



دانش آموز عزیز شما می‌توانید پاسخنامه امتحان را دو ساعت پس از پایان امتحان در پورتال مدرسه ملاحظه نمایید.

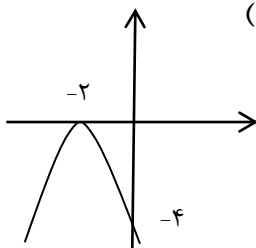
www.bagheralolum.sch.ir

۱- مجموع صد جمله اول دنباله حسابی ... و ۸ و ۳ و ۲- را بدست آورید (۰/۷۵)

۲- حاصل $64 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ را بیابید. (۰/۷۵)

۳- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $4 + \sqrt{2}$ و $4 - \sqrt{2}$ باشند (۰/۵)

۴- شکل مقابل نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ است. ضابطه آن را بیابید. (۱)



۵- نمودار تابع $f(x) = 2x - \frac{x}{|x|}$ را رسم کنید سپس به ازای $f(x) = -3$ معادله بدست آمده را به روش هندسی و جبری حل کنید. (۱)

۶- آیا دو تابع $f(x) = x + 1$ و $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ با هم مساویند. چرا؟ (۰/۵)

۷- نمودار تابع $y = -2[x] + 1$ را در بازه $[-1, 2]$ رسم نموده و برد آن را تعیین کنید. (۱)

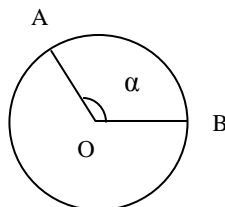
۸- ضابطه وارون تابع $f(x) = \frac{1}{4}x - 2$ را پیدا کنید سپس نمودار تابع f و وارون آن را در یک دستگاه رسم کنید. (۰/۷۵)

۹- اگر $f(x) = \frac{2}{x-1}$ و $g(x) = \frac{4}{x}$ باشد دامنه و ضابطه تابع $f \circ g$ را بنویسید. (۰/۷۵)

۱۰- نمودار تابع $y = 1 + 2^{-x}$ را رسم کنید و برد آن را بیابید. (۱)

۱۱- حاصل عبارت $\log_5 \sqrt{5} - \log_{\frac{1}{3}} 3\sqrt{3}$ را بدست آورید. (۱)

۱۲- معادله لگاریتمی $\log_3(x - 2) + \log_3(x + 4) = 3$ را حل کنید. (۱)



۱۳- در شکل مقابل مطلوب است: (۰/۷۵)

الف) اندازه زاویه α برحسب رادیان $\alpha = 105^\circ$

ب) طول \widehat{AB} ، $(r = 24 \text{ mm})$

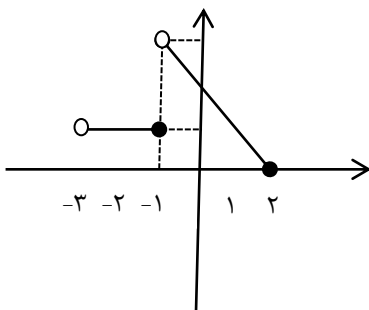
۱۴- ابتدا حاصل ساده شده عبارت زیر را بیابید سپس مقدار آن را به ازای $\alpha = \frac{\pi}{8}$ بدست آورید. (۱)

$$A = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin(\pi - \alpha) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cos(-\alpha)$$

۱۵- نمودار تابع $y = 1 + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ را در یک دوره تناوب رسم کنید و برد آن را تعیین کنید. (۰/۷۵)

۱۶- مقدار $\sin 105^\circ$ را بدست آورید. (۰/۵)

۱۷- اگر $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = \frac{-12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم باشد مطلوب است مقدار $\cos(\alpha - \beta)$. (۱)



۱۸- با توجه به نمودار تابع f مقدار هر یک از حدهای زیر را بیابید. (۱)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) & \quad \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \\ \lim_{x \rightarrow 2} f(x) & \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) \end{aligned}$$

۱۹- حدهای زیر را محاسبه کنید. (۱/۲۵)

$$\begin{aligned} \text{الف) } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 5} = & \quad \text{ب) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \end{aligned}$$

۲۰- اگر $f(x) = [\sqrt{x}] + [x^2]$ باشد مقدار $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\sqrt{x}-2}{4-x}$ را بدست آورید. (۰/۵)

۲۱- هر یک از حدهای زیر را حساب کنید. (۲/۲۵)

$$\begin{aligned} \text{الف) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1 + \cos 2x} = & \quad \text{ب) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{4 - x} = & \quad \text{پ) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{3x + 6} = \end{aligned}$$

۲۲- در تابع زیر مقدار a و b را طوری تعیین کنید که تابع پیوسته باشد. (۱)

$$f(x) = \begin{cases} a + |2 - x| & ; x < 1 \\ 2b - 4 & ; x = 1 \\ -x^2 + 3 & ; x > 1 \end{cases}$$

پاسخنامه حسابان - فرورد ۹۷

$-r, r, \lambda, \dots \rightarrow a_1 = -r, d = 0$ (۱)

$S_n = \frac{n}{r} [ra_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_{100} = \frac{100}{r} [r \times (-r) + (99)(0)] = 0 \cdot x \neq 91 = 24500$

$S_n = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \dots + r$ $\rightarrow a_1 = \frac{1}{\lambda}, q = r, n = 10$ (۲)

$S_n = a_1 \times \frac{1-q^n}{1-q} \Rightarrow S_{10} = (\frac{1}{\lambda}) \times \frac{1-r^{10}}{1-r} = \frac{1}{\lambda} \times 10 \cdot r^9 = \frac{10 \cdot r^9}{\lambda}$

$S = (f + \sqrt{f}) + (f - \sqrt{f}) = \lambda$ (۳)

$P = (f + \sqrt{f})(f - \sqrt{f}) = f^2 - (\sqrt{f})^2 = 16 - 4 = 12$

$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - \lambda x + 12 = 0$

$y = a(x-x')(x-x'')$

$y = a(x - (-r))(x - (-r)) \Rightarrow y = a(x+r)^2$ (۴)

$(\dots, -r) \Rightarrow -f = a(-+r)^2 \Rightarrow fa = -f \Rightarrow a = -1$

$f(x) = rx - \frac{x}{|x|} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} rx-1, & x > 0 \\ rx+1, & x < 0 \end{cases}$ (۵)

$\begin{cases} y = -r \\ y = rx+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} rx+1 = -r \\ rx = -r-1 \end{cases} \Rightarrow x = -r$ (۵)

$D_f = \mathbb{R}, D_g = \mathbb{R} - \{1\} \Rightarrow D_f \neq D_g$

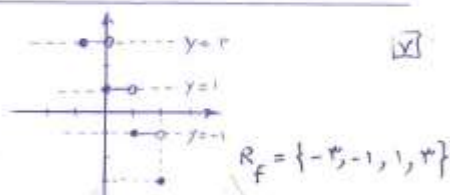
(رنگ) f و g ساری نیستند

$-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow y = r$

$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = 1$

$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow y = -1$

$x = 2 \Rightarrow y = -r \Rightarrow (r, -r)$ نقطه



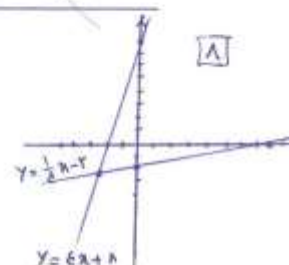
$y = \frac{1}{\epsilon} x - r \xrightarrow{\text{تبدیل}} x = \frac{1}{\epsilon} y - r$ (۶)

$\begin{matrix} x & | & \epsilon \\ \hline 0 & | & \epsilon \\ -r & | & -1 \end{matrix}$

$\frac{1}{\epsilon} y = x + r$

$y = \epsilon x + \epsilon r$

$f^{-1}(x) = \epsilon x + \epsilon r$



فرداد ۹۷ - پاسخنامه صحیح

$$f(x) = \frac{r}{x-1} \rightarrow D_f: x \neq 1$$

$$g(x) = \frac{f}{x} \rightarrow D_g: x \neq 0$$

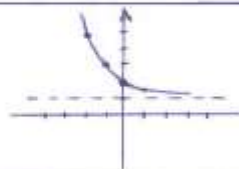
$$D_{f \circ g} = \{x | x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \{x | x \neq 0, \frac{f}{x} \neq 1\} = \mathbb{R} - \{0, f\}$$

داده

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{f}{x}\right) = \frac{r}{\frac{f}{x}-1} = \frac{r}{\frac{f-x}{x}} = \frac{rx}{f-x}$$

ضابطه

x	...	-r	-1	0	1	...
y = 1 + (f/x)	...	0	r	r	f/r	...



$$R_f = (1, +\infty)$$

۱۰

$$\log_a \sqrt{a} - \log_{\frac{1}{r}} r\sqrt{r} = \log_a a^{\frac{1}{2}} - \log_{r^{-1}} r^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \log_a a - \frac{\frac{3}{2}}{-1} \log_r r = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$$

۱۱

$$\log_r(x-r) + \log_r(x+r) = 3$$

$$\log_r(x-r)(x+r) = 3 \Rightarrow (x-r)(x+r) = r^3$$

$$x^2 + rx - r - r^3 = 0$$

$$x^2 + rx - r^3 = 0 \Rightarrow (x+r)(x-r) = 0$$

ع.ج.ع
x = -r

x = 0

$$\sin\left(\frac{D}{180}\right) = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{180}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{\pi}{180}$$

۱۲

$$\alpha = \frac{AB}{r} \Rightarrow AB = \alpha \cdot r = \frac{\pi}{180} \times 180 = 1 \text{ mm}$$

$$A = \sin\left(\frac{\pi}{r} - \alpha\right) \sin(\pi - \alpha) - \cos\left(\frac{\pi}{r} + \alpha\right) \cos(-\alpha)$$

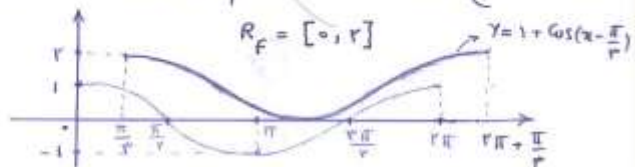
۱۳

$$A = \cos \alpha \cdot \sin \alpha - (-\sin \alpha) \cdot \cos \alpha = \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$A = \sin 2\alpha \Rightarrow A = \sin \frac{2\pi}{180} = \sin \frac{\pi}{90} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱۴) نمودار تابع $y = \cos x$ را به اندازه $\frac{\pi}{r}$ روی محور x با سمت راست و یک واحد به سمت بالا انتقال می دهیم.

x	0	$\frac{\pi}{r}$	π	$\frac{3\pi}{r}$	2π
y = cos x	1	0	-1	0	1



$$\sin 105^\circ = \sin(75^\circ + 30^\circ) = \sin 75^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 75^\circ$$

۱۴

$$= \frac{\sqrt{6}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{18}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{9} + \sqrt{2}}{2}$$

خرداد ۹۷ - پانزدهمین

$$\cos \alpha = +\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} \quad [17]$$

$$\sin \beta = +\sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - \left(\frac{-12}{13}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{13}$$

$$\begin{aligned} \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{-12}{13} + \frac{4}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{-36}{65} + \frac{20}{65} = \frac{-16}{65} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1 \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 3 \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2 \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \text{وجود ندارد} \quad [18]$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{\cos \pi}{1 + \sin \pi} = \frac{-1}{1+0} = -1 \quad [19]$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 9} = \frac{9 - \sqrt{9}}{\sqrt{9} - 9} = \frac{9 - 3}{3 - 9} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} [\sqrt{x}] + [x^2] = [\sqrt{4^-}] + [(4^-)^2] = 1 + 16 = 17 \quad [20]$$

$[4^-] + [16^-]$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \frac{0}{0} \quad \text{پس} \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} (x-2) = -2 - 2 = -4 \quad [21]$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} = \frac{0}{0} \quad \text{پس} \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} \times \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{(x-4)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{-1}{2+2} = -\frac{1}{4}$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^2)}{1 + \cos 2x} = \frac{0}{0} \quad \text{پس} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^2)}{2 \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f}{2} \times \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x}\right)^2 = \frac{f}{2} \times 1 = \frac{f}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} a + |1 - x| = a + 1 \quad \text{موجب} \quad [22]$$

$$f(1) = rb - f \quad \text{مقدار تابع}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (-x^r + r) = -(1)^r + r = r \quad \text{مقدار حد}$$

$$\begin{aligned} \text{موجب} = \text{موجب} = \text{مقدار تابع} \\ a + 1 = r = rb - f \Rightarrow \begin{cases} a + 1 = r \Rightarrow a = 1 \\ rb - f = r \Rightarrow b = r \end{cases} \end{aligned}$$