

① اگر تابع $y = 3^{mx-5x+2}$ صعودی باشد حدود m را بدست آورید.

② اگر تابع $y = (a-3)^{x-2}$ یک تابع صعودی باشد حدود a را بدست آورید.

③ کج از ریشه های معادله $4^x - 2^{x+4} + 48 = 0$ را بیابید.

④ مجموع ریشه های معادله $9^x - 3^{x+2} + 18 = 0$ را بیابید.

⑤ اگر $3^{2k+1} = 4a$ باشد آنگاه $(27)^{\frac{k}{3}}$ را بیابید.

⑥ اگر $a = 5^{4k+1}$ و $b = (25)^{2k}$ آنگاه a برابر است با b .

⑦ حقیقت $x > 1$ از معادله $32^{x+1} = (\frac{1}{8})^{3x}$ بیابید.

⑧ جواب معادله $3^{2x} - 8(3^x) + 15 = 0$ را بیابید.

⑨ وضع نمودارهای زیر را مشخص کنید. (صعودی یا نزولی بودن)

الف) $y = 2^{x-1}$

ب) $y = 3^{x+2}$

ج) $y = 3^{1-x}$

د) $y = (\frac{1}{3})^{x-2}$

⑩ اگر تعداد بانکتهای چهارریب همواره گشت پس از گذشت t دقیقه از رابطه $A = 100e^{rt}$ بدست آید و $e^2 = 7.38$ باشد تعداد بانکتهای A پس از 4 دقیقه برابر چه عددی است؟

⑪ نیم عمر یک ماده رادیواکتیو ۵۰ سال است. در 4 گرم از این ماده رادیواکتیو پس از گذشت ۲۰۰ سال چند گرم ماده فعال باقی میماند؟

⑫ اگر نرخ سود یک سرمایه گذاری که تمام سرمایه و سود آن همواره در سرمایه گذاری باقی بماند ۲ درصد در سال باشد ۱ میلیارد تومان سرمایه پس از گذشت ۳ سال به چه میزان خواهد رسید؟

حل سوالات تابع نقاب

① چون $3 > 1$ در نتیجه برای صعود بودن تابع باید $m - d > 0$

$\rightarrow m > d$

نکته: $(m-d)x + 2$
 فرم تابع $y = a^{mx+n}$ اگر $a > 1$ و $m > 0$ و $a < 1$ و $m < 0$ است

فرض کنیم $3^x = a$ $y = (a-3)^{3-x}$

$3 > a - 3 > 0 \rightarrow 3 < a < 6$

②

③

$4^x = (2^2)^x$

④

$2^x - 2^x \times 2^x + \epsilon = 0$ فرض $2^x = a$

$2^{2x} - 14 \times 2^x + \epsilon = 0 \rightarrow a^2 - 14a + \epsilon = 0$

$\begin{cases} a = \epsilon \rightarrow 2^x = \epsilon \rightarrow x = \log_2 \epsilon \\ a = 14 \rightarrow 2^x = 14 \rightarrow x = \log_2 14 \end{cases}$

$3^{2x} - 9(3^x) + 1\epsilon = 0 \rightarrow a^2 - 9a + 1\epsilon = 0$

$\begin{cases} a = 2 \rightarrow 3^x = 2 \rightarrow x = \log_3 2 \\ a = 7 \rightarrow 3^x = 7 \rightarrow x = \log_3 7 \end{cases}$

فرض $3^x = a$

⑤

جمع کنیم $\log_3 2 + \log_3 7 = \log_3 2 \times 7 = \log_3 14$

$$(rv)^{\frac{k}{r}} = (r^k)^{\frac{1}{r}} = r^k \quad (3)$$

$$r^{k+1} = ra \rightarrow r^k \times r = r \times a \rightarrow (r^k)^r = ra \rightarrow r^k = \sqrt[r]{ra}$$

$$\Rightarrow (rv)^{\frac{k}{r}} = \sqrt[r]{ra}$$

$$b = (rd)^{rk} = (d^r)^{rk} = d^{\epsilon k} \quad (4)$$

$$a = d^{\epsilon k+1} = d^{\epsilon k} \times d \Rightarrow b \times d \rightarrow a = db$$

$$(r^{-1})^{rx} = (d^{\epsilon})^{x+1} \rightarrow r^{-9x} = r^{\epsilon x + \epsilon} \quad (5)$$

$$\rightarrow \epsilon x + \epsilon = -9x \rightarrow x = -\frac{\epsilon}{12}$$

$$\text{چون } r^x = a \quad a^r - 1a + 1d = 0 \quad \begin{cases} a = r \rightarrow r^x = r \rightarrow x = 1 \\ a = d \rightarrow r^x = d \rightarrow x = \log_r d \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{الف) } a > 1, m, n \in \mathbb{Z} \rightarrow a^{mx+n} = r^{x-1} \quad \begin{cases} a = r > 1 \\ m = 1 \end{cases} \quad (7)$$

د) 3^{2+x} صعودی
 $3 > 1$
 $1 > 0$

ع) a^{mx+n} نزولی است -
 $3 > 1$
 $-1 < 0$
 $a > 1$
 $m < 0$

و) $(\frac{1}{3})^{x-2} = 3^{2-x}$ نزولی
 $3 > 1$
 $-1 < 0$

ت = 2 $\rightarrow A = 100(e^r)^t = 100e^E = 100(1.07, 38)^2$ ۱.

نکته: $m = m_0 \times (\frac{1}{r})^{\frac{t}{T}}$ ۱۱
 m مقدار سال اول
 T دوره عمر
 $m = F_{100} \times (\frac{1}{r})^{\frac{t}{100}}$

ت = 20 $\rightarrow F_{100} \times (\frac{1}{r})^{\frac{20}{100}} = E$
 $E_{100} \times \frac{1}{1.07} = 20$

۱۲) نرخ سود ۲ درصد در سال است. یعنی پس کسب مبلغ ۲۰ میلیون

به ۱۲۰ میلیون افزایش دهد. یعنی ۱۲ = $\frac{120}{100}$ برابر سود.

$m = 100 \dots \times (\frac{1}{1.07})^{\frac{t}{100}} \xrightarrow{t=3} 100 \dots \times (1.07)^3$
 $= 117.28 \dots$