

باسمه تعالی

اداره آموزش و پرورش شهرستان

دبیرستان

آزمون نوبت دوم درس حسابان ۱

مشخصات امتحان	زمان امتحان	مشخصات دانش آموز
درس: حسابان ۱	ساعت:	شماره ی کارت:
رشته: ریاضی فیزیک	روز و تاریخ:	نام:
پایه: یازدهم	مدت: ۱۱۰ دقیقه	نام خانوادگی:

توجه :	تعداد صفحات آزمون ۲ صفحه است.	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	آزمون نیاز به ۳ برگه پاسخ برگ دارد.
---------------	----------------------------------	---	---

ردیف	سؤال	نمره
فصل اوّل : جبر و معادله		
۱	گزینه‌ی مناسب را انتخاب کنید. الف: مجموع همه‌ی اعداد طبیعی دو رقمی مضرب شش کدام است؟ (۱۸۰ ، ۸۱۰) ب: معادله‌ی $ x =x^2-2x$ چند ریشه دارد؟ (سه ریشه ، دو ریشه) ج: فاصله‌ی نقطه‌ی $A(-24)$ از خط به معادله‌ی $y=\frac{4}{3}x+4$ کدام است؟ ($\frac{5}{8}$ ، $\frac{8}{5}$) د: اگر $x < 0$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $\sqrt{x^2+1}+\sqrt{4x^2}$ کدام است؟ ($-x+1$ ، $x-1$)	۱
۲	معادله‌ی مقابله‌ی را حل کنید. $ x^2-1 -2 =1$	۱/۵
۳	معادله‌ی مقابله‌ی را حل کنید. $1+\sqrt{x+2}=x-3$	۱/۵
فصل دوّم : تابع		
۴	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید. الف: برد تابع زیر مجموعه ای از هم دامنه‌ی آن است. ب: حاصل $[x]+[-x]$ همواره برابر صفر است. (نماد جزء صحیح)	۰/۵
۵	ثابت کنید که تابع $f(x)=\sqrt{2x-3}$ معکوس پذیر است، سپس	۱/۵

	معکوس آن را بیابید.	
۱	اگر $f(x)=x+3$ و $g(x)=2x^2-x+1$ مقدار m را طوری تعیین کنید که $(fog)(m)=(gof)(m)$	۶
فصل سوم : توابع نمایی و لگاریتمی		
۰/۷۵	جملات زیر ادامه‌ی گزاره‌ی زیر می باشند، در هر مورد جای خالی را طوری کامل کنید که گزاره‌ی درست به دست آید. « تابع با ضابطه‌ی $f(x)=a^x$ که در آن a عددی مثبت و مخالف یک است، می نامند. الف) تابع می باشد و لذا معکوس پذیر است. ب) محور را قطع نمی کند. ج) حاصل عبارت های زیر را بیابید.	۷
۱/۵	ب) $\frac{1}{\log_3 18} - \frac{1}{\log_2 3}$ الف) $\log_3 18 \times \log_{18} 81$	۸
۰/۷۵	مقدار انرژی آزاد شده توسط زلزله ای به قدرت ۶/۶ ریشتر را به دست آورید.	۹
فصل چهارم : مثلثات		
۰/۷۵	تساوی های زیر را با یکی از عبارت های $\sin \theta$ ، $\cos \theta$ ، $-\sin \theta$ ، $-\cos \theta$ کامل کنید. ب) $\sin(\pi + \theta) =$ ج) $\cos(\pi - \theta) =$ الف) $\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) =$	۱۰
۰/۷۵	اندازه‌ی زاویه ای $\frac{\pi}{20}$ رادیان است. اندازه‌ی این زاویه را برحسب درجه به دست آورید.	۱۱
۱	مقدار عددی عبارت مقابل را تعیین کنید. $A = \frac{2\cos(240^\circ)}{\tan(-45^\circ)}$	۱۲
۱/۵	تساوی مقابلی را ثابت کنید. $\sin(x - 30^\circ) + \cos(x + 60^\circ) = 0$	۱۳
فصل پنجم : حد و پیوستگی		
۰/۵	کدام مورد پیرامون تابع $f(x)=[x]$ همواره نادرست است. الف) در تمام اعداد صحیح حد دارد. ب) در بعضی از اعداد گویا حد دارد. ج) در $x=2$ پیوستگی راست دارد. د) در فاصله‌ی $(0,1)$ پیوسته است.	۱۴
۰/۷۵	نمودار تابعی را رسم کنید که در نقطه‌ی $x=1$ دارای حد است ولی حد آن با مقدار تابع در آن نقطه برابر نباشد.	۱۵

۱	تابع f را به گونه ای تعریف کنید که $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = 4$	۱۶
۰/۵	ثابت کنید که $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ آنگاه $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - L) = 0$	۱۷
۱	اگر تابع f در نقطه $x=3$ حد داشته باشد و $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2f(x) - 1}{f(x) + 1} = 5$ آنگاه مقدار $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ را بیابید.	۱۸
۱/۲۵	مقدار حد روبرو را بیابید. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3\sqrt{x} + 1}{x - 1}$	۱۹
۱	مقدار a را طوری تعیین کنید که تابع زیر در $x=1$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 2 & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$	۲۰
۲۰	جمع	

موفق باشید. تهیه کننده :

گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه استان خوزستان

اداره آموزش و پرورش شهرستان

دبیرستان

راهنمای تصحیح آزمون نوبت دوّم درس حسابان ۱

مشخصات امتحان	زمان امتحان	مشخصات دانش آموز
درس: حسابان ۱	ساعت:	شماره ی کارت:
رشته: ریاضی فیزیک	روز و تاریخ:	نام:
پایه: یازدهم	مدت: ۱۱۰ دقیقه	نام خانوادگی:

ردیف	پاسخ سئوال	نمره
۱	الف: ۸۱۰ ب: سه ریشه ج: $\frac{8}{5}$ د: $-x+1$ (هر مورد ۰/۲۵ نمره)	۱
۲	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ x^2 - 1 - 2}{ x^2 - 1 - 2} = \pm 1$ (۲۵) (۰)	۱/۵

(۲۵)
(۰) (۲۵)
(۰)

	$\begin{cases} x^2 - 1 - 2 = 1 \rightarrow x^2 - 1 = 3 \rightarrow x^2 - 1 = \pm 3 \rightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 3 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2 \\ x^2 - 1 = -3 \rightarrow x^2 = -2 \text{ غ / ۲۵} \end{cases} \\ x^2 - 1 - 2 = -1 \rightarrow x^2 - 1 = 1 \rightarrow x^2 - 1 = \pm 1 \rightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 1 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \pm \sqrt{2} / ۲۵ \\ x^2 - 1 = -1 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0 / ۲۵ \end{cases} \end{cases}$	
۱/۵	$1 + \sqrt{x+2} = x - 3 \rightarrow \sqrt{x+2} = x - 4 \rightarrow (\sqrt{x+2})^2 = (x-4)^2$ $\rightarrow x+2 = x^2 - 8x + 16$ $\rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \rightarrow (x-7)(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=7 \\ x=2 \text{ غ ق ق / ۲۵} \end{cases}$	۳
۰/۵	الف : درست ب : نادرست (هر مورد ۰/۲۵ نمره)	۴
۱/۵	$f(x_1) = f(x_2) \rightarrow \sqrt{2x_1 - 3} = \sqrt{2x_2 - 3} \rightarrow 2x_1 - 3 = 2x_2 - 3 \rightarrow 2x_1 = 2x_2 \rightarrow x_1 = x_2$ <p>پس تابع يك به يك است و اينجا معكوس پذير است.</p> $y = \sqrt{2x - 3} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = \sqrt{2y - 3} \rightarrow x^2 = 2y - 3 \rightarrow y = \frac{x^2 + 3}{2}$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^2 + 3}{2}$	۵
۱	$(f \circ g)(m) = f(g(m)) = f(2m^2 - m + 1) = 2m^2 - m + 4$ $(g \circ f)(m) = g(f(m)) = g(m + 3) = 2(m + 3)^2 - (m + 3) + 1 = 2m^2 + 11m + 16$ $\Rightarrow 2m^2 - m + 4 = 2m^2 + 11m + 16 \rightarrow m = -1$	۶
۰/۷۵	الف) نمايي طول ها ب) يك به يك ج) (هر مورد ۰/۲۵ نمره)	۷
۱/۵	<p>الف) $\log_3^{18} \times \log_{18}^{81} = \log_3^{81} = \log_3^{3^4} = 4 \log_3^3 = 4 \times 1 = 4$</p> <p>ب) $\frac{1}{\log_3^{18}} - \frac{1}{\log_2^3} = \log_3^{18} - \log_3^2 = \log_3^9 = 2$</p>	۸
۰/۷۵	$\log E = 11/8 + 1/5M = 11/8 + 1/5(6/6) = 21/7 \rightarrow E = 10^{21/7} \text{ Erg}$	۹
۰/۷۵	الف) $\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cos \theta$ ب) $\sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$ ج) $\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$ (هر مورد ۰/۲۵ نمره)	۱۰
۰/۷۵	$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{D}{180} = \frac{\pi}{20} \rightarrow D = \frac{180}{20} = 9^\circ$	۱۱

۱	$A = \frac{2\cos(240)}{\tan(-45)} = \frac{2\cos(180+60)}{-\tan(45)} = \frac{-2\cos(60)}{-\tan(45)} = \frac{-2(\frac{1}{2})}{-1} = 1$	۱۲
۱/۵	$\sin(x-30) + \cos(x+60) = (\sin x \cos 30 - \cos x \sin 30) + (\cos x \cos 60 - \sin x \sin 60)$ $= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = 0$	۱۳
۰/۵	گزینه‌ی الف یعنی عبارت « در تمام اعداد صحیح حد دارد. » نادرست است. (۰/۵ نمره)	۱۴
۰/۷۵		۱۵
۱	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = 4 \rightarrow \frac{\lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 1)} = 4 \rightarrow \frac{\lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 1)} = 4 \rightarrow \frac{\lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{3} = 4$ $\rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 12$ <p>لذا جواب مسئله هر تابعی می تواند باشد، به شرط اینکه حد آن در نقطه‌ی $x=2$ برابر ۱۲ باشد مثلاً:</p> $f(x) = 12 \quad \text{یا} \quad f(x) = 5x + 2$	۱۶
۰/۵	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} L = L - \lim_{x \rightarrow a} L$	۱۷

	$\lim_{x \rightarrow a} L = L \rightarrow \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - L) = L - L \rightarrow \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - L) = 0$	
۱)	<p style="text-align: right;">گیریم که $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = L$ پس :</p> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2f(x) - 1}{f(x) + 1} = 5 \rightarrow \frac{2 \lim_{x \rightarrow 3} f(x) - 1}{\lim_{x \rightarrow 3} f(x) + 1} = 5 \rightarrow \frac{2L - 1}{L + 1} = 5 \rightarrow 5L + 5 = 2L - 1$ $\rightarrow 3L = -6 \rightarrow L = -2$	۱۸
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3\sqrt{x} + 1}{x - 1} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\sqrt{x}=t} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3\sqrt{x} + 1}{x - 1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t^2 - 3t + 1}{t^2 - 1}$ $= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{(t-1)(2t-1)}{(t-1)(t+1)} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t-1}{t+1} = \frac{1}{2}$	۱۹
۱)	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 3$ $f(1) = a$ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \rightarrow a = 3$	۲۰
۲۰	جمع	

تهیه کننده :

گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان