

ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح  
وقت امتحان: ۱۲۰ دقیقه  
تاریخ امتحان: ۱۳ / ۰۳ / ۱۳۹۹  
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

نوبت امتحانی: خردادماه ۱۳۹۹  
رشته: ریاضی  
سال تحصیلی: ۱۳۹۹ - ۱۳۹۸

نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی  
پایه: یازدهم  
نام پدر:  
نام دبیر:

ش صندلی:  
نام و نام خانوادگی:  
سؤال امتحان درس: حسابان ۱

بارم

۱

۱- مجموع ۱۰ جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی  $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \dots$  را به دست آورید.

۱

۲- صفرهای تابع  $f(x) = (x^2 - 1)^2 + (x^2 - 1) - 2$  را به دست آورید.

۱

۳- معادله‌ی  $x - \frac{x}{|x|} = 3$  را به روش هندسی حل کنید.

۱

۴- اگر فاصله‌ی نقطه‌ی  $A(-1, 2)$  از خط  $3x + 4y = k$  برابر  $\frac{1}{5}$  باشد،  $k$  را به دست آورید.

۱

۵- نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x < 0 \\ -\sqrt{x+2} & x \geq 0 \end{cases}$  را رسم کنید. دامنه و برد آن را تعیین کنید.

۱

۶- به کمک رسم نمودار، وارون‌پذیری تابع  $f(x) = (x-1)^2 + 2$  را در بازه‌ی  $(-\infty, 1]$  بررسی کنید ضابطه‌ی تابع وارون آن را به دست آورید.

۱

۷- اگر  $f = \{(2, 3), (4, 1), (0, -1)\}$  و  $g = \{(0, 4), (2, 0), (6, 7)\}$  توابع  $f+g$  و  $f \circ g$  را تشکیل دهید.

۱/۵

۸- اگر  $\log 2 = a$  حاصل  $A = 3 \log \sqrt[3]{4} - \log 25$  را بر حسب  $a$  به دست آورید.

۱/۵

۹- معادله‌ی مقابل را حل کنید.  
 $\log_3^{(x-1)} + \log_3^{\left(\frac{x}{2}+1\right)} = 2$

۱

۱۰- مقدار عددی عبارت  $A = 2 \sin 15^\circ - \sqrt{3} \tan 24^\circ - 4 \cos 12^\circ$  را به دست آورید.

۱

۱۱- اگر  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$  و انتهای کمان مقابل به زاویه‌ی  $\alpha$  در ناحیه‌ی اول باشد، مقدار  $\sin 2\alpha$  را به دست آورید.

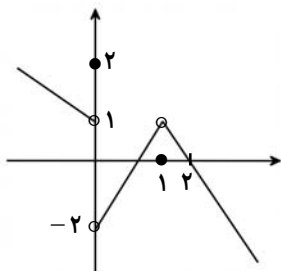
۱-۱۲ درستی تساوی مقابل را ثابت کنید.

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

۱-۱۳ نمودار تابع  $y = |\sin x|$  را در بازه‌ی  $[-\pi, \pi]$  رسم کنید.

۱-۱۴ اگر بازه‌ی  $(x-1, 2x+3)$  یک همسایگی عدد ۲ باشد، مجموعه مقادیر  $x$  را به دست آورید.

۱-۱۵ با توجه به نمودار تابع  $f$  حاصل حدهای زیر را به دست آورید.



الف)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

پ)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

ت)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

۱-۱۶ حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2\cos x}{x^2}$

پ)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$

۱-۱۷  $a$  را چنان بیابید تا  $f(x)$  در  $x = 1$  پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - 1 & 0 < x < 1 \\ x - 1 & \\ [x] + a & x \geq 1 \end{cases}$$

ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح	نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی	راهنمای تصحیح درس: حسابان ۱
تاریخ امتحان: ۱۳/۰۳/۱۳۹۹	پایه: یازدهم	نوبت امتحانی: خردادماه ۱۳۹۹
تعداد برگ راهنمای تصحیح: ۳ صفحه	سال تحصیلی: ۱۳۹۸ - ۱۳۹۹	رشته: ریاضی

بارم

۱- (۱ نمره)

$$a_1 = \frac{1}{8} \quad q = 2 \quad n = 10$$

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad S_{10} = \frac{\frac{1}{8}(2^{10} - 1)}{2 - 1} = \frac{1023}{8}$$

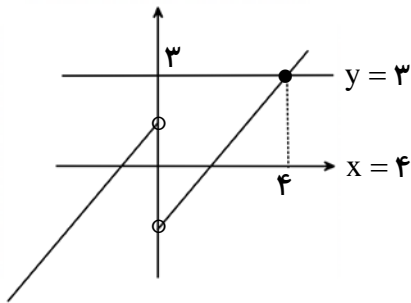
۲- (۱ نمره)

$$f(x) = 0 \rightarrow (x^2 - 1)^2 + (x^2 - 1) - 2 = 0$$

$$x^2 - 1 = t \quad t^2 + t - 2 = 0 \quad t = 1, -2$$

$$x^2 - 1 = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{2} \quad x^2 - 1 = -2 \quad \text{غ ق غ}$$

۳- (۱ نمره)



$$x - \frac{x}{|x|} = 3$$

$$x > 0 \quad y = x - 1$$

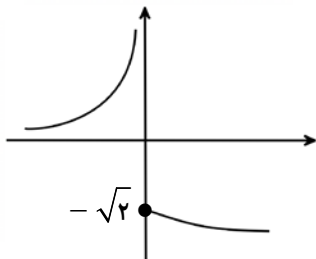
$$x < 0 \quad y = x + 1$$

۴- (۱ نمره)

$$A(-1, 2) \quad d = \frac{1}{5} \quad 3x + 4y - k = 0$$

$$\frac{1}{5} = \frac{|-3 + 8 - k|}{\sqrt{9 + 16}} \rightarrow |k - 5| = 1 \rightarrow k = 6, 4$$

۵- (۱ نمره)

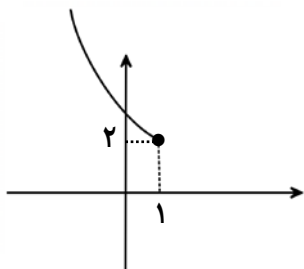


$$D_f : \mathbb{R}$$

$$R_f : (-\infty, -\sqrt{2}] \cup (0, +\infty)$$

۶- (۱ نمره)

تابع یک به یک است.



$$y = (x - 1)^2 + 2$$

$$(x - 1)^2 = y - 2 \rightarrow x - 1 = -\sqrt{y - 2} \quad x = 1 - \sqrt{y - 2}$$

$$f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x - 2}$$

بارم

۷- (۱ نمره)

$$f + g = \{(2, 3), (0, 3)\}$$

$$f \circ g = \{(0, 1), (2, -1)\}$$

۸- (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned} A &= 3 \log_2 2^{\frac{2}{3}} - \log_5 5^2 = 2 \log_2 2 - 2 \log_2 \frac{1}{2} \\ &= 2 \log_2 2 - 2(1 - \log_2 2) = 2a - 2 + 2a = 4a - 2 \end{aligned}$$

۹- (۱/۵ نمره)

$$\log_3^{(x-1)} + \log_3^{\left(\frac{x}{2}+1\right)} = 2 \qquad \log_3^{\frac{(x-1)(\frac{x}{2}+1)}{2}} = 2$$

$$\rightarrow (x-1)\left(\frac{x}{2}+1\right) = 9 \rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \rightarrow x = 4, x = -5$$

۱۰- (۱ نمره)

$$\begin{aligned} A &= 2 \sin(18^\circ - 3^\circ) - \sqrt{3} \tan(18^\circ + 6^\circ) - 4 \cos(18^\circ - 6^\circ) \\ &= 2 \sin 3^\circ - \sqrt{3} \tan 6^\circ + 4 \cos 6^\circ = 2\left(\frac{1}{2}\right) - \sqrt{3}\sqrt{3} + 4\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \end{aligned}$$

۱۱- (۱ نمره)

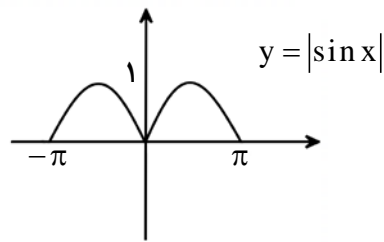
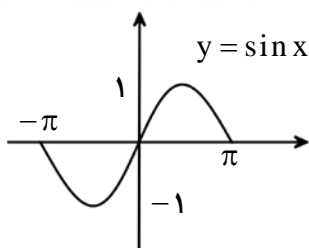
$$\sin \alpha = \frac{1}{3} \rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

۱۲- (۱ نمره)

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= \cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha \\ &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \end{aligned}$$

۱۳- (۱ نمره)



۱۴- (۱ نمره)

$$\begin{aligned} x-1 < 2 < 2x-3 & \begin{cases} x-1 < 2 \\ 2x-3 > 2 \end{cases} & \begin{aligned} x &< 3 \\ x &> \frac{5}{2} \end{aligned} \rightarrow \frac{5}{2} < x < 3 \end{aligned}$$

۱۵- (۱ نمره)

الف)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -2$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$

پ)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$

ت)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$

ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح	نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی	راهنمای تصحیح درس: حسابان ۱
تاریخ امتحان: ۱۳/۰۳/۱۳۹۹	پایه: یازدهم	نوبت امتحانی: خردادماه ۱۳۹۹
تعداد برگ راهنمای تصحیح: ۳ صفحه	سال تحصیلی: ۱۳۹۸ - ۱۳۹۹	رشته: ریاضی

بارم

-۱۶

(الف) (۱ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{x-2} = \frac{6}{1} = 6$$

(ب) (۱ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2\cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos x)}{x^2} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} = \frac{2(1 - \cos^2 x)}{2x^2} = \frac{\sin^2 x}{x^2} = 1$$

(پ) (۱ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x} = -1 \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} \text{ وجود ندارد}$$

۱۷- (۱ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = 1 + a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow 1 + a = \frac{1}{2} \rightarrow a = -\frac{1}{2}$$