

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
نام	سؤالات			نوع
جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.				
۲/۵	<p>الف) نقاط $A(14, 3)$ و $B(10, -13)$ را در نظر بگیرید. فاصله‌ی مبدأ مختصات از وسط پاره خط AB برابر با است.</p> <p>ب) ماکزیمم یا مینیمم تابع $g(x) = x^2 + 2x$ برابر با است.</p> <p>پ) مجموع ده جمله‌ی اول در یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول ۳ و قدر نسبت ۲، برابر با است.</p> <p>ت) معادله‌ی $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2} = 3$ دارای جواب $x = \dots\dots\dots$ است.</p> <p>ث) تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = x - [x]$ دارای برد است.</p> <p>ج) اگر f و g دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = x + 1$ و $g(x) = \frac{x}{x-1}$ باشد، دامنه‌ی $\frac{f}{g}$ تابع برابر با است.</p> <p>چ) اگر f تابعی با ضابطه‌ی $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ باشد، آنگاه دامنه‌ی تابع $f \circ f$ برابر است با</p> <p>ح) دامنه‌ی تابع $y = \log_{2-x}(x-1)$ برابر است با</p> <p>خ) معادله‌ی نمایی $\frac{1}{64} = 4^{3x+2}$ دارای جواب است.</p> <p>د) رادیان معادل درجه است.</p>			۱
درستی یا نادرستی هر یک از گزاره‌های زیر را مشخص کنید.				
۲	<p>الف) فاصله‌ی خط $y = 3x + 3$ از مبدأ مختصات برابر با $\frac{3}{\sqrt{10}}$ است.</p> <p>ب) اگر طول و عرض رأس سهمی و عرض از مبدأ آن هر دو مثبت باشند، آن سهمی دو ریشه خواهد داشت.</p> <p>پ) معادله‌ی $\sqrt{x-2} + \sqrt{2x+3} + 1 = 0$ دارای یک جواب است.</p> <p>ت) اگر تابعی خطی باشد وارون آن نیز خطی است.</p> <p>ث) دو تابع f و g با ضابطه‌های $f(x) = \sqrt{x-2}$ و $g(x) = \sqrt{1-x}$ را نمی‌توان با هم جمع کرد مگر آنکه آن را تابع تهی در نظر بگیریم.</p> <p>ج) اگر دو زاویه متمم یکدیگر باشد، آنگاه سینوس یکی از آن زوایا قرینه‌ی دیگری است و بالعکس.</p> <p>چ) جواب‌های معادله‌ی $\log_5(x+6) + \log_5(x+2) = 1$ برابر با $x = -7$ و $x = -1$ است.</p> <p>ح) $\cos 22/5^\circ$ برابر است با $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$.</p>			۲
صفحه‌ی ۱ از ۳				

به پرسش‌های چهار گزینه‌ای زیر پاسخ دهید.

۰/۵	۳	اگر انرژی آزاد شده در یک زلزله $10^{18} \times 2/5$ ارگ باشد، قدرت آن زلزله چند ریشتر بوده است؟ $(\log 2 = \frac{3}{10}, \log E = 11/8 + 1/5M)$	۴/۲ (۱)	۴/۴ (۲)	۴/۶ (۳)	۴/۸ (۴)
۰/۵	۴	اگر $f(x) = \frac{x^2-9}{x^2+x}$ و $\lim_{x \rightarrow 1} kf(x) = 1$ باشد، مقدار k کدام است؟	$\frac{1}{4}$ (۱)	$-\frac{1}{4}$ (۲)	$\frac{1}{2}$ (۳)	$-\frac{1}{2}$ (۴)
۰/۵	۵	تابع $y = [-x]$ در کدامیک از بازه‌های زیر پیوسته است؟	(۱) $(2, 4)$	(۲) $[1, 2)$	(۳) $[-1, 0]$	(۴) $(-3, -2]$
۰/۵	۶	اگر نمودار تابع با ضابطه $y = x^2 + bx + c$ فقط از ناحیه‌ی چهارم نگذرد، آنگاه:	(۱) $b > 0, c \geq 0$	(۲) $b > 0, c \leq 0$	(۳) $b < 0, c \geq 0$	(۴) $b < 0, c \leq 0$
۰/۵	۷	نمودار تابع f بر نمودار معکوس آن منطبق است. $f(x)$ برابر با کدام است؟	(۱) x^2	(۲) x^3	(۳) $ x $	(۴) $-x$

به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید.

۰/۷۵	۸	معادله‌ی درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $1 - \sqrt{2}$ و $1 + \sqrt{2}$ باشد.
۰/۷۵	۹	وارون تابع $y = \frac{x+2}{x-2}$ را بنویسید.
۰/۷۵	۱۰	دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{[x]}$ را به دست آورید.
۰/۷۵	۱۱	تمام نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی $\frac{7\pi}{4}$ بنویسید.
۰/۷۵	۱۲	حاصل عبارت $\tan 78^\circ \cos 21^\circ + \cot 315^\circ \sin 15^\circ$ را به دست آورید.
۰/۷۵	۱۳	اگر $f(x) = 3 - 2 \log_7(\frac{x}{7} - 5)$ مقدار $f(42)$ را به دست آورید.
۰/۷۵	۱۴	تابع g را به گونه‌ای تعریف کنید که داشته باشیم: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{x^2-1} = 4$
۰/۷۵	۱۵	تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{ x }{x} [x]$ در نقطه‌ی $x = 0$ از نظر پیوستگی چگونه است؟ (توضیح دهید).

به سوالات زیر پاسخ تشریحی دهید.

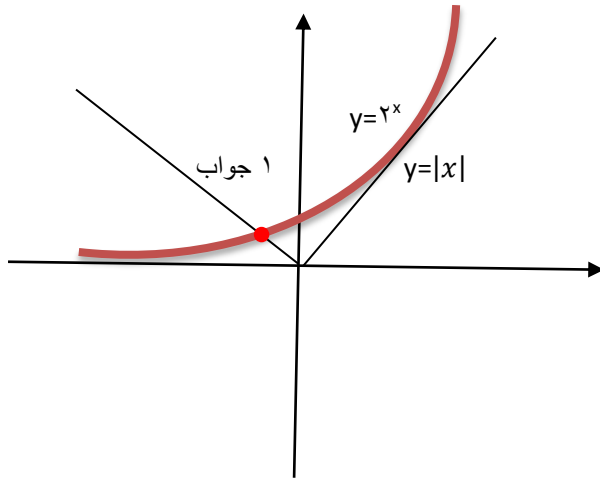
۲	۱۶	با استفاده از روش هندسی تعداد جواب‌های هر یک از معادلات زیر را بیابید. الف) $2^x = x $ ب) $[x] = 2$
۱	۱۷	نمودار تابع زیر را رسم کنید. الف) $y = \left 2 \cos(x + 1) - \frac{1}{2} \right $; $[0, 2\pi]$

ردیف	سؤالات	نمره
۰/۵	با استفاده از روابط نسبت‌های مجموع دو زاویه ثابت کنید: $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$	۱۸
۱/۵	حاصل هر یک از حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sin\left(\frac{x}{2} - 2\right)}{x^2 - 16}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ \sin x + [x]}{2 x + 3\left[\frac{x}{3}\right]}$	۱۹
۱	اگر $f(x) = \frac{x+1}{2x^2-x-1}$ و $g(x) = \frac{2x+1}{x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x)g(x)$ را به دست آورید.	۲۰
۱	تابع $f(x) = \begin{cases} ax + b & ; [x] \neq 1 \\ x^2 - x & ; [x] = 1 \end{cases}$ در \mathbb{R} پیوسته است. حاصل ab را به دست آورید.	۲۱
صفحه‌ی ۳ از ۳		

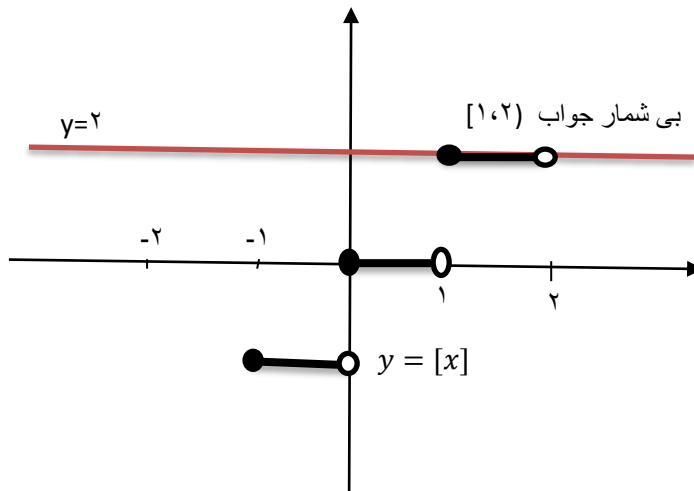
جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
1	الف) ۱۳ ب) -۱ ج) $R - \{1,0\}$ د) 220°	پ) 1023×3 چ) $x > 0$
	ث) $[0,1)$ خ) $-\frac{11}{3}$	ت) $\frac{13 \pm \sqrt{13}}{6}$ ج) $(1,2)$
۲	الف) صحیح ب) غلط ج) صحیح د) غلط	پ) غلط چ) غلط
	ت) صحیح خ) صحیح	ت) صحیح ج) صحیح
۳	گزینه ی ۲ درست است.	
۴	گزینه ی ۲ درست است.	
۵	گزینه ی ۴ درست است.	
۶	گزینه ی ۱ درست است.	
۷	گزینه ی ۴ درست است.	
۸		$x^2 - 2x - 1$
۹		$f^{-1}(x) = \frac{2x+2}{x-1}$
۱۰		$D_f = (1, +\infty)$
۱۱		$\sin\left(\frac{\gamma\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos\left(\frac{\gamma\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\tan\left(\frac{\gamma\pi}{4}\right) = -1$ $\cot\left(\frac{\gamma\pi}{4}\right) = -1$
۱۲		$\tan 78^\circ \cos 21^\circ + \cot 315^\circ \sin 15^\circ$ $= \sqrt{3} \times \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) + (-1)\left(\frac{1}{2}\right)$ $= -\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = -2$
۱۳		$f(+2) = 3 - 2 \log_4\left(\frac{42}{4} - 5\right)$ $= 3 - 2 \log_4 16 = 3 - 2 \times 2 = -1$
۱۴		$g(x) = 12$ (تابع ثابت)
۱۵	چون در صفر تعریف نشده است پس پیوستگی در این نقطه معنا ندارد.	

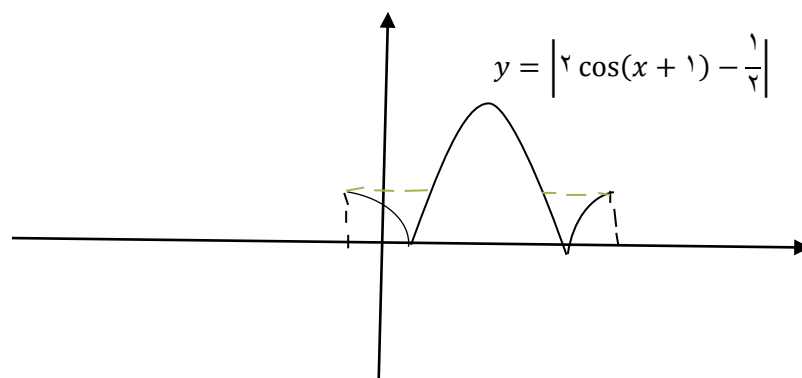
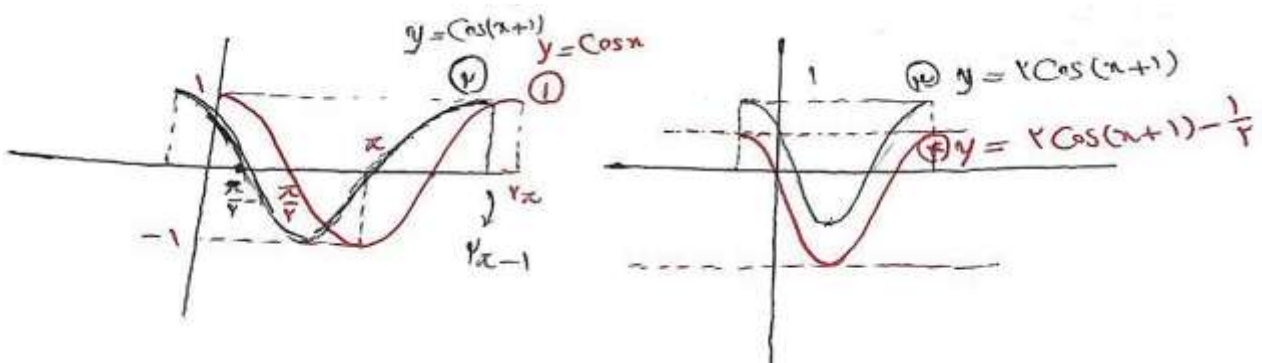


ب)



شکل تقریبی است.

۱۷



$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$ $\alpha = \beta \Rightarrow \sin(2\alpha) = 2\sin\alpha\cos\alpha \quad \checkmark$	<p>۱۸</p>
$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sin(\frac{x}{2}-2)}{x^2-16} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{4t^2+16t}$ <p>(الف)</p> $\frac{x}{2} - 2 = t \Rightarrow x = 2t + 4$ $x \rightarrow 4 \Rightarrow t \rightarrow 0$ $= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{4t(t+4)} = \frac{1}{16}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ \sin x + [x]}{2 x + 2[\frac{x}{2}]} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x - 1}{-2x - 2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$ <p>(ب)</p>	<p>۱۹</p>
$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left(\frac{x+1}{2x^2-x-1} \right) \left(\frac{2x+1}{x} \right)$ $= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x+1)(2x+1)}{(2x+1)(x-1)x} = \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{3}{2} \times (-\frac{1}{2})} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$	<p>۲۰</p>
$\left. \begin{aligned} f(1) &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} ax + b = a + b \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\Rightarrow a+b=0 \\ &\Rightarrow a=-b \end{aligned}$ $\left. \begin{aligned} f(2) &= 2a + b \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} x^2 - x = 4 - 2 = 2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &2a+b=2 \Rightarrow a=2 \\ &b=-2 \end{aligned}$	<p>۲۱</p>
<p>امضاء:</p>	<p>نام و نام خانوادگی مصحح : یوسف باقری</p>
<p>جمع بارم : ۲۰ نمره</p>	