

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۹۶/۱۰/۱۳

نام مدرسه:

نام درس: حسابان پایه یازدهم

توجه! لطفا سوالات را در کادر مشخص شده با خط خوش پاسخ دهید. (پاسخ های خارج از کادر تصحیح نخواهد شد)

(۱ نمره)

سوال ۱

جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

الف) مجموعه جواب نامعادله $|x - 3| < 1$ به صورت بازه ی است.

ب) اگر $f(x) = [x + 1]$ باشد، حاصل $f(\sqrt{5})$ برابر با است.

ج) ماکسیمم مقدار تابع $f(x) = -2x^2 + 4x + 1$ برابر با است.

د) اگر $A(-3, -4)$ و $B(1, 2)$ و AB قطر دایره ای باشد، شعاع دایره است.

(۱ نمره)

سوال ۲

در دنباله حسابی ... , ۱۱ , ۸ , ۵ حداقل چند جمله آن را با هم جمع کنیم تا حاصل از ۴۹۳ بیشتر شود؟

(۱ نمره)

سوال ۳

مجموع چند جمله اول از دنباله هندسی ... , ۲۴ , ۱۲ , ۶ برابر با ۱۲۶ خواهد شد؟

(۱/۵ نمره)

سوال ۴

اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 5x + 3 = 0$ باشند:

الف) در مورد علامت دو ریشه معادله، بر حسب مجموع و حاصل ضرب ریشه ها استدلال کنید.

ب) حاصل $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ را بیابید.

(۲ نمره)

سوال ۵

معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-4}$

ب) $\frac{5}{\sqrt{x+2}} = 2 - \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

(۱/۵ نمره)

سوال ۶

معادله $|x| = x^2 - 2x$ را به روش هندسی حل کنید.

(۱ نمره)

سوال ۷

بر روی محور طول ها چه نقاطی وجود دارد که مجموع فاصله های آن ها از دو نقطه به طول ۱- و ۳ روی محور طول ها برابر ۶ بشود؟

(۱/۵ نمره)

سوال ۸

در مورد مربع ABCD می دانیم معادله خط ضلع BC عبارت است از $3x - 4y = 9$ و مختصات راس A عبارت است از $A(2, 3)$. مساحت مربع و مختصات راس B را بیابید.

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۹۶/۱۰/۱۳

نام مدرسه:

نام درس: حسابان پایه یازدهم

(۱ نمره)

سوال ۹

آیا هر یک از تساوی های زیر، یک تابع را مشخص می کنند؟ دلیل بیاورید.

الف) $|2x + 1| + \sqrt{y - 3} = 0$

ب) $y^2 - 2y = x$

(۱ نمره)

سوال ۱۰

تساوی دو تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$ و $g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x - 3}$ را بررسی کنید.

(۱/۵ نمره)

سوال ۱۱

نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x} & x < 0 \\ -\sqrt{x+2} & x \geq 0 \end{cases}$ را رسم نموده و دامنه و برد آن را مشخص کنید.

(۱/۵ نمره)

سوال ۱۲

نمودار تابع $f(x) = \left[\frac{1}{2}x\right] + 1$ را در بازه $[-2, 4]$ رسم کنید.

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۹۶/۱۰/۱۳

نام مدرسه:

نام درس: حسابان پایه یازدهم

سوال ۱۳

(۱/۵ نمره)

یک به یک بودن تابع $f(x) = 2 - \sqrt{3x + 1}$ را بررسی کرده و سپس وارون آن را به دست آورید.

سوال ۱۴

(۱/۵ نمره)

تنها به یکی از دو سوال زیر پاسخ دهید.

اگر $f = \{(3, -5), (0, 5), (1, 7), (-4, 2)\}$ و

$g = \{(3, 0), (0, -3), (-2, -5), (-4, 1)\}$

الف) تابع $\frac{f-g}{2f}$ را به صورت زوج مرتبی معرفی کنید.

ب) تابع $f \circ g$ را به صورت زوج مرتبی معرفی کنید.

مثلث ABC به راس های $A(3, 3)$ و $B(1, 2)$ و $C(4, 1)$ مفروض است:
الف) نشان دهید این مثلث قائم الزاویه و متساوی الساقین است.
ب) معادله خط عمودمنصف پاره خط BC را بیابید.

سوال ۱۵

(۱/۵ نمره)

تنها به یکی از دو سوال زیر پاسخ دهید.

نمودار تابع $y = 2^{x+1}$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را به دست آورید.

معادله رو به رو را حل کنید.
 $(x^2 + x + 1)^2 + x^2 + x = 5$

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۹۶/۱۰/۱۳

نام مدرسه:

نام درس: حسابان پایه یازدهم

توجه! لطفا سوالات را در کادر مشخص شده با خط خوش پاسخ دهید. (پاسخ های خارج از کادر تصحیح نخواهد شد)

سوال ۱

(۱ نمره)

جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. (هر بخش ۰/۲۵ نمره)

الف) مجموعه جواب نامعادله $|x - 3| < 1$ به صورت بازه‌ی (۲ و ۴) است.ب) اگر $f(x) = [x + 1]$ باشد، حاصل $f(\sqrt{5})$ برابر با ۳ است.ج) ماکسیمم مقدار تابع $f(x) = -2x^2 + 4x + 1$ برابر با ۳ است.د) اگر $A(-3, -4)$ و $B(1, 2)$ و AB قطر دایره ای باشد، شعاع دایره $2\sqrt{13}$ است.

سوال ۲

(۱ نمره)

در دنباله حسابی ... ، ۱۱ ، ۸ ، ۵ حداقل چند جمله آن را با هم جمع کنیم تا حاصل از ۴۹۳ بیشتر شود؟

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \quad (نمره ۰/۲۵) = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$$

$$\frac{n}{2} (10 + 3(n-1)) > 493 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$3n^2 + 7n - 986 > 0 \quad (نمره ۰/۲۵) \rightarrow \frac{-7+109}{6} < n \rightarrow 17 < n \quad (نمره ۰/۲۵) \quad \text{دست کم ۱۸ جمله}$$

سوال ۳

(۱ نمره)

مجموع چند جمله اول از دنباله هندسی ... ، ۲۴ ، -۱۲ ، ۶ برابر با ۱۲۶ خواهد شد؟

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad (نمره ۰/۲۵) \Rightarrow -126 = \frac{6((-2)^n - 1)}{-2 - 1} \quad (نمره ۰/۲۵) \Rightarrow 63 = (-2)^n - 1 \Rightarrow 64 = (-2)^n \Rightarrow n = 6 \quad (نمره ۰/۵)$$

سوال ۴

(۱/۵ نمره)

اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 5x + 3 = 0$ باشند:

الف) در مورد علامت دو ریشه معادله، بر حسب مجموع و حاصل ضرب ریشه ها استدلال کنید.

ب) حاصل $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ را بیابید.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 12 = 13 > 0 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

پس دو ریشه حقیقی مثبت داریم (نمره ۰/۲۵)

$$S = \frac{-b}{a} = 5 > 0 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$P = \frac{c}{a} = 3 > 0 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{S^2 - 2P}{P} \quad (نمره ۰/۲۵) = \frac{25 - 6}{3} = \frac{19}{3} \quad (نمره ۰/۵)$$

(ب)

(۲ نمره)

سوال ۵

معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-4}$

$x(x-2)(x+2) \left(\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{(x-2)(x+2)} \right) \Rightarrow 3x(x-2) + 2(x-2)(x+2) = x(4x-4)$ (نمره ۰/۲۵)

$\Rightarrow 3x^2 - 6x + 2x^2 - 8 = 4x^2 - 4x \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \rightarrow (x-4)(x+2) = 0$ $\begin{cases} x = 4 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ x = -2 \text{ غ ق (نمره ۰/۲۵)} \end{cases}$

ب) $\frac{5}{\sqrt{x+2}} = 2 - \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

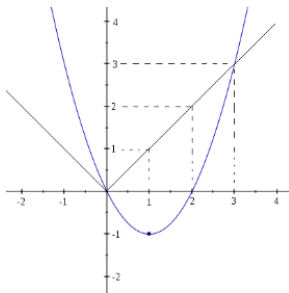
$\frac{5\sqrt{x-2}}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} = 2 - \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ مخرج مشترک (نمره ۰/۲۵) $5\sqrt{x} - 8 = 2x - 8$ طرفین وسطین (نمره ۰/۲۵) $\rightarrow x = 3\sqrt{x}$ $\begin{cases} x = 0 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ x = 9 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \end{cases}$ دامنه تعریف $\mathbb{R} - \{4\}$

(۱/۵ نمره)

سوال ۶

معادله $|x| = x^2 - 2x$ را به روش هندسی حل کنید.

$|x| = x^2 - 2x + 1 - 1 \Rightarrow |x| = (x-1)^2 - 1$ ($x = 0, 3$)



رسم درست سهمی ۰/۵ نمره

رسم درست قدر مطلق ۰/۵ نمره

دو پاسخ نهایی ۰/۵ نمره

(۱ نمره)

سوال ۷

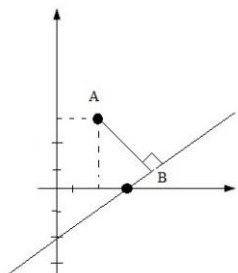
بر روی محور طول ها چه نقاطی وجود دارد که مجموع فاصله های آن ها از دو نقطه به طول ۱- و ۳ روی محور طول ها برابر ۶ بشود؟

$|x+1| + |x-3| = 6$ (نمره ۰/۵) $\begin{cases} x < -1 \Rightarrow -x-x-3+3=6 \rightarrow -2x=6 \rightarrow x=-3 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ -1 \leq x \leq 3 \Rightarrow x+1-x+3=6 \rightarrow 4=6 \text{ غیر قابل قبول} \\ 3 < x \Rightarrow x+1+x-3=6 \rightarrow 2x=8 \rightarrow x=4 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \end{cases}$

(۱/۵ نمره)

سوال ۸

در مورد مربع ABCD می دانیم معادله خط ضلع BC عبارت است از $3x - 4y = 9$ و مختصات راس A عبارت است از $A(2, 3)$. مساحت مربع و مختصات راس B را بیابید.



فاصله A از BC ضلع مربع = $\frac{|3 \times 2 - 4 \times 3 - 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3$ (نمره ۰/۲۵)

$S = 3^2 = 9$ (نمره ۰/۲۵)

برای مختصات B کافی است معادله خطی که از A بر BC عمود می شود را بیابیم.

$m_{BC} = \frac{3}{4} \rightarrow m_{AB} = \frac{-4}{3}$ (نمره ۰/۲۵)

AB: $y - 3 = \frac{-4}{3}(x - 2) \rightarrow AB: 3y + 4x = 21$ (نمره ۰/۲۵)

$B = AB \cap BC = \left(\frac{11}{25}, \frac{27}{25} \right)$ (نمره ۰/۲۵)

البته جواب قابل قبول دیگری هم دارد.

(۱ نمره)

سوال ۹

آیا هر یک از تساوی های زیر، یک تابع را مشخص می کنند؟ دلیل بیاورید.

الف) $|2x + 1| + \sqrt{y - 3} = 0$

$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 1 = 0 \\ y - 3 = 0 \end{array} \right\} \rightarrow R = \left\{ \left(-\frac{1}{2}, 3 \right) \right\}$ (نمره ۰/۲۵)

تابع هست. (نمره ۰/۲۵)

ب) $y^2 - 2y = x$

تابع نیست. (نمره ۰/۲۵)

$\left. \begin{array}{l} (0,0) \in f \\ (0,2) \in f \end{array} \right\}$ (نمره ۰/۲۵)

(۱ نمره)

سوال ۱۰

تساوی دو تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$ و $g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x - 3}$ را بررسی کنید.

$D_g = [3, +\infty)$ (نمره ۰/۲۵)

$D_f = (-\infty, 0] \cup [3, +\infty)$ (نمره ۰/۲۵)

مساوی نیستند (نمره ۰/۵) زیرا دامنه شان یکی نیست

(۱/۵ نمره)

سوال ۱۱

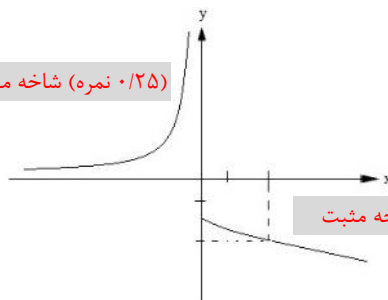
نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x} & x < 0 \\ -\sqrt{x+2} & x \geq 0 \end{cases}$ را رسم نموده و دامنه و برد آن را مشخص کنید.

$D_f = \mathbb{R}$ (نمره ۰/۵)

$R_f = (-\infty, -\sqrt{2}] \cup (0, +\infty)$

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

شاخه منفی (نمره ۰/۲۵)



شاخه مثبت (نمره ۰/۲۵)

(۱/۵ نمره)

سوال ۱۲

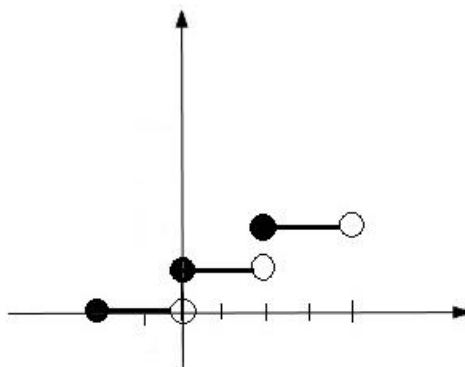
نمودار تابع $f(x) = \left[\frac{1}{2}x \right] + 1$ را در بازه $[-2, 4]$ رسم کنید.

$-2 \leq x < 0 \rightarrow y = -1 + 1 = 0$ (نمره ۰/۲۵)

$0 \leq x < 2 \rightarrow y = 0 + 1 = 1$ (نمره ۰/۲۵)

$2 \leq x < 4 \rightarrow y = 1 + 1 = 2$ (نمره ۰/۲۵)

رسم درست هر شاخه ۰/۲۵ نمره



سوال ۱۳ (۱/۵ نمره)

یک به یک بودن تابع $f(x) = 2 - \sqrt{3x+1}$ را بررسی کرده و سپس وارون آن را به دست آورید.
باید نشان دهیم اگر $f(a) = f(b)$ آن گاه حتما $a = b$ می شود.

$$f(a) = f(b) \rightarrow 2 - \sqrt{3a+1} = 2 - \sqrt{3b+1} \rightarrow \sqrt{3a+1} = \sqrt{3b+1} \rightarrow 3a+1 = 3b+1 \rightarrow a = b \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$y = 2 - \sqrt{3x+1} \rightarrow \sqrt{3x+1} = 2 - y \rightarrow 3x+1 = (2-y)^2 \rightarrow x = \frac{3-4y+y^2}{3} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\left\{ \begin{aligned} f^{-1}(x) &= \frac{3-4x+x^2}{3} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\ D &= (-\infty, 2] \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \end{aligned} \right.$$

سوال ۱۴ (۱/۵ نمره)

تنها به یکی از دو سوال زیر پاسخ دهید.

مثلث ABC به راس های $A(3, 3)$ و $B(1, 2)$ و $C(4, 1)$ مفروض است:
الف) نشان دهید این مثلث قائم الزاویه و متساوی الساقین است.
ب) معادله خط عمودمنصف پاره خط BC را بیابید.

اگر $f = \{(3, -5), (0, 5), (1, 7), (-4, 2)\}$
 $g = \{(3, 0), (0, -3), (-2, -5), (-4, 1)\}$
الف) تابع $\frac{f-g}{2f}$ را به صورت زوج مرتبی معرفی کنید.
ب) تابع fog را به صورت زوج مرتبی معرفی کنید.

$$AB = \sqrt{(3-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{5} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \rightarrow AB = AC$$

$$AC = \sqrt{(3-4)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{5} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \quad \text{متساوی الساقین}$$

$$BC = \sqrt{(4-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{10}$$

$$m_{AB} = \frac{3-2}{3-1} = \frac{1}{2} \quad m_{AC} = \frac{3-1}{3-4} = -2$$

قائم الزاویه بودن به خاطر رابطه فیثاغورس یا عمود بودن AB و AC (نمره ۰/۵)

$$BC \text{ عمود منصف } \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-1)^2} \Rightarrow y = 3x - 6 \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\frac{f-g}{2f} = \left\{ \left(-4, \frac{1}{2}\right), \left(0, \frac{1}{1}\right), \left(3, \frac{1}{2}\right) \right\}$$

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

$$f \circ g = \{(-4, 7), (3, 5)\}$$

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

نبودن هیچ عضو اضافی ۰/۲۵ نمره

سوال ۱۵ (۱/۵ نمره)

تنها به یکی از دو سوال زیر پاسخ دهید.

معادله رو به رو را حل کنید. $(x^2 + x + 1)^2 + x^2 + x = 5$

نمودار تابع $y = 2^{x+1}$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را به دست آورید.

$$(x^2 + x + 1)^2 + (x^2 + x + 1) = 6$$

استفاده از مجهول کمکی (نمره ۰/۵) $A = x^2 + x + 1$

$$A^2 + A - 6 = 0 \quad \begin{cases} A = 2 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\ A = -3 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x + 1 = 2 \rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\ x^2 + x + 1 = -3 \rightarrow x^2 + x + 4 = 0 \rightarrow \Delta < 0 \quad \text{جواب ندارد} \end{cases}$$

(نمره ۰/۲۵)

رسم درست نمودار با نقاط یا انتقال ها ۰/۵ نمره

$$D_f = \mathbb{R} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$R_f = (0, +\infty) \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

