

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:

شماره	سؤالات	نوع
-------	--------	-----

جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

۲/۵	<p>الف) نقاط <math>A(14, 3)</math> و <math>B(10, -13)</math> را در نظر بگیرید. فاصله‌ی مبدأ مختصات از وسط پاره خط <math>AB</math> برابر با ..... است.</p> <p>ب) ماکزیمم یا مینیمم تابع <math>g(x) = x^2 + 2x</math> برابر با ..... است.</p> <p>پ) مجموع ده جمله‌ی اول در یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول ۳ و قدر نسبت ۲، برابر با ..... است.</p> <p>ت) معادله‌ی <math>\frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2} = 3</math> دارای جواب <math>x = \dots\dots\dots</math> است.</p> <p>ث) تابع <math>f</math> با ضابطه‌ی <math>f(x) = x - [x]</math> دارای برد ..... است.</p> <p>ج) اگر <math>f</math> و <math>g</math> دو تابع با ضابطه‌های <math>f(x) = x + 1</math> و <math>g(x) = \frac{x}{x-1}</math> باشد، دامنه‌ی <math>\frac{f}{g}</math> تابع برابر با ..... است.</p> <p>چ) اگر <math>f</math> تابعی با ضابطه‌ی <math>\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}</math> باشد، آنگاه دامنه‌ی تابع <math>f \circ f</math> برابر است با .....</p> <p>ح) دامنه‌ی تابع <math>y = \log_{2-x}(x-1)</math> برابر است با .....</p> <p>خ) معادله‌ی نمایی <math>\frac{1}{64^x} = 4^{3x+2}</math> دارای جواب ..... است.</p> <p>د) رادیان معادل ..... درجه است.</p>	۱
-----	--	---

درستی یا نادرستی هر یک از گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

۲	<p>الف) فاصله‌ی خط <math>y = 3x + 3</math> از مبدأ مختصات برابر با <math>\frac{3}{\sqrt{10}}</math> است.</p> <p>ب) اگر طول و عرض رأس سهمی و عرض از مبدأ آن هر دو مثبت باشند، آن سهمی دو ریشه خواهد داشت.</p> <p>پ) معادله‌ی <math>\sqrt{x-2} + \sqrt{2x+3} + 1 = 0</math> دارای یک جواب است.</p> <p>ت) اگر تابعی خطی باشد وارون آن نیز خطی است.</p> <p>ث) دو تابع <math>f</math> و <math>g</math> با ضابطه‌های <math>f(x) = \sqrt{x-2}</math> و <math>g(x) = \sqrt{1-x}</math> را نمی‌توان با هم جمع کرد مگر آنکه آن را تابع تهی در نظر بگیریم.</p> <p>ج) اگر دو زاویه متمم یکدیگر باشد، آنگاه سینوس یکی از آن زوایا قرینه‌ی دیگری است و بالعکس.</p> <p>چ) جواب‌های معادله‌ی <math>\log_5(x+6) + \log_5(x+2) = 1</math> برابر با <math>x = -7</math> و <math>x = -1</math> است.</p> <p>ح) <math>\cos 22/5^\circ</math> برابر است با <math>\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}</math>.</p>	۲
---	---	---

به پرسش‌های چهار گزینه‌ای زیر پاسخ دهید.

۰/۵	۳	اگر انرژی آزاد شده در یک زلزله $10^{18} \times 2/5$ ارگ باشد، قدرت آن زلزله چند ریشتر بوده است؟ ( $\log 2 = \frac{3}{10}$ , $\log E = 11/8 + 1/5M$ ) ۴/۸ (۴)      ۴/۶ (۳)      ۴/۴ (۲)      ۴/۲ (۱)
۰/۵	۴	اگر $f(x) = \frac{x^2-9}{x^2+x}$ و $\lim_{x \rightarrow 1} kf(x) = 1$ باشد، مقدار $k$ کدام است؟ -۱/۲ (۴)      ۱/۲ (۳)      -۱/۴ (۲)      ۱/۴ (۱)
۰/۵	۵	تابع $y = [-x]$ در کدامیک از بازه‌های زیر پیوسته است؟ (-۳, -۲] (۴)      [-۱, ۰] (۳)      [۱, ۲) (۲)      (۲, ۴) (۱)
۰/۵	۶	اگر نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = x^2 + bx + c$ فقط از ناحیه‌ی چهارم نگذرد، آنگاه: $b < 0, c \leq 0$ (۴) $b < 0, c \geq 0$ (۳) $b > 0, c \leq 0$ (۲) $b > 0, c \geq 0$ (۱)
۰/۵	۷	نمودار تابع $f$ بر نمودار معکوس آن منطبق است. $f(x)$ برابر با کدام است؟ $-x$ (۴) $ x $ (۳) $x^3$ (۲) $x^2$ (۱)

به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید.

۰/۷۵	۸	معادله‌ی درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $1 - \sqrt{2}$ و $1 + \sqrt{2}$ باشد.
۰/۷۵	۹	وارون تابع $y = \frac{x+2}{x-2}$ را بنویسید.
۰/۷۵	۱۰	دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{[x]}$ را به دست آورید.
۰/۷۵	۱۱	تمام نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی $\frac{7\pi}{4}$ بنویسید.
۰/۷۵	۱۲	حاصل عبارت $\tan 78^\circ \cos 21^\circ + \cot 315^\circ \sin 15^\circ$ را به دست آورید.
۰/۷۵	۱۳	اگر $f(x) = 3 - 2 \log_{\frac{x}{2}}(x - 5)$ مقدار $f(42)$ را به دست آورید.
۰/۷۵	۱۴	تابع $g$ را به گونه‌ای تعریف کنید که داشته باشیم: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{x^2-1} = 4$
۰/۷۵	۱۵	تابع $f$ با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{ x }{x} [x]$ در نقطه‌ی $x = 0$ از نظر پیوستگی چگونه است؟ (توضیح دهید).

به سوالات زیر پاسخ تشریحی دهید.

۲	۱۶	با استفاده از روش هندسی تعداد جواب‌های هر یک از معادلات زیر را بیابید. الف) $2^x =  x $ ب) $[x] = 2$
۱	۱۷	نمودار تابع زیر را رسم کنید. الف) $y = \left  2 \cos(x + 1) - \frac{1}{2} \right $ ; $[0, 2\pi]$

ردیف	سؤالات	نمره
۰/۵	با استفاده از روابط نسبت‌های مجموع دو زاویه ثابت کنید: $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$	۱۸
۱/۵	حاصل هر یک از حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sin\left(\frac{x}{2} - 2\right)}{x^2 - 16}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ \sin x  + [x]}{2 x  + 3\left[\frac{x}{3}\right]}$	۱۹
۱	اگر $f(x) = \frac{x+1}{2x^2-x-1}$ و $g(x) = \frac{2x+1}{x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x)g(x)$ را به دست آورید.	۲۰
۱	تابع $f(x) = \begin{cases} ax + b & ; [x] \neq 1 \\ x^2 - x & ; [x] = 1 \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته است. حاصل $ab$ را به دست آورید.	۲۱
صفحه‌ی ۳ از ۳		

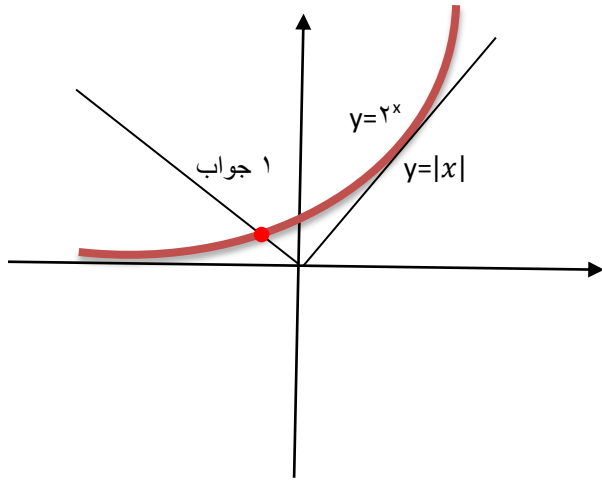
جمع بارم : ۲۰ نمره

نام درس: ریاضی ۲  
 نام دبیر:  
 تاریخ امتحان:  
 ساعت امتحان:  
 مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه

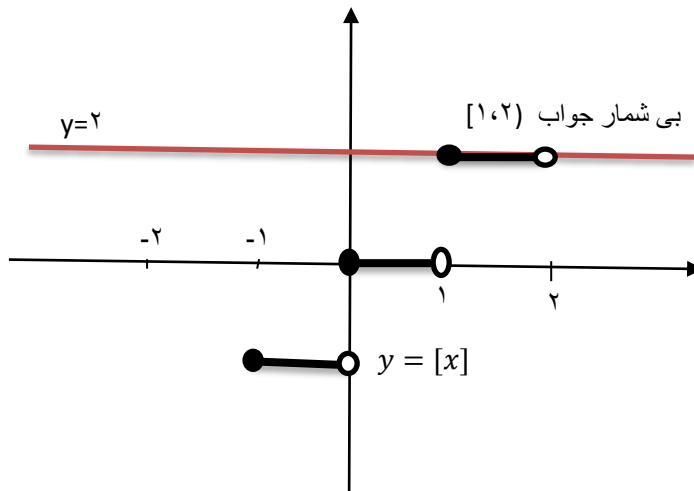


کلید سؤالات پایان ترم نوبت دوم سال تمصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
1	الف) ۱۳ ب) -۱ ج) $R - \{1,0\}$ د) $220^\circ$	پ) $1023 \times 3$ چ) $x > 0$
	ث) $[0,1)$ خ) $-\frac{11}{3}$	ت) $\frac{13 \pm \sqrt{13}}{6}$ ج) $(1,2)$
۲	الف) صحیح ب) غلط ج) صحیح	پ) غلط چ) غلط
	ت) صحیح	ح) صحیح
۳	گزینه‌ی ۲ درست است.	
۴	گزینه‌ی ۲ درست است.	
۵	گزینه‌ی ۴ درست است.	
۶	گزینه‌ی ۱ درست است.	
۷	گزینه‌ی ۴ درست است.	
۸		$x^2 - 2x - 1$
۹		$f^{-1}(x) = \frac{2x+2}{x-1}$
۱۰		$D_f = (1, +\infty)$
۱۱		$\sin\left(\frac{\sqrt{2}\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos\left(\frac{\sqrt{2}\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\tan\left(\frac{\sqrt{2}\pi}{4}\right) = -1$ $\cot\left(\frac{\sqrt{2}\pi}{4}\right) = -1$
۱۲		$\tan 78^\circ \cos 21^\circ + \cot 315^\circ \sin 15^\circ$ $= \sqrt{3} \times \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) + (-1)\left(\frac{1}{2}\right)$ $= -\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = -2$
۱۳		$f(+2) = 3 - 2 \log_4\left(\frac{42}{2} - 5\right)$ $= 3 - 2 \log_4 16 = 3 - 2 \times 2 = -1$
۱۴		$g(x) = 12$ (تابع ثابت)
۱۵	چون در صفر تعریف نشده است پس پیوستگی در این نقطه معنا ندارد.	

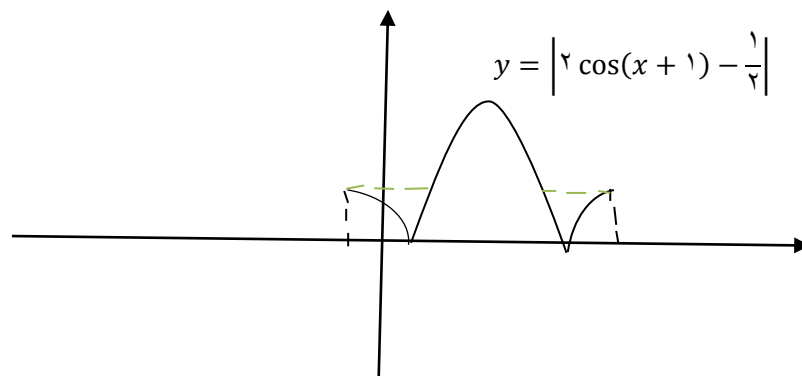
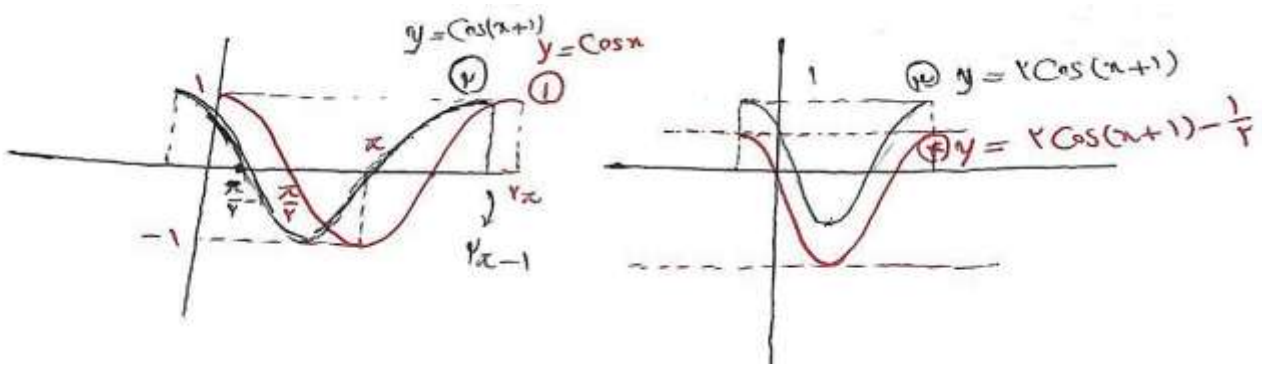


ب



شکل تقریبی است.

۱۷



$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$ $\alpha = \beta \Rightarrow \sin(\gamma \alpha) = \gamma \sin\alpha\cos\alpha \quad \checkmark$	۱۸
$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{\gamma}} \frac{\sin(\frac{x}{\gamma} - \gamma)}{x^{\gamma} - 1} = \lim_{t \rightarrow \cdot} \frac{\sin t}{\frac{1}{\gamma} t^{\gamma} + 1}$ <p>(الف)</p> $\frac{x}{\gamma} - \gamma = t \Rightarrow x = \gamma t + \gamma$ $x \rightarrow \frac{1}{\gamma} \Rightarrow t \rightarrow \cdot$ $= \lim_{t \rightarrow \cdot} \frac{\sin t}{\frac{1}{\gamma} t(t + \gamma)} = \frac{1}{1}$ $\lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{ \sin x  + [x]}{\gamma x  + \gamma[\frac{x}{\gamma}]} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{-\sin x - 1}{-\gamma x - \gamma} = \frac{-1}{-\gamma} = \frac{1}{\gamma}$ <p>(ب)</p>	۱۹
$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{\gamma}} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{\gamma}} \left( \frac{x + 1}{\gamma x^{\gamma} - x - 1} \right) \left( \frac{\gamma x + 1}{x} \right)$ $= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{\gamma}} \frac{(x + 1)(\gamma x + 1)}{(\gamma x + 1)(x - 1)x} = \frac{\frac{1}{\gamma}}{-\frac{\gamma}{\gamma} \times (-\frac{1}{\gamma})} = \frac{\frac{1}{\gamma}}{\frac{\gamma}{\gamma}} = \frac{1}{\gamma}$	۲۰
$\left. \begin{aligned} f(1) &= \cdot \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} ax + b = a + b \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\Rightarrow a + b = 0 \\ &\Rightarrow a = -b \end{aligned}$ $\left. \begin{aligned} f(\gamma) &= \gamma a + b \\ \lim_{x \rightarrow \gamma^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow \gamma^-} x^{\gamma} - x = \gamma - \gamma = 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \gamma a + b &= 0 \Rightarrow a = \gamma \\ b &= -\gamma \end{aligned}$	۲۱
امضاء:	نام و نام خانوادگی مصحح : جمع بارم : ۰۰ شماره