

به نام دانای توانا

اداره آموزش و پرورش ناحیه 4 مشهد

امتحانات نوبت اول (ضمن سال)



www.hsallameh.com

مؤسسه آموزشی تربیت علامه طباطبائی

دیرستان پسران علامه طباطبائی

مترصد ۱ مترصد ۲

نام و نام خانوادگی : .....

شماره صندلی : .....

نام امتحان: حسابان

پایه - رشته: یازدهم - ریاضی

شماره کلاس: 201

تعداد صفحه: 3

مدت پاسخگویی: 100 دقیقه

تاریخ امتحان: 96/10/

نام دبیر: آقای یعقوبی

نمره: .....

امضاء دبیر :

1- الف) در یک دنباله ی هندسی بصورت  $4, a, 9, b, \dots$  با قدرنسبت مثبت مجموع شش جمله اول را بیابید. 1 نمره

ب) اگر  $\alpha, \beta$  ریشه های معادله ی  $x^2 + x - 5 = 0$  باشند، حاصل  $\alpha^3\beta + \beta^3\alpha$  را بیابید. 1 نمره

2- جاهای خالی را با عبارات یا اعداد مناسب پر کنید. 5 نمره

الف) اگر  $x^2 - 3x + 2 < 0$  باشد حاصل  $\sqrt{x^2} - \sqrt{x^2 - 4x + 4}$  برابر است با.....

ب) حاصل عبارت  $1 + 2 + 3 + \dots + (2n - 1)$  برابر است با .....

ت) دامنه تابع  $f = \frac{3x-1}{x^3+9x}$  برابر است با .....

د) نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  را نسبت به محور  $y$  ها انعکاس داده ایم سپس آنرا 3 واحد در جهت راست و بعد 5 واحد به پایین حرکت داده ایم ضابطه تابع به صورت ..... می باشد.

س) معادله درجه دومی که ریشه های آن  $3 + 2\sqrt{5}$  و  $3 - 2\sqrt{5}$  باشد برابر است با.....

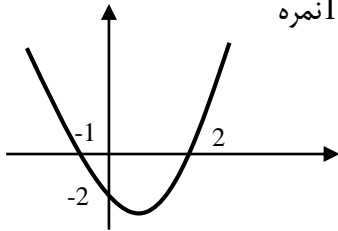
ش) مجموعه ی جواب معادله  $|3 + |x - 1|| = 2$  برابر است با.....

ک) در تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{1-x}} & x < 1 \\ 2x - \frac{3}{4} & x \geq 1 \end{cases}$  مقدار  $(f \circ f)\left(\frac{3}{4}\right)$  برابر است با .....

گ) اگر  $f = \{(0, 2), (3, 4), (-3, 8)\}$  و  $g(x) = \sqrt{x+1}$  دو تابع باشند تابع  $f + g$  برابر است با .....

م) اگر  $A(-1, 1)$  و  $B(-3, 4)$  طول پاره خط  $AB$  برابر است با ..... مختصات وسط  $AB$  برابر است با .....

3- در شکل زیر نمودار سهمی به معادله  $f(x) = ax^2 + bx + c$  داده شده است. 1.5 نمره



ضرایب  $a, b, c$  را تعیین کنید.

4- مختصات نقطه ای روی خط  $y = -x + 2$  را بیابید که فاصله آن از دو نقطه  $A(2, 1)$  و  $B(-3, 4)$  به یک فاصله باشد. 1/5 نمره

5- فاصله نقطه  $A(1, -4)$  از خط  $8x + 6y = k$  برابر 4 است مقدار منفی  $k$  را بیابید 1 نمره

6- معادله  $|x - 3| - 1 = \sqrt{-x + 2}$  را به روش هندسی حل کنید. 1 نمره

7- تابع  $f$  در همه شرایط زیر صدق می کند آنرا رسم کنید و ضابطه آنرا بنویسید. 2.5 نمره

(1) دامنه آن  $]-\infty, 8]$  و  $f(-2) = 1$  و  $f(8) = -1$  (2) در بازه  $[-3, 0]$  ثابت است.

(3) تابع به هر عدد کوچکتر از  $-3$  مربع آن را نسبت میدهد.

(4) تابع برای اعداد مثبت خطی است و نمودار آن محور طولها را در در نقطه ای به طول  $4$  قطع می کند.

8- ثابت کنید تابع  $f(x) = x^2 - 6x + 1 : x < 3$  یک به یک است. سپس ضابطه تابع وارون تابع  $f(x)$  را بدست آورید. 1.5 نمره

9- نمودار تابع  $f(x) = [x] - x$  را در بازه  $[-2, 2[$  رسم کنید. 1 نمره

10- ابتدا تابع  $f(x) = |x + 3| - |x - 2|$  را به صورت چندضابطه بنویسید. رسم کنید. سپس دامنه و برد آن را مشخص کنید. 2نمره

11- اگر  $f(x) = x^2 + x$  و  $g(x) = \sqrt{4x + 1}$  دو تابع باشند مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع  $g \circ f$  و خط به معادله  $y = 3$  برابر چیست؟ 1 نمره

به نام داناى توانا

اداره آموزش و پرورش ناحیه 4 مشهد

امتحانات نوبت اول (ضمن سال)



مؤسسه آموزشی تربیت علامه طباطبائی

دبیرستان پسران علامه طباطبائی

مشهد

نام و نام خانوادگی: .....

شماره صندلی: .....

نام امتحان: حسابان

پایه - رشته: یازدهم - ریاضی

شماره کلاس: 201

تعداد صفحه: 3

مدت پاسخگویی: 100 دقیقه

تاریخ امتحان: 96/10/

نام دبیر: آقای یعقوبی

نمره: .....

امضاء دبیر:

1- الف) دریک دنباله ی هندسی بصورت  $4, a, 9, b, \dots$  با قدرنسبت مثبت مجموع شش جمله اول را بیابید. 1 نمره

$$a_1 = 4 \quad a_2 = a_1 r = 4r \rightarrow 2 \cdot 4r = 9 \rightarrow r = \pm \frac{3}{2} \xrightarrow{r > 0} r = \frac{3}{2}$$

$$S_6 = a_1 \left( \frac{1-r^6}{1-r} \right) = \frac{775}{8}$$

ب) اگر  $\alpha, \beta$  ریشه ها ی معادله ی  $x^2 + x - 5 = 0$  باشند، حاصل  $\alpha^3 \beta + \beta^3 \alpha$  را بیابید. 1 نمره

$$S = -1 \quad P = -5 \quad \alpha \beta (\alpha^2 + \beta^2) = P(S^2 - 2P) = -55$$

2- جاهای خالی را با عبارات یا اعداد مناسب پر کنید. 5 نمره

الف) اگر  $x^2 - 3x + 2 < 0$  باشد حاصل  $\sqrt{x^2} - \sqrt{x^2 - 4x + 4}$  برابر است با  $2 - 2\sqrt{x}$

ب) حاصل عبارت  $1 + 2 + 3 + \dots + (2n - 1)$  برابر است با  $n^2$

ت) دامنه تابع  $f = \frac{3x-1}{x^3+9x}$  برابر است با  $R - \{0\}$

د) نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  را نسبت به محور  $y$  ها انعکاس داده ایم سپس آنرا 3 واحد در جهت راست و بعد 5 واحد به پایین

حرکت داده ایم ضابطه تابع به صورت  $f(x) = \sqrt{-x+3} - 5$  می باشد.

س) معادله درجه دومی که ریشه های آن  $3 + 2\sqrt{5}$  و  $3 - 2\sqrt{5}$  باشد برابر است با  $x^2 - 4x - 11 = 0$

ش) مجموعه ی جواب معادله  $|3 + |x - 1|| = 2$  برابر است با  $\emptyset$

ک) در تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{1-x}} & x < 1 \\ 2x - \frac{3}{4} & x \geq 1 \end{cases}$  مقدار  $(f \circ f)\left(\frac{3}{4}\right)$  برابر است با  $\frac{9}{16}$

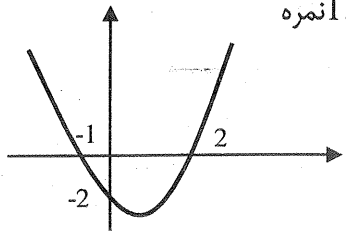
گ) اگر  $f = \{(0, 2), (3, 4), (-3, 8)\}$  و  $g(x) = \sqrt{x+1}$  دو تابع باشند تابع  $f + g$  برابر است با

$\{(0, 2), (3, 4)\}$

م) اگر  $A(-1, 1)$  و  $B(-3, 4)$  طول پاره خط  $AB$  برابر است با  $\sqrt{13}$ . مختصات وسط  $AB$  برابر است با  $(-2, \frac{5}{2})$

$$\left(-2, \frac{5}{2}\right)$$

3- در شکل زیر نمودار سهمی به معادله  $f(x) = ax^2 + bx + c$  داده شده است. 1.5 نمره



ضرایب  $a, b, c$  را تعیین کنید.

$$y = a(x+1)(x-2)$$

$$(0, -2) \rightarrow -2 = a(1)(-2) \Rightarrow a = 1$$

$$y = (x+1)(x-2) = x^2 - x - 2$$

$$a = 1 \quad b = -1 \quad c = -2$$

4- مختصات نقطه ای روی خط  $y = -x + 2$  را بیابید که فاصله آن از دو نقطه  $A(2, 1)$  و  $B(-3, 4)$  به یک فاصله باشد.

1/5 نمره

$$C(+\alpha, -\alpha+2) \Rightarrow AC = BC \Rightarrow$$

$$\sqrt{(\alpha-2)^2 + (-\alpha+2-1)^2} = \sqrt{(\alpha+2)^2 + (-\alpha+2-2)^2}$$

$$\Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

5- فاصله نقطه  $A(1, -4)$  از خط  $8x + 6y = k$  برابر 4 است مقدار منفی  $k$  را بیابید 1 نمره

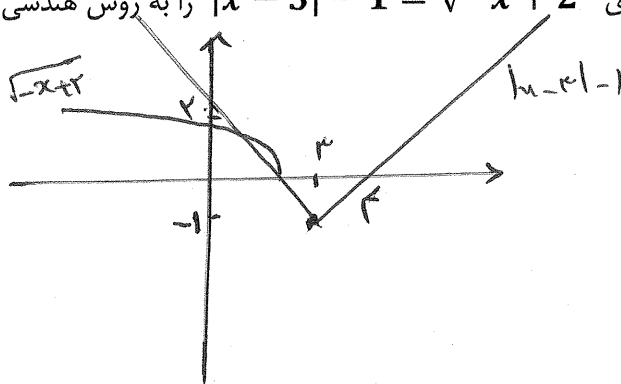
$$Ax + By - k = 0 \Rightarrow \frac{|1 - 24 - k|}{\sqrt{64 + 36}} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{|-23 - k|}{10} = 4 \Rightarrow |k + 23| = 40 \Rightarrow k + 23 = \pm 40 \begin{cases} k = 17 \\ k = -63 \end{cases}$$

6- معادله  $|x-3| - 1 = \sqrt{-x+2}$  را به روش هندسی حل کنید. 1 نمره

$$x = 1$$

$$x = 2$$



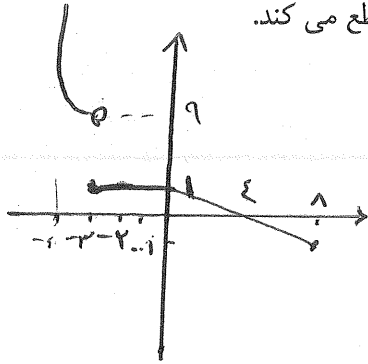
7- تابع  $f$  در همه شرایط زیر صدق می کند آنرا رسم کنید و ضابطه آنرا بنویسید. 2.5 نمره

(2) در بازه  $[-3, 0]$  ثابت است.

(1) دامنه آن  $]-\infty, 8]$  و  $f(-2) = 1$  و  $f(8) = -1$

(3) تابع به هر عدد کوچکتر از  $-3$  مربع آن را نسبت میدهد.

(4) تابع برای اعداد مثبت خطی است و نمودار آن محور طولها را در نقطه ای به طول 4 قطع می کند.



$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x < -3 \\ 1 & -3 \leq x \leq 0 \\ -\frac{1}{2}x + 1 & x > 0 \end{cases}$$

8- ثابت کنید تابع  $f(x) = x^2 - 6x + 1 : x < 3$  یک به یک است. سپس ضابطه تابع وارون تابع  $f(x)$  را بدست آورید. 1.5 نمره

$$f(x) = (x-3)^2 - 1 \quad (x_1-3)^2 - 1 = (x_2-3)^2 - 1$$

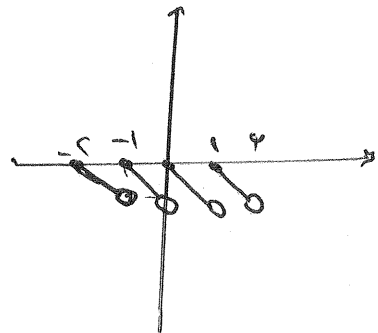
$$(x_1-3)^2 = (x_2-3)^2 \xrightarrow{x < 3} x_1-3 = x_2-3 \Rightarrow x_1 = x_2 \quad 1-1$$

$$y = (x-3)^2 - 1 \rightarrow y+1 = (x-3)^2 \Rightarrow \sqrt{y+1} = x-3$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{y+1} + 3 \Rightarrow f^{-1}(y) = \sqrt{y+1} + 3$$

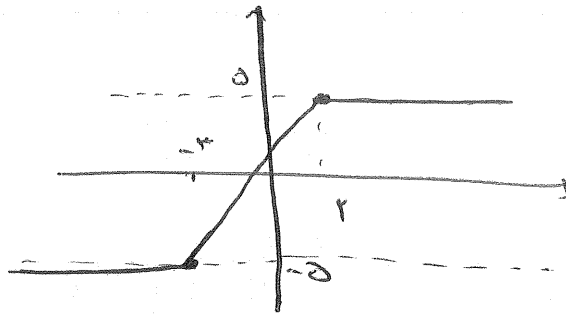
9- نمودار تابع  $f(x) = [x] - x$  را در بازه  $[-2, 2[$  رسم کنید. 1 نمره

$$\begin{aligned} -2 \leq x < -1 &\Rightarrow [x] = -2 \Rightarrow y = -2 - x \\ -1 \leq x < 0 &\Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow y = -1 - x \\ 0 \leq x < 1 &\Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = -x \\ 1 \leq x < 2 &\Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow y = 1 - x \end{aligned}$$



10- ابتدا تابع  $f(x) = |x + 3| - |x - 2|$  را به صورت چندضایفه بنویسید. رسم کنید. سپس دامنه و برد آن را مشخص کنید. 2 نمره

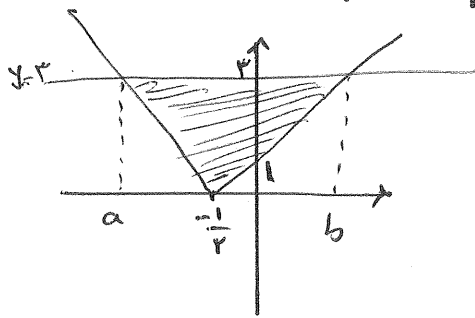
$$f(x) = \begin{cases} -5 & x \leq -3 \\ 2x+1 & -3 < x < 2 \\ 5 & x \geq 2 \end{cases}$$



$$D_f = \mathbb{R} \quad R_f = [-5, 5]$$

11- اگر  $f(x) = x^2 + x$  و  $g(x) = \sqrt{4x+1}$  دو تابع باشند مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع  $g \circ f$  و خط به معادله  $y = 3$  برابر چیست؟ 1 نمره

$$(g \circ f)(x) = \sqrt{4x^2 + 4x + 1} = |2x+1|$$



$$|2x+1| \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} x=1 = b \\ x=-2 = a \end{cases}$$

$$S = \frac{2 \times 3}{2} = 3$$