

حسابان فصل سوم

۸۰ سوال تستی و تشریحی

سرایی

دبیرستان دخترانه جمهوری اسلامی منطقه ۱۹

سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱- عبارتهای درست و نادرست را مشخص کنید.

الف) لگاریتم اعداد منفی تعریف نمی‌شود.

ب) تابع لگاریتم، تابعی یک به یک است.

پ) تابع لگاریتم محور x ها را قطع نمی‌کند.

پت) برد تابع لگاریتم مجموعه اعداد حقیقی است.

۲- جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

الف) هر تابع با ضابطه $f(x) = a^x$ ، که در آن a عددی مثبت و مخالف یک است را یک تابع می‌نامیم.

ب) در تابع $f(x) = a^x$ اگر $0 < a < 1$ ، با افزایش مقدار x ، مقادیر تابع f می‌یابند

۳- در جاهای خالی علامت $>$ ، $<$ و $=$ را قرار دهید.

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{\sqrt{6}} \square \left(\frac{3}{5}\right)^2 \quad \text{ب) } \left(\frac{1}{4}\right)^{1/2} \square \left(\frac{1}{4}\right)^{-5} \quad \text{پ) } \left(\frac{2}{3}\right)^5 \square \left(\frac{2}{3}\right)^8 \quad \text{ت) } (0.7)^4 \square (0.7)^3$$

۴- اگر $f(x) = 2^{-x}$ ، حاصل $\frac{f(x+1) - f(x-1)}{f(x+2)}$ کدام است؟

$$-6 \quad (4) \quad 2^x - 3^{-x} \quad (3) \quad 6 \quad (2) \quad 2^x + 3^{-x} \quad (1)$$

۵- نمودار تابع $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ را رسم کنید و آن را با نمودار $y = 3^x$ مقایسه کنید.

۶- نمودار تقریبی توابع زیر را رسم کنید

$$\text{الف) } y = |5^x - 1| \quad \text{ب) } y = 3^{-x} + 1 \quad \text{پ) } y = 5^{-|x|}$$

۷- اگر تابع $f(x) = \left(\frac{2a-1}{3}\right)^{-x}$ یک تابع نمایی باشد، حدود a را بیابید.

۸- الف) نمودار تابعهای $f(x) = 3^x$ و $g(x) = 5^x$ را رسم کنید.

ب) دامنه و برد هر تابع را به دست آورید.

پ) آیا این توابع یک به یک هستند؟ چرا؟

۹- الف) نمودار تابع‌های $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ و $g(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ را رسم کنید.

ب) دامنه و برد هر تابع را به دست آورید.

پ) آیا این توابع یک به یک هستند؟ چرا؟

۱۰- اعداد $\left(\frac{1}{5}\right)^2, 5^{\sqrt{7}}, \left(\frac{1}{5}\right)^4, 5^2, 5^3$ را مقایسه کنید.

۱۱- اعداد را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. $\left(\frac{1}{3}\right)^2, 3^2, 3^5, \left(\frac{1}{3}\right)^3, \left(\frac{1}{3}\right)^4$

۱۲- فرض کنیم تعداد باکتری‌ها در یک نوع کشت در دقیقه ی t از رابطه ی $f(t) = 1000 \cdot e^{-0.4t}$ به دست می‌آید. بعد از چند دقیقه

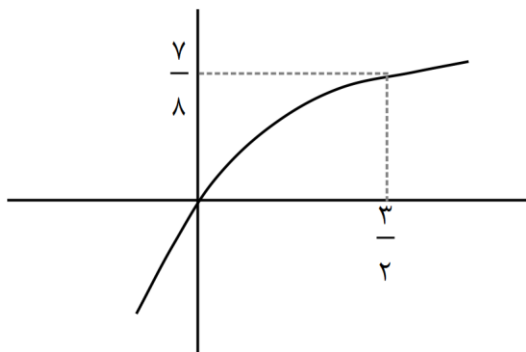
۱۰۰۰۰ باکتری خواهیم داشت؟

۱۳- نمودار تابع $y = 3^{x-1} + 1$ را رسم کنید.

۱۴- نمودار تابع $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را بیابید.

۱۵- نمودار تابع $y = 3^x - 1$ را رسم کنید.

۱۶- در شکل روبرو نمودار تابع $f(x) = 1 - 4^{ax}$ رسم شده است. مقدار a کدام است؟



۱) $\frac{1}{2}$

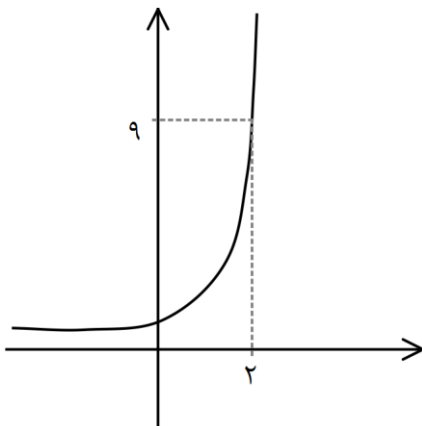
۳) $-\frac{1}{2}$

۱۷- نمودار تابع $f(x) = a^{x-1}$ در شکل مقابل رسم شده است. حاصل $f(f(2))$

چند است؟

۱) 3^{14}

۳) 3^{16}



۱۸- جرم یک توده مشخص از باکتری‌ها در هر ساعت ۲ برابر می‌شود. اگر بعد از ۴ ساعت مقدار باکتری 320 g باشد، در پایان ساعت پنجم مقدار باکتری‌ها چند گرم خواهد بود؟

۱۹- نمودارهای دو تابع $f(x) = 3^{ax+b}$ ، $g(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x$ در نقطه‌ای به طول ۱- متقاطعند. اگر $f(2) = \frac{1}{3}$ ، مقدار $f^{-1}(27)$ کدام است؟

- (۱) ۳- (۲) ۲- (۳) ۱ (۴) ۳

۲۰- نمودارهای دو تابع $y = 3^x + \frac{1}{3}$ ، $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2x}$ در نقطه‌ای به طول A متقاطعند. فاصله نقطه A از نقطه $(-1, 1)$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{5}$

۲۱- نمودارهای دو تابع $f(x) = 4^x$ ، $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} + \frac{3}{2}$ در نقطه A متقاطعند. فاصله نقطه A تا نقطه $\left(\frac{-1}{2}, 1\right)$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{5}$

۲۲- اگر $f(x) = 3^{x+2}$ حاصل $f(a+b-1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{f(a)f(b)}{9}$ (۲) $\frac{f(a)f(b)}{27}$ (۳) $\frac{f(a+b)}{9}$ (۴) $\frac{f(a+b)}{27}$

۲۳- اگر $f(x) = 8^x$ ، $g(x) = 2^{2x+5}$ حاصل $g(x-2)$ $f\left(\frac{x}{3}\right)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}f(x)$ (۲) $2f(x)$ (۳) $4f(x)$ (۴) $\sqrt{f(x)}$

۲۴- نمودار تابع‌های زیر را رسم کنید. دامنه و برد هر یک را مشخص کنید.

- (الف) $y = 2^x + 1$ (ب) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$ (پ) $y = 2^{-x-1}$

۲۵- کدام تابع زیر یک به یک است؟

- (۱) $f(x) = 2^x + 3^x$ (۲) $f(x) = 2^x - x^2$ (۳) $f(x) = 2^{|x|}$ (۴) $f(x) = |2^x - 5|$

۲۶- الف) وارون تابع $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ را به دست آورید.

ب) وارون تابع $f(x) = 3^x$ را به دست آورید.

۲۷- اگر $f(x) = 2^x + 3^x$ حاصل $f^{-1}(5)$ کدام است؟

- ۱(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲(۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۲۸- اگر $f(x+2) = 3^x + 4$ مقدار $f^{-1}(31)$ کدام است؟

- ۳(۱) ۴(۲) ۵(۳) ۶(۴)

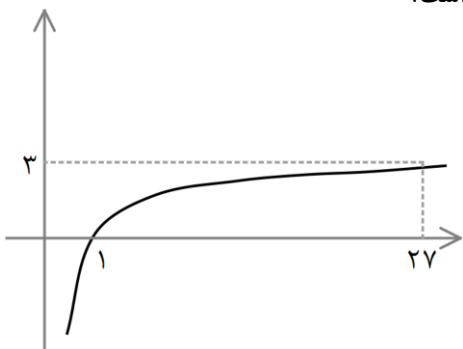
۲۹- معادله روبرو را حل کنید: $2^{3x-1} \times \left(\frac{1}{8}\right)^{2x-1} = (\sqrt[3]{2})^x$

۳۰- الف) نمودار تابع $f(x) = \log_2 x$ را رسم کنید.

ب) با توجه به نمودار تابع، مقادیر زیر را به دست آورید

$f(1)$ $f(2)$ $f\left(\frac{1}{2}\right)$ $f(16)$

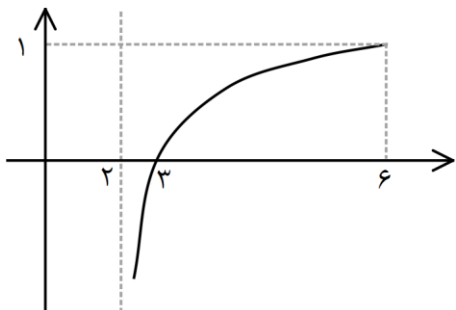
۳۱- نمودار $f(x) = \log_a x$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $f^{-1}(2)$ کدام است؟



- ۱(۱) ۳(۲)
۶(۳) ۹(۴)

۳۲- در شکل روبرو نمودار $f(x) = \log_a (bx + c)$ رسم شده است.

مقدار $2f(a) + f^{-1}(b) + c$ چقدر است؟



- $\frac{8}{5}$ (۱) ۵(۲)
 $\frac{11}{2}$ (۳) ۶(۴)

۳۳- تساوی‌های زیر را به صورت توانی بیان کنید.

$\log_9 27 = 3$

$\log_9 81 = 2$

$\log_{\frac{1}{5}} 5 = -3$

۳۴- مقادیر زیر را محاسبه کنید.

$\log_3 27 =$

$\log_6 36 =$

$\log_{11} 11 =$

۳۵- مقدار $\log(5+2\sqrt{6}) + \log(5-2\sqrt{6})$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) صفر

۳۶- الف) خط $y = 25$ نمودار تابع $y = 5^x$ را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند.

ب) خط $y = 10$ نمودار تابع $y = (0/1)^x$ را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند.

۳۷- نشان دهید اگر $a = \log 5$ آنگاه $\log 2 = 1 - a$.

۳۸- اگر $a = \log 2$ و $b = \log 3$ باشد، مقدار $2 \log 30 - 3 \log 45$ را بر حسب a و b به دست آورید.

۳۹- اگر $\log 2 = b$, $\log 3 = a$ باشد، مقدار $\log \sqrt[3]{54}$ بر حسب a, b کدام است؟

- (۱) $\frac{2a+3b}{4}$ (۲) $\frac{3a+2b}{4}$ (۳) $\frac{a+3b}{4}$ (۴) $\frac{3a+b}{4}$

۴۰- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\log_{\frac{1}{10}} = \quad \log_{\frac{1}{2}} = \quad \log_{\frac{1}{5}} =$$

۴۱- نمودار تابع‌های زیر را رسم کنید.

الف) $y = -2^x + 1$ ب) $y = 2\left(\frac{1}{5}\right)^x - 1$ پ) $y = 2 + \log_{\frac{1}{2}} x$

۴۲- ضابطه وارون تابع‌های زیر را به دست آورید.

الف) $y = 3^{-x}$ ب) $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ پ) $y = 2^{2x}$

۴۳- ضابطه تابع وارون $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 3$ کدام است؟

(۱) $f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{2}{x-3}\right)$ (۲) $f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x-3}\right)$

(۳) $f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x+3}\right)$ (۴) $f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{2}{x+3}\right)$

۴۴- اگر $a = \log 5$ و $b = \log 3$ ، حاصل عبارت‌های زیر را بر حسب a و b بنویسید.

الف) $\log 120 - 4 \log \sqrt[3]{3} =$ ب) $\log 0.162 + 2 \log \sqrt{50} =$

۴۵- معادله $2^{x^2} = (0/5)^{x^2-x}$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۴۶- حاصل ضرب ریشه های معادله $5^{x^2-x} = 25$ کدام است؟

- ۲(۱) -۲(۲) -۱(۳) ۱(۴)

۴۷- اگر نمودار $f(x) = \log_a x$ از نقطه $(\frac{1}{3}, 1)$ بگذرد، مقدار $f\left(f\left(\frac{1}{27}\right)\right)$ چقدر است؟

- ۱(۱) -۳(۲) ۱(۳) ۳(۴)

۴۸- اگر $f(x) = 4 + \log(2x - 4)$ ، مقدار $f^{-1}(6)$ را بیابید.

۴۹- اگر $f(\log_7 x - 3) = \frac{x}{3}$ مقدار $f(\log_7 x - 3) - f(-2)$ را بیابید.

۵۰- معادله لگاریتمی $\log_v^{(2-x^2)} = \log_v^x$ را حل کنید.

۵۱- جواب معادله $\log_7(29 + \log_8(x+1)) = 5$ را بیابید.

۵۲- ریشه معادله $\log_4(13 + \log_7(x-1)) = 2$ را به دست آورید.

۵۳- معادله لگاریتمی $5 \log_6^x - \log_6^y = 2 \log_6^4$ را حل کنید.

۵۴- جواب معادله $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+2} = \left(\frac{81}{16}\right)^{x-1}$ کدام است؟

- $\frac{1}{5}$ (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴)

۵۵- مجموعه جواب نامعادله $\left(\frac{1}{2}\right)^{3-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$ را بیابید.

۵۶- مجموعه جواب نامعادله $16^{2x-2} \geq 8^{3x-1}$ کدام است؟

- (۱) $[-\infty, 5]$ (۲) $(5, +\infty)$ (۳) $(-5, 5)$ (۴) $[-\infty, -5]$

۵۷- مجموعه جواب های نامعادله ی $\left(\frac{7}{5}\right)^{2-2x} < \left(\frac{5}{7}\right)^{x+2}$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, -5)$ (۲) $(-5, +\infty)$ (۳) $(-5, 5)$ (۴) $(5, +\infty)$

۵۸- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{9 - 3^{1-x}}$ را بیابید.

۵۹- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{1 - \log(x-1)}$ را بیابید.

۶۰- دامنه توابع لگاریتمی زیر را بیابید.

الف) $f(x) = \log_{x-2}(9-x^2)$ ب) $f(x) = \sqrt{1-\log x}$

۶۱- درستی و نادرستی عبارتهای زیر را بررسی کنید.

الف) $\log \frac{x}{y} = \log x + \log y$ ب) $\log \frac{x}{yz} = \log x - \log y - \log z$

پ) لگاریتم اعداد مثبت کمتر از ۱ همواره عددی منفی است

۶۲- مقدار عبارتهای زیر را محاسبه کنید.

الف) $\log \sqrt[5]{81} =$ ب) $\log_8 512 =$

۶۳- مقدار $\log_{\sqrt{6}} 9\sqrt[3]{3}$ کدام است؟

۷(۱) ۶(۲) ۷(۳) ۱۴(۴)

۶۴- مقدار $\frac{1}{\log_6 6} + \frac{1}{\log_6 6}$ چقدر است؟

-۲(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) ۲(۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۶۵- اگر بدانیم $\log_2 3 = a$ و $\log_2 5 = b$ مقدار $\log_{10} 10$ بر حسب a, b چقدر است؟

۶۶- حاصل به دست آورید. $\log_{\sqrt{6}} 2\sqrt[3]{2} + \log_{\sqrt{6}} \frac{1}{49} + \log_{\sqrt{6}} 27\sqrt[3]{81}$

۶۷- اگر $\log_2 3 = a$ مقدار $\log_{12} 18$ بر حسب a چقدر است؟

۶۸- اگر $f(x) = 4^x + 25^x$ مقدار $f(1 - \log_2 x) = f(2)$ چقدر است؟

۷(۱) ۶(۲) ۵(۳) ۴(۴)

۶۹- اگر $x = 8 \log_2 2\sqrt{2}$ ، مقدار لگاریتم عدد $4(x+3)$ در پایه x کدام میتواند باشد؟

$\frac{4}{3}$ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۳(۳) ۲(۴)

۷۰- معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف) $\log_5(2x^2+1) = \log_5(2-x)$ ب) $2 \log_2(x+5) = 4$

پ) $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3$ ت) $\log_2 128 = x - 4$

۷۱- اگر $\log_2(x^2-1) = 1 + \log_2(x+3)$ ، مقدار x کدام است؟

۲و۵(۱) -۲و۵(۲) ۲و-۵(۳) -۲و-۵(۴)

۷۲- با فرض $\log(x+1) = \frac{1}{3} \log(x^2 + x^2 + 3)$ حاصل $\log_3(4|x|+1)$ کدام است؟

۲(۱) ۱(۲) $\frac{1}{2}(۳)$ $\frac{۳}{۲}(۴)$

۷۳- حاصل $\log_3 \sqrt[3]{3}$ را به دست آورید.

۷۴- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف) $\log_3 \frac{1}{5} - \frac{1}{3} \log_3 27$ ب) $\log_3 81 + \log_3 \frac{1}{16} - \log_3 \sqrt[3]{5}$

۷۵- اگر $3^{2a-1} = 9\sqrt[3]{3}$ ، مقدار لگاریتم $27a + 36$ در مبنای $\sqrt{3}$ چقدر است؟

۷۶- عبارت های زیر را ساده کنید و حاصل را به دست آورید.

الف) $\log_3 \sqrt[3]{5}$ = ب) $\log_3 \frac{1}{8}$ =

۷۷- اگر $f(x) = \log_3(4x-1)$ ، مقدار $f^{-1}(3)$ چقدر است؟

۷۸- اگر $f(x) = 3^{5x-1}$ ضابطه $f^{-1}(x)$ کدام است؟

۷۹- وارون تابع $f(x) = 3 \log_3(x-3) + 5$ را بیابید.

۸۰- ضابطه تابع وارون تابع $f(x) = \log_3(x-2)$ کدام است؟ نیمه عمر یک ماده هسته ای ۱۲۰ سال است. نمونه ای از این ماده ۸۰

میلی گرم جرم دارد. جرمی که پس از ۲۴۰ سال باقی می ماند چقدر است.