

حسابان فصل اول

۱۷۰ سوال تستی و تشریحی

سرایی

دبیرستان دخترانه جمهوری اسلامی منطقه ۱۹

سال تحصیلی ۹۷-۹۸

❖ دنباله حسابی

این درس ادامه دنباله حسابی مربوط به کتاب ریاضی ۱ سال دهم است.

اگر a_1, a_2, a_3, \dots رشته ای از اعداد باشند که در آن هر جمله جدید با اضافه کردن عددی ثابت (قدرنسبت) به جمله قبلی به دست بیاید این

دنباله را حسابی می نامیم و همواره داریم: $a_n = a_1 + (n-1)k$

❖ سه جمله ی متوالی a, b, c تشکیل دنباله حسابی می دهند اگر و تنها اگر $a + c = 2b$ و در این صورت b را واسطه حسابی بین a, c می نامیم.

❖ اگر بین دو جمله ی a, b تعداد m واسطه داشته باشیم همواره داریم: $d = \frac{b-a}{m+1}$ قدر نسبت

دوره دنباله ی دهم:

- ۱- در دنباله حسابی $a_1 = 2$ و قدر نسبت ۴ است. جمله دهم را بیابید.
 - ۲- در یک دنباله عددی جملات سوم و هفتم به ترتیب ۳- و ۵ می باشد. قدر نسبت دنباله را بیابید.
 - ۳- در یک دنباله عددی جمله پنجم سه برابر جمله دوم است. اگر جمله ششم ۱۱- باشد، جمله دهم را بیابید
 - ۴- جملات $x, 2x+1, 4, x$ تشکیل دنباله حسابی می دهند. x را بیابید.
 - ۵- دنباله حسابی زیر چند جمله دارد؟ $1, 3, 5, \dots, 125$
 - ۶- تعداد جملات طبیعی دورقمی چند تاست؟
 - ۷- دنباله ی $2, 1, 4, 7, \dots$ چند جمله ی دورقمی دارد؟
 - ۸- در یک دنباله حسابی $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 10$ جمله سوم کدام است؟
 - ۹- در یک دنباله حسابی رابطه $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 200$ بین جملات برقرار است. مجموع جملات سوم و هفتم این دنباله کدام است؟
- ۸۰ (۱)
۹۰ (۲)
۱۰۰ (۳)
۵۰ (۴)

مجموع جملات دنباله حسابی

اگر جمله نخست دنباله ای حسابی برابر a_1 و قدر نسبت آن برابر d باشد، جمله عمومی این دنباله به صورت $a_n = a_1 + (n-1)k$ بود

و مجموع n جمله نخست این دنباله حسابی برابر است با: $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ و یا $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

❖ نکته: اگر S_n مجموع n جمله نخست دنباله ای حسابی باشد، آنگاه $S_{n+1} - S_n = a_{n+1}$

* همواره فرمول مجموع n جمله درجه ۲ است و جمله ثابت ندارد یعنی همواره عددهایی مثل A, B هستند که $S_n = An^2 + Bn$

* مجموع اعداد طبیعی زوج با شروع از ۲ $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$

مجموع اعداد طبیعی فرد با شروع از ۱ $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$

۱۰- مجموع ۲۰ جمله اول دنباله روبرو را بیابید. $-3, -1, 1, 3, 5, \dots$

۱۱- مجموع چند جمله از دنباله ی $3, 4, 11, \dots$ برابر ۸۷ است؟

۱۲- اگر در یک دنباله عددی $S_n = 2n^2 + n$ جمله اول و قدر نسبت را بیابید.

۱۳- در یک دنباله حسابی مجموع ۲۰ جمله اول سه برابر مجموع ۱۲ جمله اول است. اگر جمله سوم برابر ۶ باشد، جمله دهم را محاسبه کنید.

۱۴- در یک دنباله حسابی مجموع ۴ جمله اول ۱۵ و مجموع ۵ جمله بعدی ۳۰ است. جمله یازدهم را بیابید.

۱۵- ابتدا بین ۲۹ و ۷ تعداد ۱۰ واسطه عددی حسابی درج کنید و سپس مجموع تمام جملات را بیابید.

۱۶- در یک دنباله حسابی $a_{15} - a_5 = 350$ و قدر نسبت $\frac{5}{2}$ است. مجموع ۱۹ جمله اول را بیابید.

۱۷- در یک دنباله حسابی جمله اول برابر ۷- و قدر نسبت برابر ۲ است. مجموع ده جمله اول این دنباله حسابی چقدر است؟

۱۴(۱)	۱۶(۲)	۱۸(۳)	۲۰(۴)
-------	-------	-------	-------

۱۸- در یک دنباله حسابی مجموع پنج جمله سوم از مجموع پنج جمله نخست ۲۰۰ واحد بیشتر است. قدر نسبت دنباله کدام است؟

۴(۱)	۲(۲)	۱(۳)	$\frac{1}{2}$ (۴)
------	------	------	-------------------

۱۹- در یک دنباله حسابی جمله اول برابر ۱۹ و قدر نسبت برابر ۷- است. مجموع پانزده جمله اول را بیابید.

-۴۵۸(۱)	-۴۵۰(۲)	-۴۴۲(۳)	-۴۲۲(۴)
---------	---------	---------	---------

۲۰- مجموع چند جمله از دنباله حسابی $2, 5, 8, \dots$ برابر ۷۳۷ است؟

۲۰(۱)	۲۱(۲)	۲۲(۳)	۲۴(۴)
-------	-------	-------	-------

۲۱- قدر نسبت دنباله ای حسابی برابر ۳- است و $a_6 + 15 = 3a_7$. مجموع دوازده جمله نخست این دنباله حسابی چقدر است؟

۲۲- در یک دنباله حسابی مجموع جمله های هشتم و هجدهم برابر ۶۰ است. مجموع بیست و پنج جمله اول دنباله کدام است؟

۲۳- جمله اول دنباله ای حسابی برابر ۴- و مجموع چهارده جمله اول برابر ۶۳- است. قدر نسبت این دنباله حسابی چقدر است؟

۲۴- مجموع نوزده جمله اول دنباله حسابی $2, 6, 10, \dots$ با کدام جمله ی دنباله برابر است؟

۱) صد و هفتاد و نهم	۲) صد و هشتاد	۳) صد و هشتاد و یکم	۴) صد و هشتاد و دوم
---------------------	---------------	---------------------	---------------------

۲۵- در دنباله حسابی $a_1 = 1$ و $a_7 - a_8 = -21$. مجموع پانزده جمله نخست این دنباله حسابی چقدر است؟

- (۱) ۳۰۰- (۲) ۳۰۵- (۳) ۳۱۰- (۴) ۳۱۵-

۲۶- در یک دنباله حسابی $a_7 = 21$ و $S_{11} = 253$. قدر نسبت این دنباله چقدر است؟

- (۱) ۲- (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

۲۷- دنباله ی مجموع n جمله نخست دنباله ای حسابی به صورت زیر است: $S_n = 1, \frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \dots$

مجموع پنج جمله نخست دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۰- (۲) ۱۴- (۳) ۱۸- (۴) ۲۰-

۲۸- به ازای هر عدد طبیعی مانند n ، مجموع n جمله ی نخست دنباله ی حسابی برابر $3n^2 - 4n$ است. جمله عمومی این دنباله حسابی

کدام است؟

- (۱) $n - 2$ (۲) $5n - 6$ (۳) $7n - 8$ (۴) $6n - 7$

۲۹- مجموع n جمله نخست یک دنباله حسابی از رابطه ی $S_n = kn^2 + 6n + k + 2$ به دست می آید. مجموع قدر نسبت و جمله اول

دنباله کدام است؟

- (۱) ۲) (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) صفر

۳۰- در یک دنباله حسابی مجموع n جمله اول دنباله برابر $5n^2 + 3n$ است. جمله دهم دنباله کدام است؟

۳۱- در دنباله حسابی $3, 9, 15, \dots$ حداقل چند جمله را باید جمع کنیم تا حاصل از ۳۰۰ بیشتر نشود.

۳۲- در یک دنباله حسابی $S_n = 5n^2 + 3n$. حاصل $\frac{a_7}{a_1}$ کدام است؟

۳۳- در یک دنباله حسابی، مجموع پنج جمله اول آن، $\frac{1}{3}$ مجموع پنج جمله بعدی است. جمله دوم چندبرابر جمله اول است؟

۳۴- در یک دنباله حسابی با جمله اول ۲، مجموع هفت جمله دوم برابر ۲۹۴ است. قدر نسبت دنباله کدام است؟

۳۵- در یک دنباله حسابی $S_7 = -140$ ، $S_8 = -12$ ، جمله نهم این دنباله چقدر است؟

- (۱) ۱۳- (۲) ۱۴- (۳) ۱۵- (۴) ۱۶-

۳۶- در یک دنباله حسابی $S_{100} = 10000$ و $a_{100} = 199$ ، مقدار a_1 چقدر است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۹ (۳) ۲۱ (۴) ۲۳

۳۷- در یک دنباله عددی $\frac{a_7}{a_6} = -1$ و $a_7 a_8 = -1$. اگر قدر نسبت دنباله مثبت باشد، مجموع پنجاه و چهار جمله اول دنباله کدام است؟

- ۴۱۰(۱) ۴۰۰(۲) ۴۲۰(۳) ۴۰۵(۴)

۳۸- در یک دنباله حسابی $S_7 = 49, a_7 = 16$ ، حاصل $a_7 + a_6 + \dots + a_1$ کدام است؟

- ۶۵(۱) ۷۵(۲) ۴۵(۳) ۲۵(۴)

۳۹- در یک دنباله حسابی $a_1 + a_2 + a_3 = 17$ و $a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 77$. اگر $a_k = 13$ مقدار k کدام است؟

- ۱۷(۱) ۱۸(۲) ۱۹(۳) ۲۰(۴)

۴۰- در بیست جمله اول از یک دنباله حسابی، مجموع جملات ردیف فرد ۱۳۵ و مجموع جملات ردیف زوج ۱۵۰ می باشد. جمله اول کدام

- است؟(۱) صفر ۱(۲) ۲(۳) ۳(۴)

۴۱- در یک دنباله حسابی مجموع جمله سوم و سیزدهم برابر ۲۴ است، مجموع پانزده جمله اول کدام است؟

- ۱۵۰(۱) ۱۶۰(۲) ۱۸۰(۳) ۲۱۰(۴)

۴۲- در یک دنباله حسابی جمله دهم ۲۰ واحد از جمله پنجم بیشتر است. اگر مجموع جملات هشتم و دوازدهم برابر ۷۶ باشد، حداقل چند

جمله را با هم جمع کنیم که حاصل از ۲۰۰ بیشتر شود؟

- ۹(۱) ۱۰(۲) ۱۱(۳) ۱۲(۴)

۴۳- در یک دنباله حسابی مجموع $2n$ جمله اول از رابطه $2n^2 + 5n$ به دست می آید. جمله اول کدام است؟

- $\frac{7}{2}$ (۱) ۷(۲) ۳(۳) ۶(۴)

۴۴- مجموع چهار جمله اول یک دنباله حسابی با جمله پنجم آن برابر است. جمله اول این دنباله چند برابر جمله دوم آن است؟

- ۲(۱) $\frac{-1}{2}$ (۲) -۲(۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۴۵- جمله اول و قدر نسبت یک دنباله حسابی n است. مجموع n جمله اول آن را بیابید.

- $\frac{n^2(n+1)}{2}$ (۱) $\frac{n^2(n-1)}{2}$ (۲) $n^2(n+1)$ (۳) $n^2(n-1)$ (۴)

۴۶- جمله هفتم یک دنباله حسابی ۱۸ و قدر نسبت آن ۵ است. مجموع اعداد دورقمی این دنباله کدام است؟

- ۹۹۹(۱) ۹۹۸(۲) ۹۹۷(۳) ۹۹۶(۴)

دنباله هندسی

اگر رشته ای از اعداد باشند که در آن هر جمله جدید با ضرب عددی ثابت (قدرنسبت) به جمله قبلی به دست بیاید این

دنباله را هندسی می نامیم و همواره داشتیم: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

*سه جمله ی متوالی a, b, c تشکیل دنباله هندسی می دهند اگر و تنها اگر $a \cdot c = b^2$ و در این صورت b را واسطه هندسی بین c, a می نامیم.

*اگر بین دو جمله ی a, b تعداد m واسطه داشته باشیم همواره داریم: $d = m+1 \sqrt[m]{\frac{b}{a}}$ قدر نسبت

مجموع جملات دنباله هندسی

اگر جمله نخست دنباله ای هندسی برابر a_1 و قدر نسبت آن برابر r باشد، جمله عمومی این دنباله به صورت $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ بود و

مجموع n جمله نخست این دنباله هندسی برابر است با: $S_n = a_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$

* نکته: اگر S_n مجموع n جمله نخست دنباله ای هندسی باشد، آنگاه $S_{n+1} - S_n = a_{n+1}$

* در محاسبه مجموع ها گاهی به فرمول زیر نیاز احساس می شود

$$a^n - 1 = (a-1)(a^{n-1} + a^{n-2} + \dots + a + 1)$$

* حد مجموع: اگر یک دنباله هندسی داشته باشیم که $|r| < 1$ در این صورت مجموع تمام جملات دنباله $S = \frac{a_1}{1-r}$

۴۷- در یک دنباله هندسی جمله سوم و هفتم به ترتیب $-2, -32$ هستند. قدر نسبت را بیابید.

۴۸- در یک دنباله هندسی جمله پنجم هشت برابر جمله دوم است. جمله دهم چند برابر جمله هشتم است؟

۴۹- در دنباله روبرو مجموع تمام جملات کدام است؟ $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{128}$

۵۰- حداقل چند جمله از دنباله هندسی $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$ را جمع کنیم تا حاصل از $1/999$ بیشتر شود؟

۵۱- در دنباله هندسی با قدر نسبت منفی، $a_1 = 192, S_7 = 252$ ، قدر نسبت این دنباله چند است؟

۵۲- در دنباله ای هندسی $a_7 = 6$ و $a_4 = 192$ مقدار S_7 چقدر است؟

۵۳- در یک دنباله هندسی مجموع شش جمله اول ۲۸ برابر مجموع سه جمله اول است. مجموع ده جمله ی اول چند برابر مجموع پنج جمله

اول است؟ (۱) ۲۴۲ (۲) ۲۴۴ (۳) ۲۴۶ (۴) ۲۴۸

۵۴- در یک دنباله هندسی با قدر نسبت مثبت، مجموع چهار جمله اول برابر ۱۲ و مجموع هشت جمله اول برابر ۲۰۴ است. جمله هفتم دنباله

کدام است؟

(۱) $\frac{32}{3}$ (۲) $\frac{128}{3}$ (۳) $\frac{256}{5}$ (۴) $\frac{64}{5}$

۵۵- حاصل $\frac{1-q^2+q^4-\dots-q^{14}}{1+q^2+q^4+q^6}$ به ازای $q=1-\sqrt{2}$ کدام است؟

(۱) $2\sqrt{2}-2$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $2+2\sqrt{2}$ (۴) $2-2\sqrt{2}$

۵۶- در دنباله هندسی متناهی a_1, a_2, \dots, a_n با قدر نسبت ۲، مجموع $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ چند برابر مجموع کل جملات است؟

(۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{2}{7}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{4}{7}$

۵۷- در یک دنباله هندسی مجموع ده جمله اول، $\frac{33}{32}$ برابر مجموع پنج جمله اول است. نسبت جمله دوازدهم به جمله دوم کدام است؟

$q \neq 1, a \neq 0$

(۱) 2^{-5} (۲) 2^{-10} (۳) 2^{-11} (۴) 2^{-12}

۵۸- مجموع ۵ جمله اول دنباله هندسی $a_n = 2\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{422}{81}$ (۲) $\frac{242}{81}$ (۳) $\frac{442}{81}$ (۴) $\frac{244}{81}$

۵۹- حاصل $\frac{a^9-1}{1+a+\dots+a^8}$ به ازای $a=\sqrt{2}+1$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۶۰- مجموع ده جمله اول دنباله هندسی $\frac{1}{8}, x, y, -1, \dots$ کدام است؟

(۱) $\frac{-511}{24}$ (۲) $\frac{-511}{12}$ (۳) $\frac{-1023}{12}$ (۴) $\frac{-1023}{24}$

۶۱- اگر $\frac{1+q+q^2+\dots+q^{11}}{1+q^3+q^6+q^9} = 3$ باشد، مقدار q کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (۴) \quad -2 \quad (۳) \quad 2 \quad (۲) \quad -1 \quad (۱)$$

معادله درجه دوم

هر معادله درجه دوم را به صورت $ax^2 + bx + c = 0$ با شرط $a \neq 0$ نمایش می دهند و راه مختلفی برای حل آن ارائه می دهند.

یکی از متداول ترین روش ها روش Δ است. $\Delta = b^2 - 4ac$ را تشکیل می دهند. اگر $\Delta < 0$ معادله ریشه ندارد. اگر $\Delta = 0$ باشد دو

ریشه مثل هم دارد که اصطلاحاً می گوئیم یک ریشه مضاعف دارد: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

و اگر $\Delta > 0$ معادله دو ریشه دارد: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

* اگر در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ بین ضرایب رابطه $a + b + c = 0$ برقرار باشد آنگاه معادله دارای دو ریشه $1, \frac{c}{a}$ است.

روابط بین ریشه های معادله درجه دوم

در حالت $\Delta > 0$ معادله دارای دو ریشه $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ بود که جمع این دو ریشه: $S = \frac{-b}{a}$ و ضرب دو ریشه

$P = \frac{c}{a}$ است. در بیشتر مسائل برای سهولت به جای x_1, x_2 از α, β استفاده میکنیم. یعنی: $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$, $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

۶۲- اگر معادله $x^2 + 6x + 5k - 1 = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد، k را بیابید.

۶۳- اگر $x = -1$ یکی از ریشه های معادله $4x^2 - ax - 7 = 0$ باشد، ریشه دیگر را بیابید.

۶۴- اگر $x = -2$ یک ریشه معادله $2x^2 + (k+3)x + 3k = 0$ باشد، ریشه دیگر معادله را پیدا کنید.

۶۵- بدون محاسبه ریشه ها، مجموع مربعات و مجموع مکعبات ریشه ها را بیابید.

۶۶- اگر α, β ریشه های معادله $x^2 - 2x - 4 = 0$ باشند، محاسبه کنید:

(الف) $\alpha + \beta$ (ب) $\alpha\beta$ (پ) $\alpha^2 + \beta^2$

(ت) $\alpha^2 + \beta^2$ (ث) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ (ج) $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$

۶۷- اگر در معادله $x^2 - mx + 1 = 0$ رابطه $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = 2$ بین ریشه ها برقرار است. m را بیابید.

۶۸- در معادله $x^2 - 4x + m = 0$ یکی از ریشه ها دو واحد از ریشه دیگر بزرگ تر است. مقدار عددی m را بیابید.

۶۹- در معادله $x^2 - 3x + m = 0$ یکی از ریشه ها دو برابر ریشه دیگر است. m را بیابید.

۷۰- به ازای کدام مقدار k یکی از ریشه های معادله $x^2 - 6x + k + 5 = 0$ مجذور دیگری است؟

۷۱- m را طوری بیابید که یکی از ریشه های معادله $mx^2 - 4x + 1 = 0$ سه برابر دیگری باشد. ($m \neq 0$)

۷۲- در معادله $3x^2 - 15x + m = 0$ اگر یکی از ریشه ها دو واحد از ریشه دیگر بیشتر باشد m کدام است؟

$\frac{63}{4}$ (۴)	$\frac{59}{4}$ (۳)	$\frac{63}{5}$ (۲)	$\frac{59}{5}$ (۱)
--------------------	--------------------	--------------------	--------------------

۷۳- در معادله $x^2 - 8x + m = 0$ یک ریشه از نصف ریشه دیگر ۵ واحد بیشتر است. m کدام است؟

۱۵ (۴)	۱۴ (۳)	۱۲ (۲)	۱۰ (۱)
--------	--------	--------	--------

۷۴- به ازای کدام مقدار m ، عدد $\frac{1}{8}$ واسطه عددی بین دو ریشه حقیقی معادله $(m^2 - 4)x^2 - 3x + m = 0$ است؟

-۴ (۴)	۴ (۳)	-۳ (۲)	۳ (۱)
--------	-------	--------	-------

۷۵- اگر α, β ریشه های معادله درجه دوم $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشند، مقدار $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ چقدر است؟

$\sqrt{6}$ (۴)	۲ (۳)	$\sqrt{5}$ (۲)	۶ (۱)
----------------	-------	----------------	-------

۷۶- به ازای چند مقدار m معادله $mx^2 - (m^2 - 4m)x - m + 5 = 0$ دو جواب دارد که قرینه یکدیگرند؟

صفر (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)	۱ (۱)
---------	-------	-------	-------

۷۷- اگر α, β ریشه های معادله $x^2 - 4\sqrt{2}x - 17 = 0$ باشند، مقدار $|\alpha - \beta|$ کدام است؟

۱۰ (۴)	۷ (۳)	۵ (۲)	۲ (۱)
--------	-------	-------	-------

۷۸- اگر α, β ریشه های معادله $mx^2 - 2mx + 1 + m = 0$ باشند و $2\alpha^2 + \alpha\beta - \beta^2 = 8$ ، مقدار m چقدر است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)	$-\frac{1}{3}$ (۳)	-۱ (۲)	-۲ (۱)
-------------------	--------------------	--------	--------

۷۹- اگر α, β ریشه های معادله $x^2 - 2x - 4 = 0$ باشد، مقدار $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1}$ کدام است؟

۴ (۴)	-۴ (۳)	-۳ (۲)	۳ (۱)
-------	--------	--------	-------

۸۰- اگر α, β ریشه های معادله $2x^2 - 7x + 4 = 0$ باشند، حاصل $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{7 + \sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{7 + 4\sqrt{2}}{4}$ (۳) $\frac{7 + 2\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{7 + 4\sqrt{2}}}{2}$

۸۱- اگر x_1, x_2 ریشه های معادله $x^2 - 5x + 3 = 0$ باشند، مقدار $x_1^2 + 5x_2 + 9$ چقدر است؟

(۱) ۱۱ (۲) ۱۵ (۳) ۲۱ (۴) ۳۱

تشکیل معادله درجه ۲ از روی ریشه ها

اگر اعداد α, β ریشه های یک معادله درجه دوم را داشته باشیم و بخواهیم خود معادله را از روی ریشه ها بنویسیم داریم:

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta \\ P = \alpha\beta \end{cases} \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0$$

۸۲- معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه هایش ۲ و ۴- باشد.

۸۳- معادله درجه دومی با ضرایب صحیح بنویسید که ریشه هایش ۵ و $-\frac{8}{3}$ باشد.

۸۴- معادله درجه دومی که ریشه هایش $(\sqrt{2} + 1)^2$ و $(\sqrt{2} - 1)^2$ باشند، کدام است؟

(۱) $x^2 - 10\sqrt{2}x + 1 = 0$ (۲) $x^2 - 10\sqrt{2}x - 1 = 0$ (۳) $x^2 + 10\sqrt{2}x + 1 = 0$ (۴) $x^2 + 10\sqrt{2}x - 1 = 0$

۸۵- اگر α, β ریشه های معادله $x^2 - 9x + 7 = 0$ باشد، معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش

الف) معکوس α, β باشد. ب) مجذور α, β باشد.

۸۶- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش $2 - \sqrt{3}$, $2 + \sqrt{3}$ باشد.

۸۷- معادله درجه دومی دارای دو ریشه $\sqrt{7} + \sqrt{7 - \sqrt{2}}$, $\sqrt{7} - \sqrt{7 - \sqrt{2}}$ می باشد. معادله را با ضرایب آن مشخص کنید.

۸۸- حاصل ضرب دو عدد ۱- و حاصل جمع آنها ۴ است. آن ها را پیدا کنید.

۸۹- ریشه های کدام معادله از معکوس ریشه های معادله $x^2 - 2x - 1 = 0$ یک واحد بیشتر است؟

(۱) $x^2 - 2x = 0$ (۲) $x^2 - 2 = 0$ (۳) $x^2 + 2x - 2 = 0$ (۴) $x^2 + 2x = 0$

۹۰- ریشه های کدام معادله ، از معکوس ریشه های معادله درجه دوم $2x^2 - 3x - 1 = 0$ یک واحد کمتر است؟

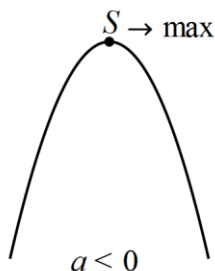
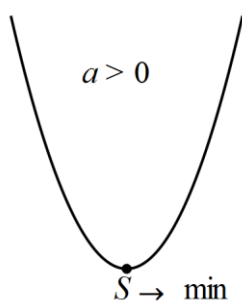
(۱) $x^2 - 3x + 1 = 0$ (۲) $x^2 + 3x + 1 = 0$ (۳) $x^2 - 5x + 2 = 0$ (۴) $x^2 + 5x + 2 = 0$

۹۱- اگر α, β ریشه های معادله $2x^2 - 3x - 4 = 0$ باشند، مجموعه جواب های کدام معادله به صورت $\left\{ \frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$ است؟

(۱) $4x^2 - 5x + 1 = 0$ (۲) $4x^2 - 3x + 1 = 0$ (۳) $4x^2 - 5x - 1 = 0$ (۴) $4x^2 - 3x - 1 = 0$

نمودار تابع درجه ۲ (سهمی) و ماکزیمم و مینیمم

نمودار تابع با ضابطه $y = ax^2 + bx + c$ یک سهمی است که راس آن از فرمول $S = \begin{bmatrix} \frac{-b}{2a} \\ \frac{-\Delta}{4a} \end{bmatrix}$ به دست می آید. $x = \frac{-b}{2a}$ طول راس



سهمی و $y = \frac{-\Delta}{4a}$ را مقدار مینیمم یا ماکزیمم سهمی میگوییم.

* اینکه یک سهمی ماکزیمم دارد یا مینیمم را از روی علامت ضریب x^2 یعنی a مشخص می کنیم. به این صورت که اگر $a > 0$

منحنی رو به بالا و می نیمم دارد و اگر $a < 0$ منحنی رو به پایین و ماکزیمم دارد.

* محل تلاقی منحنی با محور عرض ها مقدار و علامت c را مشخص میکند.

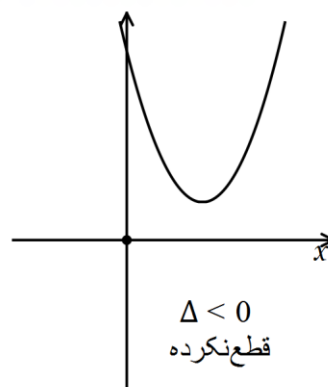
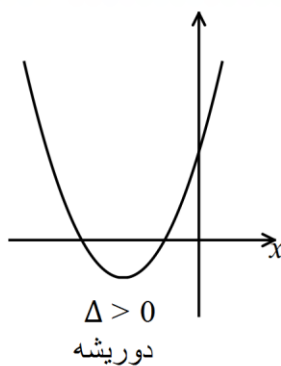
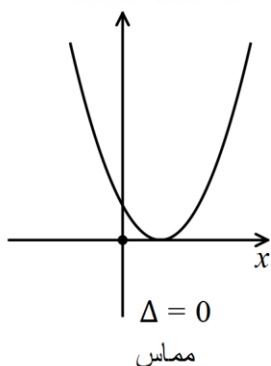
* در محل تلاقی منحنی با محور y ها خطی مماس بر منحنی می کشیم اگر شیب خط مثبت باشد $b > 0$ و اگر شیب خط مماس

منفی باشد $b < 0$ است.

** محل تلاقی منحنی $y = ax^2 + bx + c$ با محور x ها جوابهای معادله $ax^2 + bx + c = 0$ است. یعنی اگر دلتای معادله نظیر

مثبت باشد منحنی محور طولها را در دو نقطه قطع میکند اگر دلتا منفی باشد، منحنی محور طولها را قطع نمیکند و اگر دلتا صفر باشد

منحنی بر محور x ها مماس است.



*در صورتی که نمودار یک سهمی را داده باشند و معادله سهمی را بخواهند به روشهای زیر دقت بیشتری کنید:

۱- اگر نمودار محور طول ها را در دو نقطه x_1 , x_2 قطع کرده باشد معادله به صورت $y = a(x-x_1)(x-x_2)$ خواهد بود

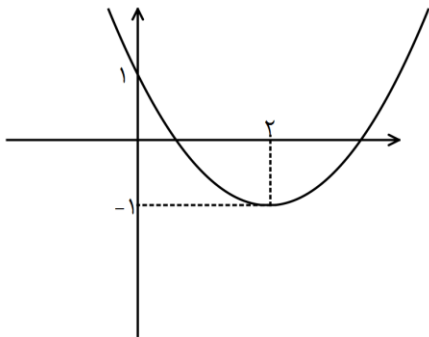
۲- اگر نمودار در نقطه ای به طول α بر محور x مماس بود معادله سهمی به صورت $y = a(x-\alpha)^2$ خواهد بود

۳- نقاطی از سهمی که مختصات آنها داده شده را میتوان در معادله سهمی جایگذاری کرد

۴- همواره طول راس را میتوان با فرمول $x = \frac{-b}{2a}$ محاسبه کرد

۹۲- تابع f با ضابطه $x^2 - 4x - y - 4 = 0$ مفروض است. مقدار مینیمم تابع f را تعیین کنید.

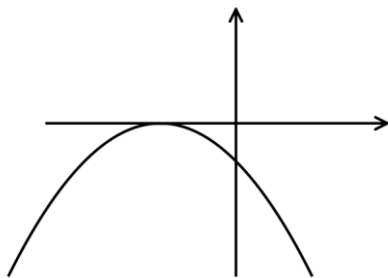
۹۳- در شکل زیر نمودار سهمی به معادله $P(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. ضرایب a, b, c را تعیین کنید.



۹۴- اگر تابع $y = (1-m)x^2 + (m^2 - 6)x + 1$ در نقطه ای به طول ۱- ماکزیمم داشته باشد، مقدار m را بیابید

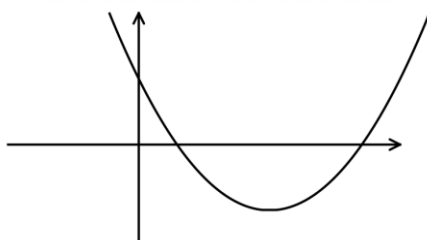
۹۵- بیشترین مقدار تابع $f(x) = -x^2 + 4x + 1$ را تعیین کنید.

۹۶- با توجه به شکل، سهمی به معادله $y = -2x^2 - 2mx - m^2 + 3$ ، در چه نقطه ای محور عرض ها را قطع می کند؟



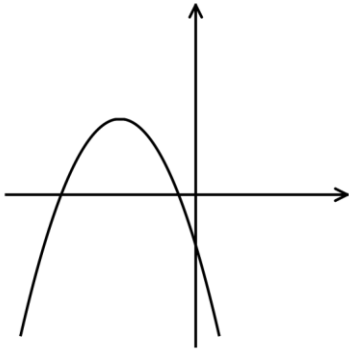
۹۷- در شکل زیر، سهمی به معادله $P(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. علامت ضرایب a, b, c و تعداد جواب های معادله

$ax^2 + bx + c = 0$ را تعیین کنید.

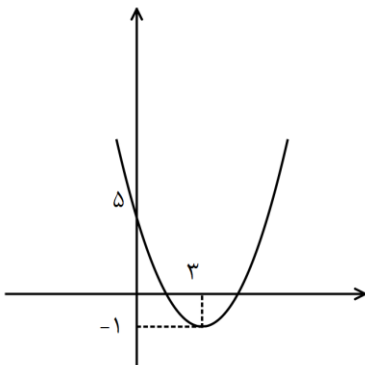


۹۸- در شکل روبرو سهمی به معادله $P(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. علامت ضرایب a, b, c و تعداد جواب های معادله

$ax^2 + bx + c = 0$ را تعیین کنید.



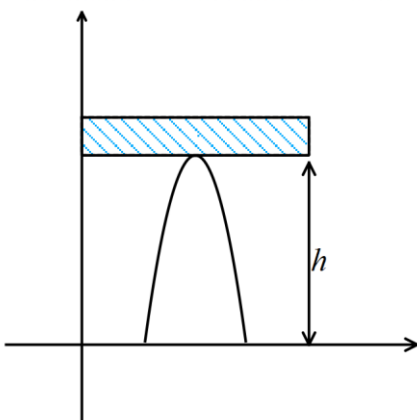
۹۹- در شکل زیر، سهمی به معادله $P(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. حاصل ضرب ریشه های چند جمله کدام است؟



- ۶(۱)
- $\frac{15}{2}$ (۲)
- $\frac{10}{3}$ (۳)
- $\frac{8}{3}$ (۴)

۱۰۰- در شکل مقابل معادله منحنی طاق $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ است. ارتفاع طاق (یعنی مقدار h) چقدر است؟

- ۳(۱)
- $\frac{3}{5}$ (۲)
- $\frac{4}{5}$ (۴)
- $\frac{4}{3}$ (۳)



۱۰۱- الف) بیش ترین مقدار تابع $f(x) = -x^2 + 5x - 7$ را به دست آورید.

ب) کم ترین مقدار تابع $f(x) = 2x^2 + 8x - 9$ را به دست آورید.

۱۰۲- کشاورزی می خواهد در کنار رودخانه با حصار به طول ۲۰ متر، زمینی را برای خودش مرزبندی کند. بیش ترین مساحتی که می تواند

مشخص کند چقدر است؟



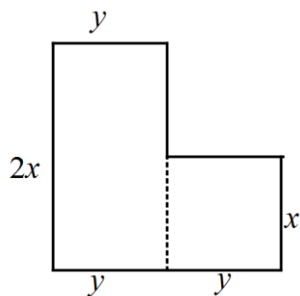
۱۰۳- اگر بیشترین مقدار تابع $y = -x^2 + kx + k$ برابر $2k$ باشد، مقدار k کدام است؟

- ۴ و صفر (۱) ۲ و صفر (۲) ۳ و ۴ (۳) ۴ و ۶ (۴)

۱۰۴- دو برابر عددی از عدد دیگر ۶ واحد بیشتر است. اگر حاصل ضرب آنها می‌نیم باشد، مجموع آن دو عدد کدام است؟

- $\frac{3}{2}$ (۱) $\frac{-1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۱۰۵- با طنابی به طول ۴۰ متر زمینی به شکل مقابل را محصور کرده ایم. بیشترین مساحت محصور شده می‌تواند کدام است؟

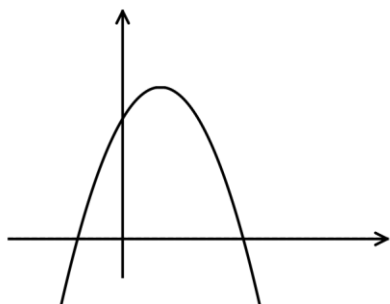


- ۷۵ (۲) ۵۰ (۱)
۱۲۵ (۴) ۱۰۰ (۳)

۱۰۶- نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ در شکل مقابل رسم شده است.

اگر S مجموع صفرهای تابع f باشد، کدام گزینه درست است؟

- $c < 0, S < 0$ (۲) $c > 0, S > 0$ (۱)
 $c > 0, S < 0$ (۴) $c < 0, S > 0$ (۳)



۱۰۷- اگر $x = 2$ یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^2 + ax^2 + x + 6$ باشد، مجموع مربع‌های ریشه‌های دیگر تابع چقدر است؟

- ۱۰ (۴) ۱۶ (۳) ۱۴ (۲) ۱۲ (۱)

۱۰۸- بدون حل معادله و با استفاده از Δ, P, S در مورد تعداد و علامت ریشه‌های معادله‌های درجه ۲ زیر بحث کنید.

- $2x^2 - 5x + 3 = 0$ (۳) $-x^2 - 4x - 3 = 0$ (۲) $5x^2 - 7x - 5 = 0$ (الف)

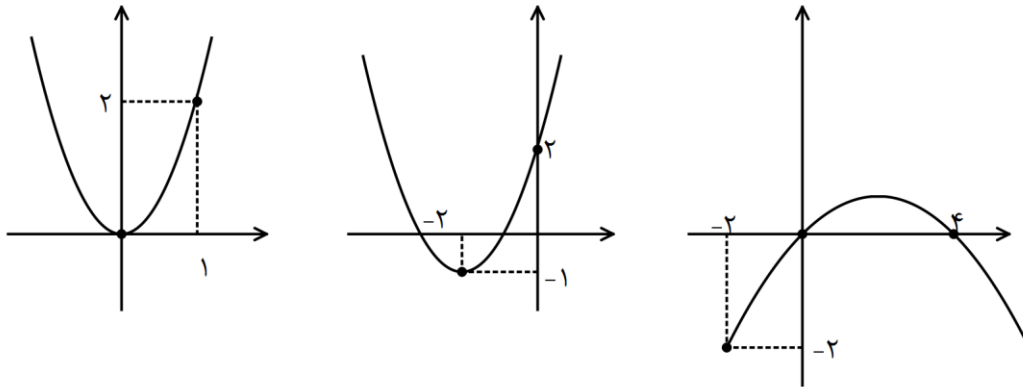
۱۰۹- حدود m برای آنکه معادله $(m-1)x^2 + mx + m - 3 = 0$ دو ریشه مختلف‌العلامت داشته باشد، چیست؟

۱۱۰- مقدار m را برای آنکه معادله $mx^2 + (m^2 - 4)x + m - 3 = 0$ دو ریشه قرینه داشته باشد، بدست آورید.

۱۱۱- حدود k را طوری بیابید که معادله $x^2 - x + k = 0$ دارای دو ریشه مثبت باشد.

۱۱۲- اگر یکی از ریشه های معادله $x(ax^2 - x - 5) = 2$ برابر ۲ باشد، مجموع دو ریشه دیگر کدام است؟

۱۱۳- در تابع درجه دوم $ax^2 + bx + c$ در هر یک از حالت های زیر ضرایب a, b, c را تعیین کنید.



۱۱۴- راس سهمی $y = x^2 + 2x$ و نقاط تلاقی سهمی با محور x ها سه راس یک مثلث هستند. مساحت این مثلث کدام است؟

- ۳(۴) $\frac{3}{2}$ (۳) ۱(۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

معادلات گویا و گنگ

الف) معادلات گویا: روش های مختلفی برای حل معادلات گویا وجود دارد

۱- طرفین وسطین $\frac{\square}{\square} = \frac{\triangle}{\bigcirc} \Rightarrow \square \times \bigcirc = \triangle \times \square$ فقط باید دقت کنید که جواب به دست آمده هیچ کدام از مخرج ها را صفر نکند.

۲- ضرب در ک.م.م برای یافتن ک.م.م باید تمام مخرج ها را تجزیه کنیم و از جملات مشترک بالاترین توان و از غیرمشترک ها تمام آنها را در ک.م.م می آوریم.

۳- روش تغییر متغیر: این روش تنها مختص این معادلات نیست. هر جا عبارتی تکرار شده باشد میتوان کل آن عبارت را t گرفت. نسبت طلایی:

اگر در یک مستطیل طول را x و عرض را y در نظر بگیریم و رابطه $\frac{x}{x+y} = \frac{y}{x}$ برقرار باشد می گوئیم در این مستطیل نسبت

طلایی برقرار است. نسبت $k = \frac{x}{y}$ را نسبت طلایی گوئیم.

ب) معادلات گنگ: با توجه به نوع مساله روش های متفاوتی وجود دارد.

۱- اگر تنها دو رادیکال در دو طرف معادله داشته باشیم و پشت رادیکالها هم علامت باشد میتوان دو طرف را به توان ۲ رساند تا از شر رادیکال خلاص شویم

۲- اگر اگر چند رادیکال داشته باشیم و نتوان آن را به صورتی در آورد که یکی از رادیکال ها یکطرف و آن یکی در طرف دیگر باشد) یعنی رادیکالها به جز خودشان با عبارت دیگری جمع شده باشند) در این صورت سعی می کنیم یکی از رادیکالها سمت راست و یکی سمت چپ باشد و به توان می رسانیم. (اتحاد را دقت کنید)

۳- اگر معادله به صورت $\sqrt{\quad} + \sqrt{\quad} = 0$ باشد، عبارت های زیر رادیکال را صفر قرار می دهیم و ریشه مشترک را به عنوان جواب قبول می کنیم.

$$115- \text{ معادله } \frac{6}{\frac{2}{x}+1} = 1 + \frac{\frac{3}{x}}{\frac{2}{x}+1} \text{ را حل کنید}$$

$$116- \text{ با در نظر گرفتن یک تغییر متغیر مناسب، معادلهٔ مقابل را حل کنید. } (x^2 + 5x)^2 - 2(x^2 + 5x) - 24 = 0$$

$$117- \left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 11\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 10 = 0 \text{ را حل کنید.}$$

$$118- \text{ جواب های معادله } x^4 + 25 = 26x^2 \text{ را بدست آورید.}$$

$$119- \text{ به ازای چه مقادیری از } y, \text{ تساوی } (y+1)^6 + 20 = 9(y+1)^2 \text{ برقرار است؟}$$

$$120- \text{ معادله های زیر را حل کنید}$$

$$\text{ب) } \frac{1}{(x-2)^2} + \frac{4}{x-2} = -3$$

$$\text{الف) } \frac{x}{x-3} + \frac{3}{x-1} = 5$$

$$\text{ت) } \frac{5}{x} - \frac{4}{x(x-2)} = \frac{x-4}{x-2}$$

$$\text{پ) } \frac{x^2 - x - 1}{x^2 - 9} = \frac{2}{x-3} - \frac{3}{x+3}$$

$$\text{ج) } \frac{3t+5}{t^2+5t} + \frac{t+4}{t+5} = \frac{t+1}{t}$$

$$\text{ث) } \frac{x-2}{x-4} = \frac{x-1}{x+3}$$

$$121- \text{ مقدار } a \text{ را طوری بیابید که } x=1 \text{ ریشه معادله } \frac{x+a}{x} - \frac{x}{x+a} = \frac{4a}{x+a} \text{ باشد.}$$

۱۲۲- معادله های زیر را حل کنید

پ) $2 + \sqrt{1+x} = x - 3$

ب) $2\sqrt{x} = \sqrt{3x+9}$

الف) $\sqrt{2-x^2} = x$

ت) $\sqrt{x+\sqrt{x-2}} - \sqrt{2x-2} = 0$

۱۲۳- معادله های زیر را حل کنید.

ب) $\frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} = \sqrt{x}$

الف) $\sqrt{x+1} - \frac{2}{\sqrt{x+1}} = 1$

ت) $\sqrt{5x-1} - \sqrt{x-1} = 2$

پ) $\frac{1-x}{x+1} = \sqrt{x+1}$

۱۲۴- معادله ی $(4-\sqrt{x})^2 - 4 + \sqrt{x} = 2$ را حل کنید.

۱۲۵- بدون حل معادله جواب های معادله زیر را به دست آورید.

ب) $\sqrt{2-x} + \sqrt{x+2} + 1 = 0$

الف) $\sqrt{x^2-1} + \sqrt{1-x} = 0$

پ) $\sqrt{x-2} + \sqrt{1-x} = 3$

۱۲۶- در هر معادله، مقدار متغیر خواسته شده را بر حسب متغیرهای دیگر بدست آورید.

الف) $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad (q=?)$

ب) $V = \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad (m=?)$

۱۲۷- حاصل ضرب ریشه های معادله $\frac{x}{2x+1} - \frac{1}{2x-2} = 2$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{-3}{2}$ (۲)

$\frac{-1}{2}$ (۱)

۱۲۸- تعداد جواب های معادله $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۲۹- معادله $2x + \frac{3}{x} = -1$ چه وضعیتی دارد؟

۴) ریشه مضاعف دارد

۳) دو ریشه منفی دارد

۲) ریشه حقیقی ندارد

۱) دوریشه مثبت

۱۳۰- عرض یک مستطیل طلایی $3 + \sqrt{5}$ است. مساحت این مستطیل چند است؟

- (۱) $17 + 4\sqrt{5}$ (۲) $18 + 5\sqrt{5}$ (۳) $19 + 7\sqrt{5}$ (۴) $22 + 10\sqrt{5}$

۱۳۱- یک مستطیل با محیط $2(\sqrt{5} + 1)$ و با نسبت طلایی، (می دانیم k مثبت است) طول مستطیل را بیابید.

۱۳۲- اگر $x = 4$ یکی از جواب های معادله $x + a = \sqrt{5x - x^2}$ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) جواب دیگر ندارد

۱۳۳- حاصل ضرب ریشه های حقیقی معادله $\sqrt{x^2 + 4x + 5} = x^2 + 4x + 3$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۳۴- اگر $\sqrt{x^2 + 4y - 1} + \sqrt{x^2 - 9} = 0$ باشد، y کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۹ (۳) -۳ (۴) ۲

۱۳۵- تعداد و علامت جواب های معادله $\sqrt{x+6} - \sqrt{2x+5} = 1$ چگونه است؟

- (۱) فقط یک ریشه منفی (۲) فقط یک ریشه مثبت (۳) دو جواب مثبت و منفی (۴) دو جواب مثبت

۱۳۶- معادله $\sqrt{2 + \sqrt{x-5}} = \sqrt{13-x}$ چند ریشه دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۳۷- اگر یک جواب معادله $\frac{a}{x^2 + 2x - 3} + \frac{a}{2x - 2} = \frac{x-1}{x^2 + x - 6}$ برابر ۳ باشد، جواب دوم کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۳۸- مجموع ریشه های معادله $\left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 7\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 6 = 0$ کدام است؟

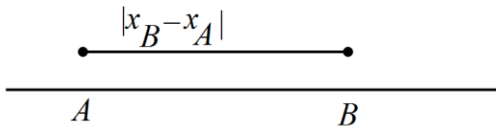
- (۱) صفر (۲) $2(3 + \sqrt{6})$ (۳) $2(3 - \sqrt{6})$ (۴) ۶

۱۳۹- مجموع ریشه های معادله $(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴

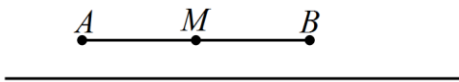
هندسه تحلیلی

نکات مهم:



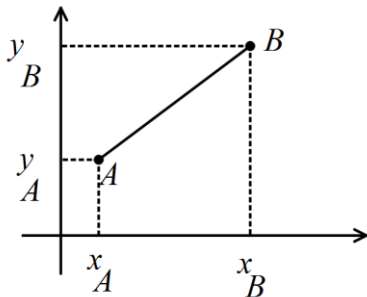
۱- در روی هر محور مختصاتی فاصله دو نقطه A, B به صورت $AB = |x_B - x_A|$ تعریف میشود.

۲- برای یافتن وسط یک پاره خط میانگین ابتدا و انتها را محاسبه می کنیم



$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

۳- فاصله دو نقطه در دستگاه مختصات دکارتی:



$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

۴- مختصات وسط یک پاره خط $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

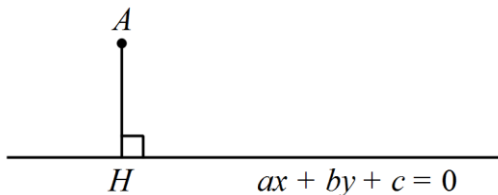
۵- شیب خط گذرنده از نقاط $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) \Leftrightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

۶- اگر دو خط موازی باشند شیب آنها برابر است و اگر دو خط عمود بر هم باشند شیب آنها قرینه و عکس هم است.

۷- برای نوشتن معادله یک خط باید یکی از این دو شرط را داشته باشیم یا دو نقطه از خط را داشته باشیم و یا شیب و یک نقطه از خط

$$\left. \begin{matrix} m \\ A \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \end{matrix} \right\} \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$$

۸- فاصله نقطه $A \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ تا خط d : * ابتدا معادله خط d را می نویسیم * معادله خط d به صورت $ax + by + c = 0$ مت می



کنیم. * فاصله عبارت است از $AH = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

۹- فاصله دو خط موازی:

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

ابتدا باید با روش های مناسب ضرایب x, y را یکی کنیم سپس:

۱۴۰- در مثلث ABC به رئوس $A(-1, 7)$ و $B(-6, -2)$ و $C(3, 3)$ ، طول ارتفاع AH را بدست آورید.

۱۴۱- خط های $mx + 3y - 6 = 0$ و $4x + ny - 8 = 0$ بر هم عمودند. اگر $4m - 3n = 8$ مقدار $m + n$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5}$$

۱۴۲- نشان دهید نقطه $P(-12, 11)$ روی عمودمنصف پاره خط واصل دو نقطه $A(0, -3)$ و $B(6, 15)$ قرار دارد.

۱۴۳- فاصله $A(3, 5)$ از خط به معادله $2x - y = 3$ را به دست آورید.

۱۴۴- اگر فاصله نقطه $A(1, 2)$ از خط $ax + 4y = 1$ برابر ۲ باشد، مقدار a چقدر است؟

۱۴۵- معادله عمود منصف پاره خط AB که در آن $A(-1, 3)$ و $B(7, 5)$ می باشد را بنویسید.

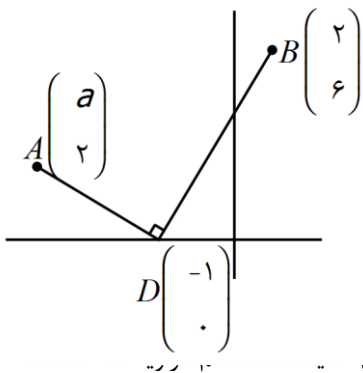
۱۴۶- نقطه ای روی محور x ها بیابید که فاصله آن تا نقطه $A(2, 1)$ برابر $\sqrt{10}$ شود. (مساله چند جواب دارد؟)

۱۴۷- نقطه $(a, 2a)$ مرکز دایره y گذرنده بر دو نقطه $(2, 1)$ و $(-1, 4)$ است. شعاع این دایره چقدر است؟

۱۴۸- خط l به معادله $3y - x = 5$ و خط d به معادله $(m-1)x + 2y - 2 = 0$ مفروضند.

الف) مقدار m را چنان بیابید که خط d, l با هم موازی باشند.

ب) مقدار m را چنان بیابید که خط d, l بر هم عمود باشند.



۱۴۹- در شکل مقابل مقدار a کدام است؟

$$\begin{matrix} -6(2) & -7(1) \\ -3(4) & -5(3) \end{matrix}$$

۱۵۰- مثلث ABC به رئوس $A(1, 1)$ ، $B(-1, -3)$ ، $C(2, 0)$ مفروض است. به دو روش مختلف نشان دهید...

۱۵۱- معادله عمود منصف پاره خط میان نقطه های $A(-3, 1)$ و $B(5, 4)$ کدام است؟

$$6x + 16y = 21 \quad (4) \quad 16x + 6y = 21 \quad (3) \quad 16x + 6y = 31 \quad (2) \quad 6x + 16y = 31 \quad (1)$$

۱۵۲- طول ارتفاع وارد از راس B در مثلث با راس های $A(1,3)$, $B(-2,1)$, $C(3,-1)$ کدام است؟

$$\frac{8}{\sqrt{29}} \quad (4) \qquad \frac{16}{\sqrt{5}} \quad (3) \qquad \frac{16}{\sqrt{29}} \quad (2) \qquad \frac{8}{\sqrt{5}} \quad (1)$$

۱۵۳- ثابت کنید نقاط $D(6,3)$, $C(4,-1)$, $B(2,3)$, $A(4,7)$ رئوس یک لوزی هستند. سپس مساحت آن را حساب کنید.

۱۵۴- اگر ABCD یک مستطیلی به رئوس $D(-2,2)$, $C(-2,-1)$, $B(3,-1)$, $A(3,2)$ باشد، ثابت کنید دو قطر BD, AC منصف یکدیگرند.

۱۵۵- خط $d: 3x+4y=5$ و دایره c به مرکز $O(-3,2)$ مفروض است. اگر نقطه $M(5,-4)$ روی محیط دایره باشد. فاصله مرکز دایره تا خط d را به دست آورید و وضعیت خط d نسبت به دایره را مشخص کنید.

۱۵۶- نقاطی روی خط $y=2x-1$ بیابید که فاصله آنها از مبدا مختصات با فاصله آنها از خط $3y-4x=2$ برابر باشد.

۱۵۷- دو انتهای یکی از قطر های دایره ای نقاط $B(4,2)$, $A(2,-4)$ هستند.

الف) اندازه شعاع و مختصات مرکز این دایره را بیابید.

ب) آیا نقطه ی $C(6,-2)$ بر روی محیط دایره قرار دارد ؟ چرا؟

۱۵۸- اگر $M(a,b)$ نقطه ای روی سهمی $y=x^2$ باشد که از دو نقطه $A(-2,1)$, $B(1,-2)$ به یک فاصله باشد، مختصات M را مشخص کنید.

۱۵۹- فاصله نقطه $A(2,0)$ از $B(m,0)$ دو برابر فاصله A از نقطه $C(2m-1,0)$ است. حاصل ضرب مقدارهای ممکن برای m کدام است؟

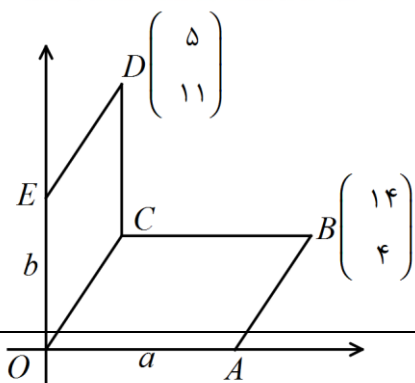
$$\frac{32}{15} \quad (4) \qquad \frac{16}{15} \quad (3) \qquad \frac{32}{5} \quad (2) \qquad \frac{16}{5} \quad (1)$$

۱۶۰- در مثلث ABC به رئوس $A(-1,6)$ و $B(5,-1)$ و $C(3,1)$ ، طول میانه CM و معادله میانه BM' را بدست آورید.

۱۶۱- مساحت مربعی را بیابید که یک راس آن به مختصات $A(-1,3)$ و یک ضلع آن واقع بر خط به معادله ی $4y=3x+1$ باشد.

۱۶۲- دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط به معادلات $2x-2y=3$ و $y=x+1$ هستند. مساحت این مربع چقدر است؟

۱۶۳- در شکل مقابل OABC, OCDE متوازی الاضلاع هستند. مقدار a+b چقدر است؟



$$15(2) \qquad 14(1) \\ 18(4) \qquad 16(3)$$

۱۶۴- برای مثلث به رئوس $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \end{bmatrix}$ مطلوب است

(الف) محل برخورد ارتفاع های مثلث (ب) محل برخورد عمود منصف های مثلث

۱۶۵- معادله میانه وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه ای که با محور مختصات و خط $x + 2y = 12$ تشکیل می شود کدام است؟

(۱) $x + 2y = 0$ (۲) $x - 2y = 0$ (۳) $x - y = 0$ (۴) $2x + y = 0$

۱۶۶- اگر فاصله نقطه $A(1, 2)$ از نقطه $B(2, m)$ برابر m است. مقدار m کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۱۶۷- دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط $y = x + 1$ ، $2x - 2y = 3$ هستند. مساحت این مربع چقدر است؟

(۱) $\frac{9}{8}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{25}{8}$ (۴) $\frac{25}{4}$

۱۶۸- فاصله خط های موازی $2x + y + k = 0$ ، $ax + 3y + 5 = 0$ برابر $2\sqrt{5}$ است. اگر $k > 0$ ، مقدار $a + k$ چقدر است؟

(۱) $\frac{32}{3}$ (۲) $\frac{35}{3}$ (۳) $\frac{47}{3}$ (۴) $\frac{53}{3}$

۱۶۹- دو نقطه ی $A(4, 10)$ ، $B(-2, 8)$ را در نظر بگیرید.

(الف) فاصله ی نقطه ی $(3, 2)$ از وسط پاره خط AB را به دست آورید.

(ب) معادله ی عمود منصف پاره خط AB را بنویسید.

۱۷۰- نقطه ی $A = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ رأس های یک مثلث را تشکیل می دهند:

(الف) مثلث را رسم کنید.

(ب) طول اضلاع و محیط مثلث را محاسبه کنید. (پ) نوع این مثلث را از لحاظ قائم الزاویه یا متساوی الساقین بودن مشخص کنید.

با احترام : سرایی