید چون خط d انتقال یافته‌ی خط L با بردار AB است بنابراین خط L انتقال یافته‌ی خط d با بردار BA محسوب می‌شود. پس نقطه‌ی F روی خط L است. همچنین چون EF = BA است بنابراین طول پاره‌خط EF ۵ سانتی‌متر است و موازی با خط L'' خواهد بود در نتیجه EF همان پاره‌خط مطلوب است.

۱/۷۵



| | | |
|---------------------------------|--|-----------------------------|
| ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح | نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی | راهنمای تصحیح درس: هندسه ۲ |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۳/۲۴ | پایه: یازدهم | نوبت امتحانی: خردادماه ۱۳۹۹ |
| تعداد برگ راهنمای تصحیح: ۴ صفحه | سال تحصیلی: ۱۳۹۹ - ۱۳۹۸ | رشته: ریاضی |

بارم ۱

۱۰- الف)

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$\rightarrow a^2 = 100 + 36 - 2 \times 10 \times 6 \times \cos 120^\circ \rightarrow a^2 = 196$$

$$\rightarrow a = 14$$

ب)

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R \rightarrow \frac{14}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \rightarrow R = \frac{14}{\sqrt{3}}$$

پ)

$$AD = \frac{2AB \times AC}{AB + AC} \cos \frac{\hat{A}}{2}$$

$$\rightarrow d_a = \frac{2 \times 10 \times 6}{10 + 6} \times \cos 60^\circ = \frac{60}{16} = 3/75$$

۱/۵

۱۱-

$$\triangle ABD: AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2AD \cdot BD \cdot \cos \hat{D}_1 \quad *1$$

$$\triangle ACD: AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2AD \cdot CD \cdot \cos \hat{D}_2 \quad *2$$

$$*1 \rightarrow CD \cdot AB^2 = CD \cdot AD^2 + CD \cdot BD^2 - 2AD \cdot CD \cdot BD \cdot \cos \hat{D}_1$$

$$*2 \rightarrow BD \cdot AC^2 = BD \cdot AD^2 + BD \cdot CD^2 - 2AD \cdot BD \cdot CD \cdot \cos \hat{D}_2 \quad \star 1$$

$$\hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 180^\circ \rightarrow \cos \hat{D}_1 = -\cos \hat{D}_2 \quad \star 2$$

$$\rightarrow CD \cdot AB^2 + BD \cdot AC^2 = AD^2 \cdot CD + AD^2 \cdot BD + BD^2 \cdot CD + CD^2 \cdot BD$$

$$\rightarrow CD \cdot AB^2 + BD \cdot AC^2 = AD^2 \cdot \frac{CD + BD}{BC} + BD \cdot CD \cdot \frac{BD + CD}{BC}$$

★۱ و ★۲

۱/۵

۱۲-

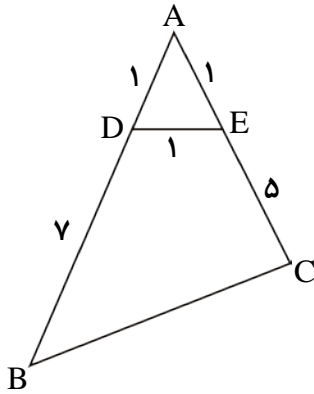
$$\left. \begin{array}{l} \text{نیمساز } MP \rightarrow \frac{BP}{PA} = \frac{BM}{MA} \\ \text{نیمساز } MQ \rightarrow \frac{BQ}{QC} = \frac{BM}{MC} \end{array} \right\} \frac{BP}{PA} = \frac{BQ}{QC} \rightarrow PQ \parallel AC$$

$$BM \text{ میانه} \rightarrow MA = MC$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{نیمساز } MP \rightarrow \frac{BP}{PA} = \frac{BM}{MA} \rightarrow \frac{BP}{PA} = \frac{5}{3} \rightarrow \frac{BP}{BA} = \frac{5}{8} \\ PQ \parallel AC \rightarrow \frac{BP}{BA} = \frac{PQ}{AC} \end{array} \right\} \frac{PQ}{AC} = \frac{5}{8} \rightarrow PQ = \frac{30}{8} = 3/75$$

بارم

-۱۳



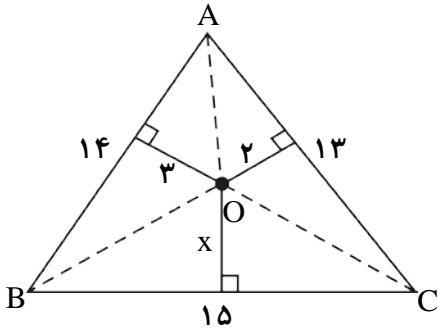
$$AD = AE = DE \rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

$$S_{BDEC} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ADE}$$

$$\rightarrow S_{BDEC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} - \frac{1}{2} AD \times AE \times \sin \hat{A}$$

$$\rightarrow S_{BDEC} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

-۱۴



$$2P_{\triangle ABC} = AB + AC + BC$$

$$\rightarrow 2P_{\triangle ABC} = 14 + 13 + 15 = 42 \rightarrow P_{\triangle ABC} = 21$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \rightarrow$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{21 \times (21-15) \times (21-13) \times (21-14)} = \sqrt{21 \times 6 \times 8 \times 7} = 84$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} \rightarrow 84 = \frac{3 \times 14}{2} + \frac{2 \times 13}{2} + \frac{x \times 15}{2} \rightarrow 100 = 15x$$

$$\rightarrow x = \frac{20}{3}$$

۱/۲۵