



تاریخ: ۱۳۹۶/۱۰/۲  
 حسابان  
 یازدهم ریاضی  
 آقای کاظمی  
 مدت: ۱۲۰ دقیقه

بسمه تعالی  
 دبیرستان پسرانه غیر دولتی سیدالشهدا (علیه السلام)  
 (دوره دوم) منطقه ۸ تهران  
 سال تحصیلی ۹۶-۹۷  
 «امتحانات پایانی نوبت اول»  
 شماره کارت:      کلاس:

نام و نام خانوادگی

صفحه ۱ از ۶

۱- در یک دنباله حسابی مجموع ۲۰ جمله ی اول سه برابر ۱۲ جمله اول آن است. اگر جمله ی سوم برابر ۶ باشد، مجموع ۶ جمله ی اول را

بیابید. (۱ نمره)

$$S_{20} = 3S_{12} \Rightarrow 10[2a_1 + 19d] = 3 \times 6[2a_1 + 11d] \Rightarrow 18a_1 + 19d = 0$$

$$a_3 = 6 \Rightarrow a_1 + 2d = 6 \quad \begin{cases} 18a_1 + 19d = 0 \\ a_1 + 2d = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -2 \\ d = 4 \end{cases}$$

$$S_6 = 3(2(-2) + 5(4)) = 48$$

۲- مجموع چند جمله هندسی مقابل برابر ۱۰۲۶ می شود؟ (۵/۰ نمره) ... و ۴۸ و ۲۴ و ۱۲ و ۶

$$S_n = 1026 \Rightarrow \frac{6((-2)^n - 1)}{-2 - 1} = 1026 \Rightarrow (-2)^n - 1 = 513$$

$$(-2)^n = 514 \Rightarrow \boxed{n=9}$$

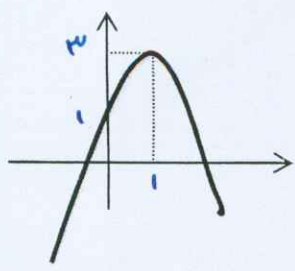
۳- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله ی  $x^2 - 5x + 1 = 0$  باشند. مطلوبت حاصل: (۱ نمره)

الف)  $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = \frac{125 - 15}{1} = 110$

ب)  $\alpha^2 + 5\beta + 6 = 5\alpha - 1 + 5\beta + 6 = 5(\alpha + \beta) + 5 = 30$

$n = \alpha \Rightarrow \alpha^2 - 5\alpha + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha^2 = 5\alpha - 1}$

۴- اگر تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  به صورت شکل مقابل باشد، ضابطه تابع  $f$  را بنویسید. (۱ نمره)



$$c = 1$$

$$\frac{-b}{2a} = 1 \Rightarrow -b = 2a \Rightarrow \boxed{b = -2a}$$

$$\frac{4ac - b^2}{4a} = 3 \Rightarrow 12a = 4a - b^2 \Rightarrow 12a = 4a - (-2a)^2$$

$$\Rightarrow \boxed{a = -1}, \boxed{b = 2} \quad f(x) = -x^2 + 2x + 1$$

۵- مقدار  $k$  را طوری بیابید که چند جمله ای  $f(x) = x^3 + 2x^2 - kx - 6$  بر  $x - 2$  بخش پذیر باشد. سپس سایر صفرهای تابع  $f$  را بیابید. (۱ نمره)

$$x - 2 = 0 \quad |x = 2| \Rightarrow 1 + 1 - 2k - 6 = 0 \quad |k = 0|$$

$$x^3 + 2x^2 - 0x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x^2 + 4x + 3) = 0 \quad \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = -3 \end{cases}$$

۶- معادله و نامعادله های زیر را به روش خواسته شده حل کنید. (۲/۵ نمره)

الف)  $(\sqrt{5x-1}-3)^2 - 7(\sqrt{5x-1}-3) + 18 = 0 \quad (\sqrt{5x-1}-3)^2 = t$

$$t^2 - 7t + 18 = 0 \Rightarrow (t-9)(t-2) = 0 \quad \begin{cases} t = 9 \\ t = 2 \end{cases}$$

$$(\sqrt{5x-1}-3)^2 = 9 \Rightarrow \sqrt{5x-1}-3 = \pm 3 \quad \begin{cases} x = \frac{16}{5} \quad \text{قبول} \\ x = \frac{1}{5} \quad \text{قبول} \end{cases}$$

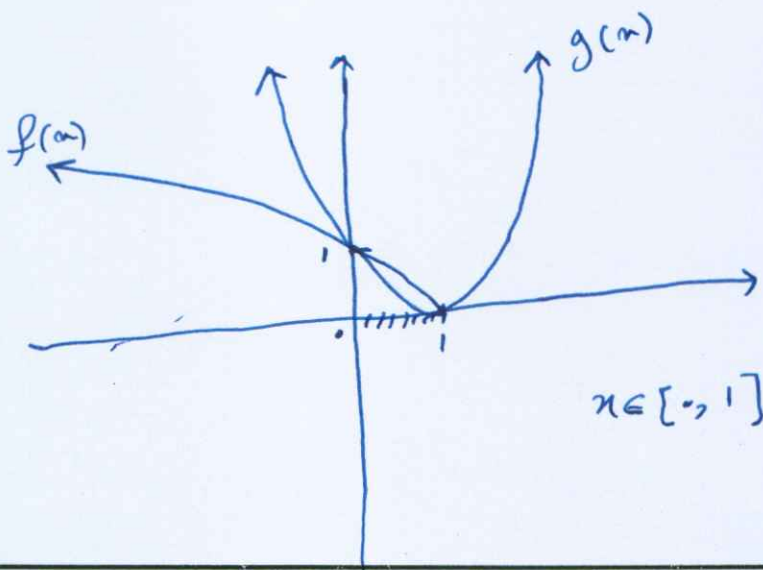
ب)  $|x-1| + |x+1| = -x+2$  (روش جبری)

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$
$x-1$	-		-	+
$x+1$	-		+	+

$$\begin{cases} x < -1 & -x+1-x-1 = -x+2 \quad |x = -2| \quad \text{قبول} \\ -1 \leq x \leq 1 & -x+1+x+1 = -x+2 \quad |x = 0| \quad \text{قبول} \\ x > 1 & 2x = -x+2 \quad |x = \frac{2}{3}| \quad \text{قبول} \end{cases}$$

$$\text{مجموعه جواب معادله} = \{-2, 0\}$$

ج)  $\sqrt{1-x} \geq x^2 - 2x + 1$  (روش هندسی)





تاریخ: ۱۳۹۶/۱۰/۲  
 حسابان  
 یازدهم ریاضی  
 آقای کاظمی  
 مدت: ۱۲۰ دقیقه

بسمه تعالی  
 دبیرستان پسرانه غیر دولتی سیدالشهدا (ع.ع.ا)  
 (دوره دوم) منطقه ۸ تهران  
 سال تحصیلی ۹۶-۹۷  
 «امتحانات پایانی نوبت اول»  
 شماره کارت: کلاس:  
 نام و نام خانوادگی:

صفحه ۳ از ۶

۷- جای خالی را کامل کنید. (۱ نمره)

الف) جواب معادله  $\sqrt{2x-1} + x = 8$  برابر است با ..... $\downarrow$ .....

ب) نقاطی از محور  $x$  ها که فاصلشان تا  $-2$  برابر ۳ باشد برابر است با ..... $\downarrow$ .....

ج) اگر  $x^2 \leq x$  باشد حاصل  $A = \sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 2x + 1}$  برابر است با ..... $\downarrow$ .....

د) فاصله دو خط موازی  $3x - 4y + 1 = 0$  و  $6x - 8y + 12 = 0$  برابر است با ..... $\downarrow$ .....

۸- اگر  $A(2, -1)$  و  $B(0, 3)$  و  $C(-2, -3)$  سه رأس مثلث ABC باشند. مطلوب است: (۱ نمره)

الف) معادله میانه AM

ب) طول ارتفاع AH

الف/

$$M \begin{cases} \frac{-2+0}{2} = -1 \\ \frac{-3+3}{2} = 0 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases}$$

$$AM = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3} = y$$

$$\boxed{-x - 1 - 3y = 0}$$

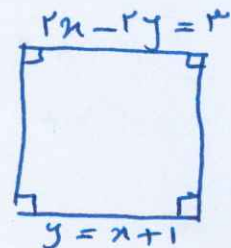
ب/  $m_{BC} = \frac{3+3}{0+2} = \frac{6}{2} = 3$   $y - 3 = 3(x - 0)$   $y - 3 = 3x \Rightarrow$

$$\frac{-3x}{a} + \frac{y-3}{b} = \frac{0}{c} \quad A \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases} \quad AH = \frac{|-6 - 1 - 3(-1)|}{\sqrt{9+1}} = \frac{10}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

۹- دو ضلع مربع منطبق بر دو خط به معادله  $2x - 2y = 3$  و  $y = x + 1$  می باشند، مساحت مربع را بیابید. (۱ نمره)

$$x - y = -1 \xrightarrow{\times 2} 2x - 2y = -2$$

$$2x - 2y = 3$$



$$d = \frac{|2+3|}{\sqrt{2^2+2^2}} = \frac{5}{\sqrt{8}}$$

$$S_{\text{مربع}} = \left(\frac{5}{\sqrt{8}}\right)^2 = \frac{25}{8}$$

صفحه ۴ از ۶  $\frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)} = x-2$

۱۰- به ازای چه مقداری از  $m$  دو تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2-x-6 & x \neq -2 \\ 3x+m & x = -2 \end{cases}$  و  $g(x) = x-3$  برابرند؟ (نمره)

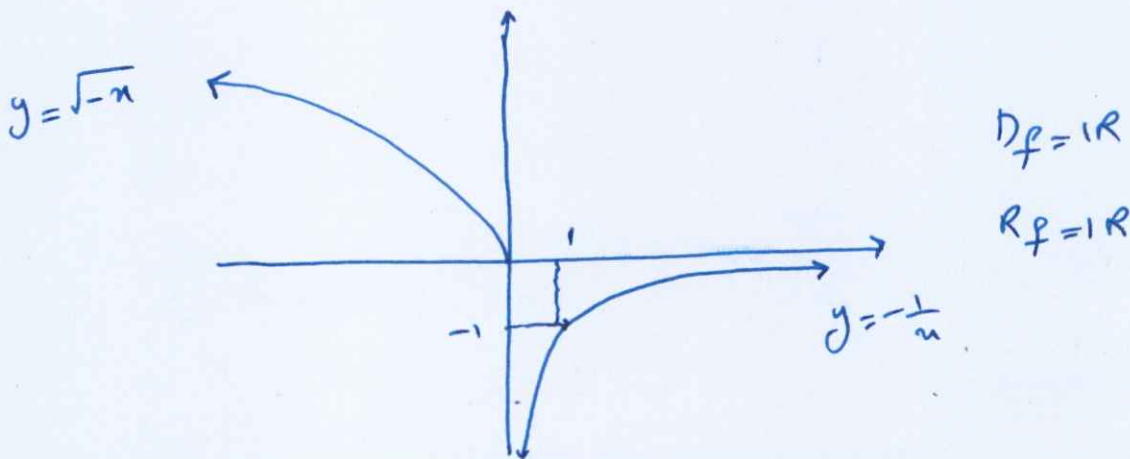
$$g(-2) = f(-2)$$

$$-5 = -6 + m$$

$$m = 1$$

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x > 0 \\ \sqrt{-x} & x \leq 0 \end{cases}$$

۱۱- تابع روبرو را رسم کنید، سپس دامنه و برد آن را بنویسید. (نمره)



۱۲- نشان دهید تابع  $y = x^2 + 8x + 15$  با شرط  $x \leq -4$  وارن پذیر است، سپس ضابطه تابع وارون را بیابید. (۵/۱ نمره)

$$y = (x+4)^2 - 1 \quad f(n_1) = f(n_2) \Rightarrow (n_1+4)^2 - 1 = (n_2+4)^2 - 1$$

$$\sqrt{\quad} \Rightarrow |n_1+4| = |n_2+4| \xrightarrow{x \leq -4} -(n_1+4) = -(n_2+4) \Rightarrow n_1 = n_2$$

$$y = (x+4)^2 - 1$$

$$x = (y+4)^2 - 1 \Rightarrow x+1 = (y+4)^2 \Rightarrow \sqrt{x+1} = |y+4| \xrightarrow{y \leq -4} y = -\sqrt{x+1} - 4$$

۱۳- اگر  $f(x) = \sqrt{x-2}$  و  $g(x) = \frac{2x+3}{x-1}$  باشد،  $D_{g \circ f}$  و ضابطه تابع  $g \circ f$  را بدست آورید. (نمره)

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \Rightarrow \{x \geq 2 \mid \sqrt{x-2} \neq 1\}$$

$$\textcircled{1} \cap \textcircled{2} \Rightarrow D_{g \circ f} = [2, +\infty) - \{3\}$$

$$g \circ f = g(f(x)) = g(\sqrt{x-2}) = \frac{2\sqrt{x-2} + 3}{\sqrt{x-2} - 1}$$



تاریخ: ۱۳۹۶/۱۰/۲  
 حسابان  
 یازدهم ریاضی  
 آقای کاظمی  
 ۱۲۰ دقیقه

بسمه تعالی  
 دبیرستان پسرانه غیردولتی سیدالشهدا (علیه السلام)  
 (دوره دوم) منطقه ۸ تهران  
 سال تحصیلی ۹۶-۹۷  
 «امتحانات پایانی نوبت اول»  
 شماره کارت:      کلاس:      مدت:      تاریخ:

نام و نام خانوادگی

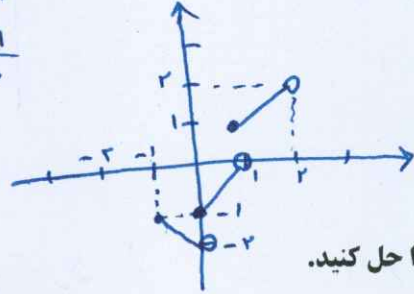
صفحه ۵ از ۶

۱۴- الف) تابع  $y = [x-1] + |x|$  را در فاصله  $(-2, 2)$  رسم کنید. (۱/۵ نمره)

$-1 < x < 0 \quad [x] = -1$   
 $0 \leq x < 1 \quad [x] = 0$   
 $1 \leq x < 2 \quad [x] = 1$

$y = -x - 2$   
 $y = x - 1$   
 $y = x$

$y = [x] - 1 + |x|$



ب) معادله روبه رو را حل کنید.

$2[2x]^2 - [2x] + 4 = 5$

$[2x] = t \Rightarrow 2t^2 - t - 1 = 0 \Rightarrow a+b+c = \dots$

$\begin{cases} t=1 \quad [2x]=1 \Rightarrow 1 < 2x < 2 \\ t=\frac{c}{a} = -\frac{1}{2} \quad \text{و } \frac{1}{2} \leq x < 1 \end{cases}$

۱۵- اگر  $g(x) = 2x^2 + 5$  و  $g \circ f(x) = 2x - 1$  باشد،  $f(x)$  را بیابید. (۱ نمره)

$g \circ f(x) = 2x - 1$   
 $g(f(x)) = 2x - 1$   
 $2f(x)^2 + 5 = 2x - 1$

$f(x) = \frac{2x-6}{2} = x-3$   
 $f(x) = \sqrt{x-3}$

۱۶- اگر  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4}$  و  $g(x) = \{(0,4), (2,1), (3,-1), (1,2)\}$  باشند، حاصل

الف)  $f - g =$

$\{(0, -\frac{10}{4}), (2, \frac{1}{2}), (1, -2)\}$

$D_g = \{0, 2, 3, 1\}$

$D_f = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$

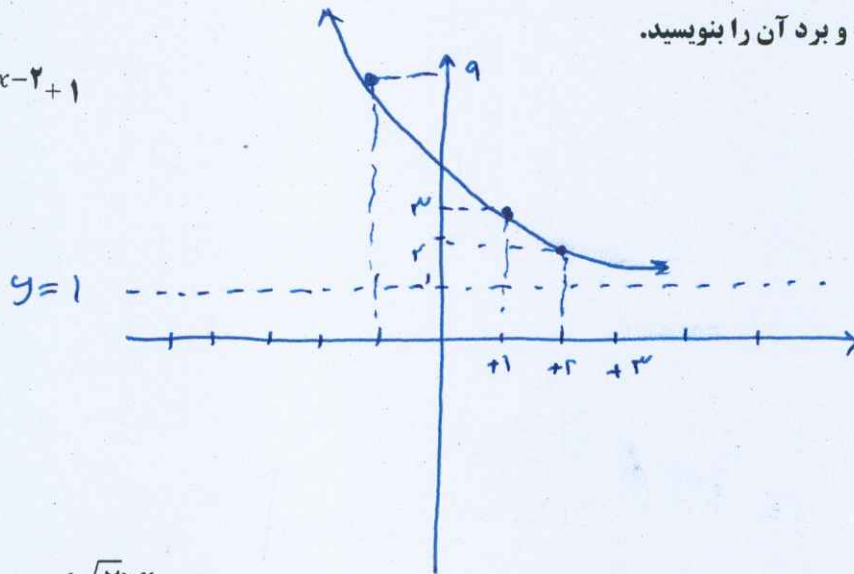
$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \{0, 1, 3\}$

ب)  $\frac{g}{f} = \{(0, 14), (3, -\frac{5}{2})\}$

$D_{g/f} = \{0, 1, 3\} - \{1\} = \{0, 3\}$

۱۷ - الف) تابع نمایی زیر را حل کنید و دامنه و برد آن را بنویسید.

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} + 1$$



$$D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f = (1, +\infty)$$

ب) نامعادله زیر را حل کنید.

$$\sqrt{2}^{x^2-x} \geq (\sqrt{2})^x$$

$$2^{x^2-x} \geq 2^x \implies x^2 - 2x \geq 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array} \right.$$

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$
$P(x)$	$+$	$/$	$/$	$+$

$$(-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$$