

ش صندلی(ش داوطلب): نام و نام خانوادگی: سوابقات امتحان درس: حسابان	نام واحد آموزشی: دبیرستان نمونه دولتی فاطمه زهرا(س) نام پدر: کلاس: نام دبیر: خانم گل	نوبت امتحانی: نیمسال اول رشته: ریاضی سال تحصیلی: ۹۶-۹۷	ساعت امتحان: وقت امتحان: ۱۲۰ دقیقه تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۱۰ تعداد برگه سوال: ۲ برگ ۳ صفحه
---	--	--	--

بارم	سوالات
۰/۵	۱- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید الف) محل برخورد تابع با وارونش بر روی خط $y = x$ می باشد. درست ب) اگر $A(-1,2)$ ، $B(3,7)$ و $C(6,0)$ سه راس یک متوازی الاضلاع باشد مختصات راس چهارم ضلعی $ABCD$ برابر با $(3,9)$ می باشد. درست
۱	۲- جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) در تابع نمایی $f(x) = a^x$ اگر $1 < a$ آن گاه با افزایش x مقادیر f افزایش می یابد. و اگر $0 < a < 1$ آن گاه با افزایش x مقادیر f کاهش می یابد. ب) معادله درجه دومی که ریشه های آن $2 \pm \sqrt{3}$ باشد، می باشد. ج) فاصله دو خط به معادله $y = 2x + 1$ و $y - 2x = 5$ برابر است با $\frac{6}{\sqrt{5}}$
۰/۵	۳- مجموعه جواب معادله $ x^2 - 2x = 2x - x^2$ برابر است با الف) $0 \leq x \leq 2$ ب) $x \geq 0$ ج) $x \leq 2$ د) $x \leq 0$ یا $x \geq 2$ $x^2 - 2x < 0$
۱	۴- الف) در دنباله $3, 9, 15, \dots$ حداقل چند جمله آن را جمع کنیم تا حاصل از ۳۰۰ بیشتر شود. $S_n > 300 \Rightarrow \frac{n}{2}(4 + (n-1)4) > 300 \Rightarrow \frac{n}{2}(4n) > 300 \Rightarrow 2n^2 > 300 \Rightarrow n^2 > 150 \Rightarrow n > 12.2 \Rightarrow n \geq 13$
۱/۵	۴- ب) جملات دو و ششم یک دنباله هندسی ۳ و ۲۴۳ است مجموع شش جمله اول را بدست آورید. $a_2 = 3$ $a_6 = 243$ $\frac{a_6}{a_2} = q^4 = 81 \Rightarrow q = \pm 3$ اگر $q = 3 \Rightarrow a_1 = 1 \Rightarrow S_6 = \frac{1-3^6}{1-3} = 36$ اگر $q = -3 \Rightarrow a_1 = -1 \Rightarrow S_6 = -1 \frac{(1-(-3)^6)}{1+3} = -36$
۰/۵	۵- الف) با توجه به ویژگی های زیر شکل مربوطه را رسم کنید f دو ریشه مختلف علامه دارد- حاصل جمع ریشه های آن مثبت است- محل برخورد با محور y ها زیر محور x است و f دارای min باشد.

۵-ب) اگر محل برخورد تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + mx - 3$ با محور x ها -3 باشد. سایر صفرهای تابع را بدست آورید

$f(-3) = 0 \Rightarrow x^3 + 3x^2 + mx - 3 = 0 \Rightarrow -27 + 27 - 3m - 3 = 0 \Rightarrow m = 1$

$x^3 + 3x^2 - 3x - 3 = 0 \Rightarrow x^2(x+3) - (x+3) = 0 \Rightarrow (x+3)(x^2-1) = 0$

$x = -1, 1$

۵-ج) محیط یک مستطیل ۱۴ متر است. اگر اندازه طول و عرض آن متناسب با نسبت طلایی باشد، طول و عرض آن را بیابید.

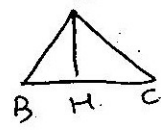
$2(x+y) = 14 \Rightarrow x+y = 7 \Rightarrow y = 7-x$

$\frac{طول}{عرض} = \frac{1}{نصف\ کعبه} : \frac{x}{7-x} = \frac{1}{\phi} \Rightarrow x^2 = 49 - 7x \Rightarrow x^2 + 7x - 49 = 0$

$\Delta = 49 + 4 \times 49 = 5 \times 49 \Rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{5 \times 49}}{2}$

$y = 7 - \frac{-7 + \sqrt{5 \times 49}}{2} = \frac{21 - \sqrt{5 \times 49}}{2}$

۵-د) در صورتی که $A \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 1 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ و $C \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 1 \end{vmatrix}$ سه راس یک مثلث باشد. مساحت مثلث را بدست آورید.



$m_{BC} = \frac{5}{2} \Rightarrow y + 5 = \frac{5}{2}x \Rightarrow 2y + 10 - 5x = 0$

$|-1x - 5 + 2x^2 + 10| = \frac{17}{\sqrt{29}}$

$|BC| = \sqrt{5 + 20} = \sqrt{25} = 5$

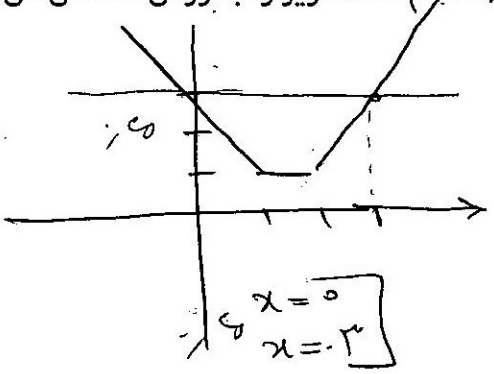
$S = \frac{1}{2} \times \sqrt{29} \times \frac{17}{\sqrt{29}} = \frac{17}{2}$

۶-الف) معادله زیر را به روش هندسی حل کنید.

$|x-1| + |2-x| = 3$

$x-1 \quad | \quad - \quad + \quad | \quad +$
 $2-x \quad | \quad + \quad - \quad | \quad -$

$\begin{cases} x \leq 1: & 1-x+2-x = -2x+3 \quad | \quad 1 \quad 3 \\ 1 < x < 2: & x-1+2-x = 1 \\ x \geq 2: & x-1+x-2 = 2x-3 \quad | \quad 2 \quad 3 \end{cases}$



۶-ب) معادلات زیر را حل کنید.

$2 + \sqrt{x-5} = \sqrt{x}$

$x-5 \geq 0 \Rightarrow x \geq 5$

$2 + \sqrt{x-5} + x - 5 = x$

$\sqrt{x-5} = 1 \Rightarrow \sqrt{x-5} = \frac{1}{2} \Rightarrow x-5 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 5 + \frac{1}{4} = \frac{21}{4}$

۰/۷۵
 ب) $\frac{x}{x-3} + \frac{3}{x-1} = 5$ $x(x-1) + 3(x-3) = 5(x-3)(x-1)$ \Rightarrow
 $x^2 - x + 3x - 9 = 5x^2 - 20x + 15 \Rightarrow 4x^2 - 22x + 24 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 11x + 12 = 0$
 $\Delta = 121 - 96 = 25$ $x = \frac{11 \pm 5}{4} = \frac{16}{4} = 4$ یا $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

۱
 ۷- الف) آیا دو تابع زیر مساوی هستند؟ چرا؟
 $f(x) = \sqrt{x^2(x^2-4)}$ $D_f = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty) \cup \{0\}$
 $g(x) = |x|\sqrt{x^2-4}$ $D_g = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
 $D_f \neq D_g \Rightarrow f \neq g$

۰/۵
 ب-۱) دامنه توابع زیر را بدست آورید.
 الف) $y = \frac{x}{[x]+1}$ $[x]+1 = 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow -1 \leq x < 0$
 $D = (R - [-1, 0])$
 ب) $y = \sqrt{|x+1|+x-3}$ $3-x \leq 0 \Rightarrow x \leq 3$
 $|x+1| \geq 3-x \Rightarrow (x+1)^2 \geq (3-x)^2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 \geq 9 - 6x + x^2$
 $8x \geq 8 \Rightarrow x \geq 1$
 $D = [1, 3]$

۰/۷۵
 ج) $y = \frac{\sqrt{x^2-3x+2}}{\sqrt{[x]-2}}$ $x^2 - 3x + 2 \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)}$
 $[x]-2 > 0 \Rightarrow [x] > 2 \Rightarrow x \geq 3$
 $D = x \geq 3$

۰/۵
 ۸- تابع $f(x) = \frac{5x+1}{x-3}$ را در نظر بگیرید.
 الف) دامنه و برد آن را بنویسید.
 $D = (R - \{3\})$, $R = (R - \{5\})$
 ب) یک به یک بودن تابع را بررسی کنید.
 $(x_1, y_1) \in f \wedge (x_2, y_2) \in f : y_1 = y_2 \Rightarrow x_1 = x_2$
 $\frac{5x_1+1}{x_1-3} = \frac{5x_2+1}{x_2-3} \Rightarrow 5x_1x_2 - 15x_1 + x_2 = 5x_2x_1 - 15x_2 + x_1$
 $14x_1 = 14x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$
 ج) در صورت وارون پذیر، وارون آن را بدست آورید.
 $y = \frac{5x+1}{x-3} \Rightarrow y(x-3) = 5x+1 \Rightarrow (y-5)x = 1+3y \Rightarrow x = \frac{1+3y}{y-5}$
 $f^{-1}(y) = \frac{1+3y}{y-5}$

الف) دامنه تابع $f \circ g$ را بدست آورید. $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ و $g(x) = 1-2x$ را در نظر بگیرید. $D_f = [-1, 1]$ و $D_g = \mathbb{R}$

$$D_{f \circ g} = \{x \mid x \in D_g \wedge g(x) \in D_f\} = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -1 < 1-2x \leq 1\}$$

$$= [0, 1]$$

۰/۷۵

ب) مقدار $(f + g \circ g)(0)$ را بدست آورید.

$$f(0) + g(g(0)) = 1 - 1 = 0$$

$$g(0) = 1 \quad f(0) = 1$$

$$g(g(0)) = g(1) = -1$$

۰/۱۵

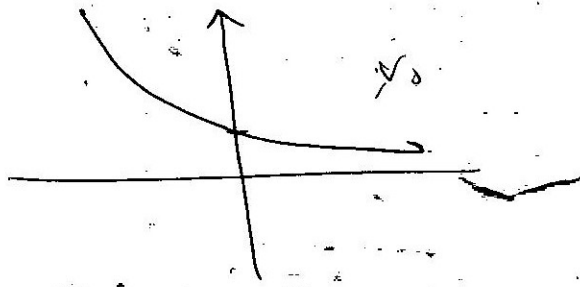
ج) ضابطه تابع $g \circ f$ را بدست آورید

$$g(f(x)) = 1 - 2\sqrt{1-x^2}$$

۰/۷۵

۱۰- الف) نمودار تابع $y = (\frac{1}{3})^x$ را رسم کنید

۰/۲۵



ب) نوع تابع را مشخص کنید.

۰/۱۵

ج) دامنه و برد تابع را بدست آورید.

$$D = \mathbb{R}$$

$$R = (0, +\infty)$$

۲۰

موفق و موید باشید