

باسمه تعالی

اداره آموزش و پرورش شهرستان

دیبرستان

آزمون نوبت دوم درس حسابان ۱

مشخصات امتحان	زمان امتحان	مشخصات دانش آموز
درس: حسابان ۱	ساعت:	شماره‌ی کارت:
رشته: ریاضی فیزیک	روز و تاریخ:	نام:
پایه: یازدهم	مدت: ۱۱۰ دقیقه	نام خانوادگی:

توجه: تعداد صفحات آزمون ۲ صفحه است. استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است. آزمون نیاز به ۳ برگه پاسخ برگ دارد.

ردیف	سؤال	نمره
فصل اول: جبر و معادله		
۱	گزینه‌ی مناسب را انتخاب کنید. الف: مجموع همه‌ی اعداد طبیعی دو رقمی مضرب شش کدام است؟ (۱۸۰ ، ۸۱۰) ب: معادله‌ی $ x = x^2 - 2x$ چند ریشه دارد؟ (سه ریشه ، دو ریشه) ج: فاصله‌ی نقطه‌ی $A(-2, 4)$ از خط به معادله‌ی $y = \frac{4}{3}x + 4$ کدام است؟ ($\frac{5}{8}$ ، $\frac{8}{5}$) د: اگر $x < 0$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{4x^2}$ کدام است؟ ($-x + 1$ ، $x - 1$)	۱
۲	معادله‌ی مقابل را حل کنید. $ x^2 - 1 - 2 = 1$	۱/۵
۳	معادله‌ی مقابل را حل کنید. $1 + \sqrt{x + 2} = x - 3$	۱/۵
فصل دوم: تابع		
۴	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید. الف: برد تابع زیر مجموعه ای از هم دامنه‌ی آن است. ب: حاصل $[x] + [-x]$ همواره برابر صفر است. (نماد جزء صحیح)	۰/۵
۵	ثابت کنید که تابع $f(x) = \sqrt{2x - 3}$ معکوس پذیر است، سپس معکوس آن را بیابید.	۱/۵
۶	اگر $g(x) = 2x^2 - x + 1$ و $f(x) = x + 3$. مقدار m را طوری تعیین کنید که $(f \circ g)(m) = (g \circ f)(m)$	۱
فصل سوم: توابع نمایی و لگاریتمی		
۷	جملات زیر ادامه‌ی گزاره‌ی زیر می باشند، در هر مورد جای خالی را طوری کامل کنید که گزاره‌ی درست به دست آید. « تابع با ضابطه‌ی $f(x) = a^x$ که در آن a عددی مثبت و مخالف یک است، » الف) را تابع می نامند. ب) تابعی می باشد و لذا معکوس پذیر است. ج) محور را قطع نمی کند.	۰/۷۵

۱/۵	حاصل عبارت های زیر را بیابید.	۸
	الف) $\log_3^{18} \times \log_{18}^{81}$ ب) $\frac{1}{\log_{18}^3} - \frac{1}{\log_3^3}$	
۰/۷۵	مقدار انرژی آزاد شده توسط زلزله ای به قدرت ۶/۶ ریشتر را به دست آورید.	۹
فصل چهارم : مثلثات		
۰/۷۵	تساوی های زیر را با یکی از عبارت های $(\sin\theta, \cos\theta, -\sin\theta, -\cos\theta)$ کامل کنید. الف) $\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) =$ ب) $\sin(\pi + \theta) =$ ج) $\cos(\pi - \theta) =$	۱۰
۰/۷۵	اندازه ی زاویه ای $\frac{\pi}{2}$ رادیان است. اندازه ی این زاویه را برحسب درجه به دست آورید.	۱۱
۱	مقدار عددی عبارت مقابل را تعیین کنید. $A = \frac{2\cos(24^\circ)}{\tan(-45^\circ)}$	۱۲
۱/۵	تساوی مقابل را ثابت کنید. $\sin(x - 30^\circ) + \cos(x + 60^\circ) = 0$	۱۳
فصل پنجم : حد و پیوستگی		
۰/۵	کدام مورد پیرامون تابع $f(x) = [x]$ همواره نادرست است. الف) در تمام اعداد صحیح حد دارد. ب) در بعضی از اعداد گویا حد دارد. ج) در $x = 2$ پیوستگی راست دارد. د) در فاصله ی $(0, 1)$ پیوسته است.	۱۴
۰/۷۵	نمودار تابعی را رسم کنید که در نقطه ی $x = 1$ دارای حد است ولی حد آن با مقدار تابع در آن نقطه برابر نباشد.	۱۵
۱	تابع f را به گونه ای تعریف کنید که $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = 4$	۱۶
۰/۵	ثابت کنید که $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ آنگاه $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - L) = 0$	۱۷
۱	اگر تابع f در نقطه ی $x = 3$ حد داشته باشد و $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2f(x) - 1}{f(x) + 1} = 5$ آنگاه مقدار $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ را بیابید.	۱۸
۱/۲۵	مقدار حد روبرو را بیابید. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3\sqrt{x+1}}{x-1}$	۱۹
۱	مقدار a را طوری تعیین کنید که تابع زیر در $x = 1$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 2 & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$	۲۰
۲۰	جمع	

موفق باشید. تهیه کننده : گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه استان خوزستان

راهنمای تصحیح آزمون نوبت دوم درس حسابان ۱

مهر آموزشگاه	مشخصات دانش آموز	زمان امتحان	مشخصات امتحان
	شماره‌ی کارت:	ساعت:	درس: حسابان ۱
	نام:	روز و تاریخ:	رشته: ریاضی فیزیک
نام خانوادگی:	مدت: ۱۱۰ دقیقه	پایه: یازدهم	

نمره	پاسخ سؤال	ردیف
۱	الف: ۸۱۰ ب: سه ریشه ج: $\frac{۸}{۵}$ د: $-x + 1$ (هر مورد ۰/۲۵ نمره)	۱
۱/۵	$\begin{cases} x^2 - 1 - 2 = 1 \rightarrow x^2 - 1 - 2 = \pm 1 & (۰/۲۵) \\ x^2 - 1 - 2 = 1 \rightarrow x^2 - 1 = 3 \rightarrow x^2 - 1 = \pm 3 \rightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 3 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2 & (۰/۲۵) \\ x^2 - 1 = -3 \rightarrow x^2 = -2 & \text{غ } (۰/۲۵) \end{cases} \\ x^2 - 1 - 2 = -1 \rightarrow x^2 - 1 = 1 \rightarrow x^2 - 1 = \pm 1 \rightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 1 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2} & (۰/۲۵) \\ x^2 - 1 = -1 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0 & (۰/۲۵) \end{cases} \end{cases}$	۲
۱/۵	$\begin{aligned} 1 + \sqrt{x+2} = x-3 &\rightarrow \sqrt{x+2} = x-4 \rightarrow (\sqrt{x+2})^2 = (x-4)^2 & (۰/۲۵) \\ \rightarrow x+2 = x^2 - 8x + 16 & & (۰/۲۵) \\ \rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 &\rightarrow (x-7)(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=7 & (۰/۲۵) \\ x=2 & \text{غ ق } (۰/۲۵) \end{cases} \end{aligned}$	۳
۰/۵	الف: درست ب: نادرست (هر مورد ۰/۲۵ نمره)	۴
۱/۵	$\begin{aligned} f(x_1) = f(x_2) &\rightarrow \sqrt{2x_1 - 3} = \sqrt{2x_2 - 3} \rightarrow 2x_1 - 3 = 2x_2 - 3 \rightarrow 2x_1 = 2x_2 \rightarrow x_1 = x_2 & (۰/۲۵) \\ &\text{پس تابع یک به یک است و لذا معکوس پذیر است.} & (۰/۲۵) \\ y = \sqrt{2x-3} &\xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = \sqrt{2y-3} \rightarrow x^2 = 2y-3 \rightarrow y = \frac{x^2+3}{2} \\ \Rightarrow f^{-1}(x) &= \frac{x^2+3}{2} & (۰/۲۵) \end{aligned}$	۵
۱	$\begin{aligned} (f \circ g)(m) &= f(g(m)) = f(2m^2 - m + 1) = 2m^2 - m + 4 & (۰/۲۵) \\ (g \circ f)(m) &= g(f(m)) = g(m+3) = 2(m+3)^2 - (m+3) + 1 = 2m^2 + 11m + 16 & (۰/۲۵) \\ \Rightarrow 2m^2 - m + 4 &= 2m^2 + 11m + 16 \rightarrow m = -1 & (۰/۲۵) \end{aligned}$	۶

۰/۷۵	(هر مورد ۰/۲۵ نمره)	(ج) طول ها	(ب) یک به یک	(الف) نمایی	۷
۱/۵	$\log_3^{18} \times \log_{18}^3 = \log_3^3 = \log_3^4 = 4 \log_3^3 = 4 \times 1 = 4$ (۰/۲۵) الف)				۸
۰/۷۵	$\log_3^{18} - \log_3^2 = \log_3^9 = 2$ (۰/۲۵) ب)				
۰/۷۵	$\log E = 11/8 + 1/5 M = 11/8 + 1/5(6/6) = 21/7 \rightarrow E = 1.21/7 \text{ Erg}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)				۹
۰/۷۵	الف) $\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cos \theta$ ب) $\sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$ ج) $\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$ (هر مورد ۰/۲۵ نمره)				۱۰
۰/۷۵	$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{D}{180} = \frac{20}{\pi} \rightarrow D = \frac{180}{\pi} \times 20 = 90^\circ$ (۰/۲۵)				۱۱
۱	$A = \frac{2 \cos(34^\circ)}{\tan(-45^\circ)} = \frac{2 \cos(18^\circ + 6^\circ)}{-\tan(45^\circ)} = \frac{-2 \cos(6^\circ)}{-1} = 2 \cos(6^\circ)$ (۰/۲۵)				۱۲
۱/۵	$\sin(x - 3^\circ) + \cos(x + 6^\circ) = (\sin x \cos 3^\circ - \cos x \sin 3^\circ) + (\cos x \cos 6^\circ - \sin x \sin 6^\circ)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = 0$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)				۱۳
۰/۵	(۰/۵ نمره)	گزینه‌ی الف یعنی عبارت «در تمام اعداد صحیح حد دارد.» نادرست است.			۱۴
۰/۷۵					۱۵

۱	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = 4 \rightarrow \frac{\lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 1)} = 4 \rightarrow \frac{\lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 1)} = 4 \rightarrow \frac{\lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{3} = 4$ $\rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 12 \quad (0/25)$ <p>لذا جواب مسئله هر تابعی می تواند باشد، به شرط اینکه حد آن در نقطه‌ی $x = 2$ برابر ۱۲ باشد. مثلاً:</p> $f(x) = 12 \quad \text{یا} \quad f(x) = 5x + 2 \quad (0/25)$	۱۶
۰/۵	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} L = L - \lim_{x \rightarrow a} L \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow a} L = L \rightarrow \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - L) = L - L \rightarrow \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - L) = 0$	۱۷
۱	<p>گیریم که $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = L$ پس:</p> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2f(x) - 1}{f(x) + 1} = 5 \rightarrow \frac{2 \lim_{x \rightarrow 3} f(x) - 1}{\lim_{x \rightarrow 3} f(x) + 1} = 5 \rightarrow \frac{2L - 1}{L + 1} = 5 \rightarrow 5L + 5 = 2L - 1$ $\rightarrow 3L = -6 \rightarrow L = -2 \quad (0/25)$	۱۸
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3\sqrt{x} + 1}{x - 1} = \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3\sqrt{x} + 1}{x - 1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t^2 - 3t + 1}{t^2 - 1} \quad (0/25)$ $= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{(t-1)(2t-1)}{(t-1)(t+1)} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t-1}{t+1} = \frac{1}{2} \quad (0/25)$	۱۹
۱	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 3 \quad (0/25)$ $f(1) = a \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \rightarrow a = 3 \quad (0/25)$	۲۰
۲۰	جمع	

تهیه کننده :

گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان