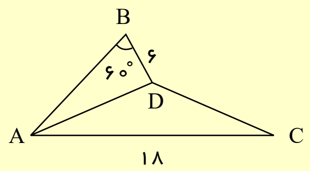
۱. در شکل مقابل، AD نیمساز زاویهٔ A است. مساحت مثلث ACD کدام است؟



۱) $۹\sqrt{۳}$　۲) $۳\sqrt{۳}$
۳) $۲۷\sqrt{۳}$　۴) $۶\sqrt{۳}$

۲. پاره‌خط AB به طول L مفروض است. اگر با توجه به مقدار L، فقط یک نقطه در صفحه وجود داشته باشد که از A به فاصلهٔ ۴ و از B به فاصلهٔ ۶ باشد، آن‌گاه مجموع مقادیر ممکن برای L کدام است؟

۱) ۶　۲) ۱۲　۳) ۱۰　۴) ۹

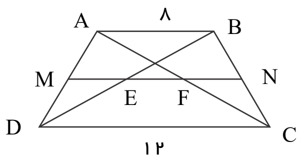
۳. چند مثلث متمایز با طول اضلاع $BC = ۶$, $AB = ۵$ و به مساحت ۲۱ وجود دارد؟

۱) صفر　۲) ۲　۳) ۳　۴) ۴

۴. در مربع $ABCD$ ضلع CD را از طرف C به اندازهٔ ضلع مربع تا نقطهٔ E امتداد می‌دهیم، به طوری که AE ضلع BC را در F قطع کند. مساحت چهار ضلعی $AFCD$ چند برابر مساحت مربع است؟

۱) $\frac{۴}{۵}$　۲) $\frac{۲}{۳}$　۳) $\frac{۳}{۴}$　۴) $\frac{۴}{۷}$

۵. در شکل زیر، $ABCD$ ذوزنقه و M و N وسط دو ساق است. طول EF کدام است؟



۱) ۲　۲) ۱٫۵
۳) ۱　۴) $\frac{۳}{۴}$

۶. روی پاره خط $AB = a$ دو نقطه‌ی M و N را به قسمتی اختیار می‌کنیم که $\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{AN} = ۲$. در این صورت طول پاره خط MN چقدر است؟

۱) $\frac{a}{۴}$　۲) $\frac{a}{۲}$　۳) $\frac{a}{۳}$　۴) $\frac{۲a}{۳}$

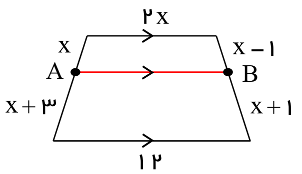
۷. اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ و $k > ۰$، آنگاه حاصل $\sqrt{\frac{۲a^۲ + ۳c^۲}{۲b^۲ + ۳d^۲}}$ کدام است؟

۱) k　۲) $-k$　۳) $\frac{۱}{k}$　۴) $-\frac{۱}{k}$

۸. در مثلث ABC، رأس B را به نقطه‌ی O وسط میانه‌ی AM وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم تا ضلع AC را در N قطع کند. ON چه کسری از BN است؟

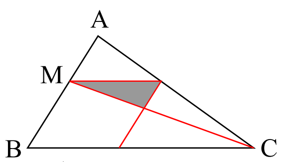
۱) $\frac{۱}{۲}$　۲) $\frac{۱}{۳}$　۳) $\frac{۱}{۴}$　۴) $\frac{۱}{۶}$

۹. در ذوزنقه‌ی روبه‌رو، طول پاره‌خط AB کدام است؟



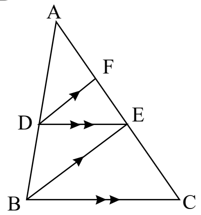
۱) ۹　۲) ۷٫۵
۳) ۱۰　۴) ۸

۱۰. در شکل زیر $\frac{MA}{MB} = \frac{۲}{۳}$ ، مساحت مثلث سایه زده چند درصد مساحت متوازی‌الاضلاع است؟



۱) ۲۰　۲) ۲۴
۳) ۲۵　۴) ۳۰

۱۱. در شکل مقابل با فرض $\frac{EF}{AC} = \frac{۶}{۲۵}$، حاصل $\frac{DE}{BC}$ کدام می‌تواند باشد؟

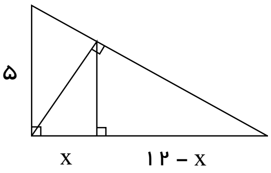


۱) ۰٫۲　۲) ۰٫۳
۳) ۰٫۴　۴) ۰٫۵

۱۲. در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع واحد مربعی محاط کرده‌ایم. طول ضلع این مربع کدام است؟

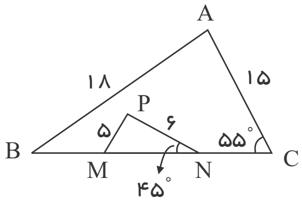
۱) $۲\sqrt{۲} - ۲$　۲) $۲\sqrt{۳} - ۳$　۳) $\sqrt{۳} - ۱$　۴) $۴ - ۲\sqrt{۳}$

۱۳. در شکل ارتفاع هر دو مثلث قائم‌الزاویه رسم شده است. اندازه‌ی x کدام است؟



۱) $\frac{۳۰۰}{۱۶۹}$ ۲) $\frac{۱۴۴}{۲۵}$
۳) $\frac{۲۵}{۱۳}$ ۴) $\frac{۱۴۴}{۱۳}$

۱۴. در شکل روبه‌رو، $BM = MN = NC$. اندازهٔ زاویهٔ MPN چقدر است؟

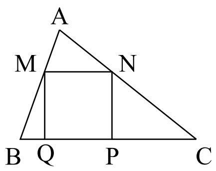


۱) ۷۰° ۲) ۷۵°
۳) ۸۰° ۴) ۸۵°

۱۵. در مستطیل $ABCD$ از رأس A، پاره‌خط AH را بر قطر BD عمود می‌کنیم، طوری که $HB = ۳DH$. اگر فاصله‌ی نقطه‌ی وسط ضلع AB از قطر مستطیل برابر $۲\sqrt{۳}$ باشد. آن‌گاه اندازه‌ی ضلع AD چقدر است؟

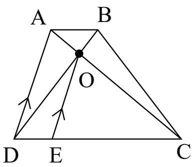
۱) ۱۲ ۲) ۸ ۳) $۶\sqrt{۲}$ ۴) $۳\sqrt{۶}$

۱۶. در شکل زیر اگر $\frac{AM}{MB} = \frac{۲}{۳}$ ، مساحت مربع $MNPQ$ چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



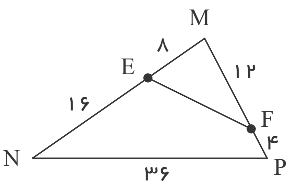
۱) ۳۶ ۲) ۴۸
۳) ۶۴ ۴) ۵۴

۱۷. در ذوزنقه‌ی $ABCD$ شکل زیر، $AD \parallel OE$ است. اگر $\frac{DE}{DC} = \frac{۱}{۵}$ باشد، مساحت مثلث AOB چه کسری از مساحت ذوزنقه است؟



۱) $\frac{۳}{۱۰}$ ۲) $\frac{۲}{۲۵}$
۳) $\frac{۱}{۲۵}$ ۴) $\frac{۲}{۱۵}$

۱۸. در شکل زیر، محیط مثلث MEF چقدر است؟

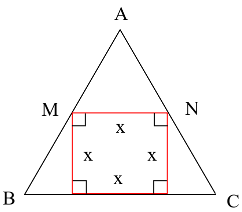


۱) ۳۸ ۲) ۳۲
۳) ۳۴ ۴) ۳۶

۱۹. نسبت مساحت دو مثلث متشابه ABC و $A'B'C'$ به‌صورت $\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{۹}{۱۶}$ است. اگر بزرگ‌ترین ضلع مثلث ABC، ۷ واحد و نسبت کوچک‌ترین ضلع به بزرگ‌ترین ضلع در مثلث $A'B'C'$، $\frac{۲}{۳}$ باشد، اندازهٔ ضلع کوچک‌تر در مثلث $A'B'C'$ چند واحد است؟

۱) $\frac{۷}{۳}$ ۲) $\frac{۱۴}{۳}$ ۳) $\frac{۵۶}{۹}$ ۴) $\frac{۲۸}{۹}$

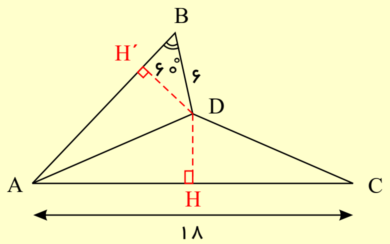
۲۰. در داخل مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع $\sqrt{۳}$ ، یک مربع محاط شده است. ضلع این مربع کدام است؟



۱) $۲(۳ - \sqrt{۳})$ ۲) $۳(۲ - \sqrt{۳})$
۳) $۲ - \sqrt{۳}$ ۴) $۴ - \sqrt{۳}$

۱.گزینه ۳

ارتفاع دو مثلث $\overset{\Delta}{AD}B$ ،$\overset{\Delta}{AD}C$ را رسم می‌نماییم.



با توجه به تصویر در مثلث $\overset{\Delta}{AD}B$ داریم:

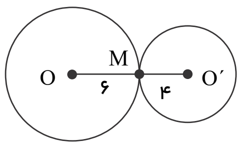
$$\sin ۶۰^\circ = \frac{DH'}{DB} \rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{DH'}{۶} \rightarrow DH' = ۳\sqrt{۳}$$

نقطهٔ D روی نیمساز قرار دارد پس از دو ضلع زاویه به یک فاصله است، یعنی:

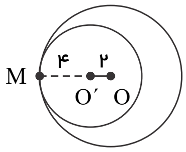
$$DH' = DH = ۳\sqrt{۳}$$

$$S_{\overset{\Delta}{AD}C} = \frac{۱}{۲} DH \times AC = \frac{۱}{۲} \times ۳\sqrt{۳} \times ۱۸ = ۲۷\sqrt{۳}$$

۲.گزینه ۳ با توجه به اینکه فقط یک نقطه با ویژگی ذکر شده وجود دارد می‌توان دو حالت در نظر گرفت:



حالت اول: $\rightarrow L = OM + O'M = ۶ + ۴ = ۱۰$



حالت دوم: $L = OM - O'M = ۶ - ۴ = ۲$

پس L دو مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد.

۳.گزینه ۱ با توجه به اطلاعات مسئله یعنی مساحت و طول ضلع می‌توان ارتفاع وارد بر بعضی اضلاع را محاسبه نمود:

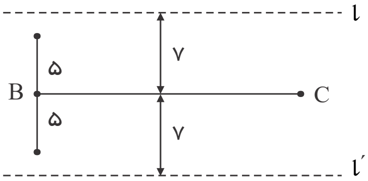
$$S = \frac{۱}{۲} BC \times hBC \rightarrow$$

$$\frac{۱}{۲} \times ۶ \times hBC = ۲۱ \rightarrow hBC = ۷$$

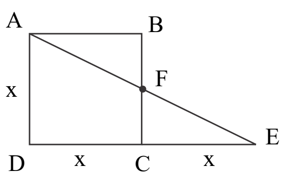
حال می‌توان گفت رأس در ۷ واحدی از ضلع BC قرار دارد، یعنی رأس A یا روی خط ℓ قرار می‌گیرد یا ℓ'.

حال به مرکز B و شعاع ۵ واحد دایره رسم می‌نماییم تا خط ℓ یا ℓ' قطع نماید، زیرا ضلع AB برابر ۵ واحد است. دایرهٔ مرسوم هیچ برخوردی با ℓ یا ℓ' ندارد؛

بنابراین هیچ مثلثی قابل رسم نمی‌باشد.



۴.گزینه ۳ ابتدا یک تصویر کلی از مسئله رسم می‌نماییم. با توجه به شکل در مثلث ADE داریم:



$$AD \parallel CF \rightarrow \frac{CF}{AD} = \frac{CE}{DE} \rightarrow \frac{CF}{X} = \frac{X}{۲X} \rightarrow CF = \frac{X}{۲}$$

حال می‌توان مساحت ذوزنقه را به شکل زیر محاسبه نمود:

$$\text{مساحت ذوزنقه} = \frac{(\frac{x}{2}+x)x}{2} = \frac{(\frac{3x}{2})x}{2} = \frac{(3x)x}{2} = \frac{3x^2}{4}$$

نسبت مساحت ذوزنقه به مربع برابر است:

$$\frac{\frac{3x^2}{4}}{x^2} = \frac{3}{4}$$

.۵گزینه ۱ با توجه به اینکه M و N وسط دو ساق قرار گرفته می‌توان نتیجه گرفت:

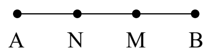
$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = 1 \to MN \parallel AB \parallel DC$$

$$ME \parallel AB \xrightarrow{\text{در } \overset{\triangle}{ADB}} \frac{ME}{AB} = \frac{DM}{DA} = \frac{1}{2} \to ME = \frac{1}{2}AB = 4$$

$$MF \parallel DC \xrightarrow{\text{در } \overset{\triangle}{DAC}} \frac{MF}{DC} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{2} \to MF = \frac{1}{2}DC = 6$$

$$EF = MF - ME = 6 - 4 = 2$$

.۶گزینه ۳ با توجه به فرض مسأله داریم :



$$\frac{MB}{AM} = \frac{AN}{BN} = \frac{1}{2}$$

حال در کسرهای فوق از ترکیب در مخرج استفاده می کنیم:

$$\frac{MB}{AM+MB} = \frac{AN}{BN+AN} = \frac{1}{2+1}$$

$$\Rightarrow \frac{MB}{AB} = \frac{AN}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow MB = AN = \frac{AB}{3} = \frac{a}{3}$$

$$\Rightarrow MN = AB - (BM + AN) = a - (\frac{a}{3} + \frac{a}{3}) = \frac{a}{3}$$

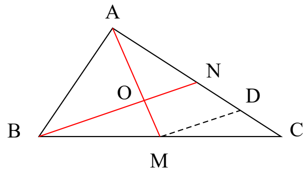
.۷گزینه ۱ با توجه به فرض مسأله داریم:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = k^2 \Rightarrow \frac{2a^2}{2b^2} = \frac{3c^2}{3d^2} = k^2 \xrightarrow{\text{ترکیب درصورت و مخرج}} \frac{2a^2+3c^2}{2b^2+3d^2} = k^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{2a^2+3c^2}{2b^2+3d^2}} = \sqrt{k^2} \xrightarrow{k>0} \sqrt{\frac{2a^2+3c^2}{2b^2+3d^2}} = k$$

.۸گزینه ۳ از M پای میانه موازی ON رسم کرده تا AC را در نقطه‌ی D قطع کند، از قضیه‌ی تالس نتیجه می گیریم:

$$MD \parallel BN \Rightarrow \frac{MC}{MB} = \frac{CD}{ND} \xrightarrow{MC=MB} CD = ND$$



در مثلث AMD چون O وسط ضلع AM است: $MD \parallel ON \Rightarrow ON = \frac{1}{2}MD$

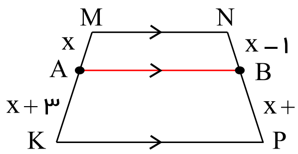
بنابراین:

$$ON = \frac{1}{2}MD = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}BN\right) = \frac{1}{4}BN$$

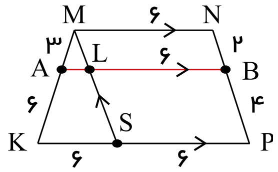
.۹گزینه ۴ در ذوزنقه‌ی $MNPK$، چون پاره‌خط AB با قاعده‌های ذوزنقه موازی است، پس طبق قضیه‌ی تالس نتیجه می‌شود که:

$$\frac{MA}{AK} = \frac{NB}{BP} \Rightarrow \frac{x}{x+3} = \frac{x-1}{x+1}$$

$$\Rightarrow x^2 + x = x^2 + 2x - 3 \Rightarrow x = 3$$

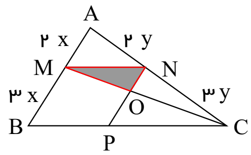


پس شکل به صورت زیرخواهد شد که با رسم خطی از رأس M موازی ساق NP خواهیم داشت:



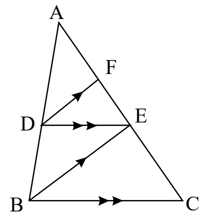
$$\overset{\Delta}{MK}S:\ AL||KS \rightarrow \frac{AL}{KS}=\frac{MA}{MK} \Rightarrow \frac{AL}{۶}=\frac{۳}{۹}$$
$$\Rightarrow AL=۲ \Rightarrow AB=AL+LB=۲+۶=۸$$

۱۰.گزینه ۱ مساحت مثلث و متوازی الاضلاع را برحسب سینوس زاویه N بدست می‌آوریم. بنابر فرض چهارضلعی $MNPB$ متوازی الاضلاع است پس $NP=۳x$ درضمن طبق قضیه تالس داریم:



$$ON||AM \Rightarrow \frac{ON}{AM}=\frac{CN}{AC} \Rightarrow \frac{ON}{۲x}=\frac{۳y}{۵y} \Rightarrow ON=\frac{۶}{۵}x$$
$$\frac{S_{MNO}}{S_{MNPB}}=\frac{\frac{۱}{۲}MN\times NO\sin N}{MN\times NP\sin N}=\frac{ON}{۲NP}=\frac{\frac{۶}{۵}x}{۲(۳x)}=\frac{۱}{۵}=۲۰\%$$

۱۱.گزینه ۳



$$\overset{\Delta}{ABC}: DE\parallel BC \Rightarrow \frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$$
$$\overset{\Delta}{ABE}: DF\parallel BE \Rightarrow \frac{AD}{AB}=\frac{AF}{AE}=\frac{AE-EF}{AE}=۱-\frac{EF}{AE}$$

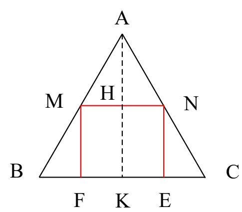
از تناسب‌های فوق نتیجه می‌شود $۱-\frac{DE}{BC}=۱-\frac{AD}{AB}=\frac{EF}{AE}$ و داریم:

$$\frac{EF}{AC}=\frac{۶}{۲۵} \Rightarrow \frac{EF}{AE}\times\frac{AE}{AC}=\frac{۶}{۲۵} \Rightarrow (۱-\frac{DE}{BC})\frac{DE}{BC}=\frac{۶}{۲۵}$$

$$\Rightarrow (\frac{DE}{BC})^۲-(\frac{DE}{BC})+\frac{۶}{۲۵}=۰ \Rightarrow \frac{DE}{BC}=\frac{۱\pm\sqrt{۱-\frac{۲۴}{۲۵}}}{۲}=\frac{۱\pm\frac{۱}{۵}}{۲}$$

$$\begin{cases} \frac{DE}{BC}=\frac{\frac{۶}{۵}}{۲}=۰/۶ \\ \text{یا} \\ \frac{DE}{BC}=\frac{\frac{۴}{۵}}{۲}=۰/۴ \end{cases}$$

۱۲.گزینه ۲ مطابق شکل ارتفاع AK را رسم کرده داریم:



$$MN\parallel BC \Rightarrow \overset{\Delta}{AMN}\sim\overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow \frac{MN}{BC}=\frac{AH}{AK}$$

اگر طول ضلع مربع را x فرض کنیم با توجه به اینکه در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a طول ارتفاع $\frac{a\sqrt{۳}}{۲}$ است، پس:

$$\frac{MN}{BC}=\frac{AH}{AK}\Rightarrow\frac{x}{۱}=\frac{AK-HK}{AK}\Rightarrow x=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}-x}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۲}x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}-x\Rightarrow x\left(\sqrt{۳}+۲\right)=\sqrt{۳}$$

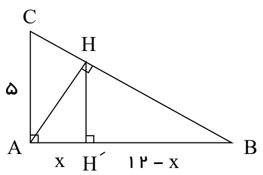
$$x=\frac{\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}}\times\frac{۲-\sqrt{۳}}{۲-\sqrt{۳}}=۲\sqrt{۳}-۳$$

۱۳.گزینه ۱

$$HH'\parallel AC\Rightarrow\frac{۱۲-x}{x}=\frac{BH}{CH}$$

چون $AB=۱۲$ و $AC=۵$ پس $BC=۱۳$ (فیثاغورس)

با توجه به تشابه مثلث‌های ACH و ABH با مثلث ABC داریم:



$$AC^۲=CH\times BC\Rightarrow ۵^۲=CH\times ۱۳\Rightarrow CH=\frac{۲۵}{۱۳}$$

$$AB^۲=BH\times BC\Rightarrow ۱۲^۲=BH\times ۱۳\Rightarrow BH=\frac{۱۴۴}{۱۲}$$

$$HH'\|AC\Rightarrow\frac{BH'}{AH'}=\frac{BH}{CH}\Rightarrow\frac{۱۲-x}{x}=\frac{\frac{۱۴۴}{۱۳}}{\frac{۲۵}{۱۳}}=\frac{۱۴۴}{۲۵}\Rightarrow\frac{۱۲}{x}=۱+\frac{۱۴۴}{۲۵}=\frac{۱۶۹}{۲۵}\Rightarrow x=\frac{۳۰۰}{۱۶۹}$$

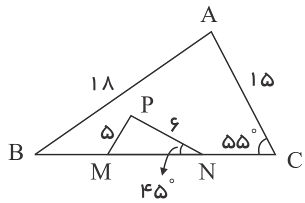
روش دوم: می‌دانیم AH ارتفاع وارد بر وتر است:

$$AH=\frac{۵\times ۱۲}{۱۳}=\frac{۶۰}{۱۳}$$

$$AHB: AH^۲=AB\cdot AH'\rightarrow(\frac{۶۰}{۱۳})^۲=۱۲x\rightarrow x=\frac{۳۰۰}{۱۶۹}$$

۱۴.گزینه ۳ نکته: اگر اندازه‌های سه ضلع از مثلثی با اندازه‌های سه ضلع از مثلثی دیگر متناسب باشند، آنگاه دو مثلث متشابه‌اند.

$$\frac{MP}{AC}=\frac{NP}{AB}=\frac{MN}{BC}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow \overset{\Delta}{ABC}\sim\overset{\Delta}{MNP}$$



حال از تساوی زاویه‌های نظیر نتیجه می‌شود:

$$\hat{M}=\hat{C}=۵۵^\circ\ ,\ \hat{B}=\hat{N}=۴۵^\circ$$

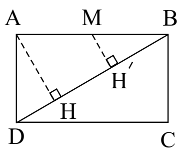
بنابراین:

$$\hat{A}=۱۸۰^\circ-\hat{B}-\hat{C}=۱۸۰^\circ-۴۵^\circ-۵۵^\circ=۸۰^\circ$$

۱۵.گزینه ۲

نقطه‌ی وسط AB را M می‌نامیم، بنابر داده‌های مسئله $MH'=۲\sqrt{۳}$ و چون دو مثلث $MH'B$ و ABH متشابه‌اند، پس:

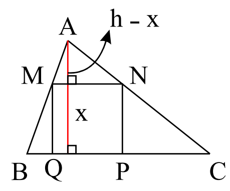
$$\frac{MH'}{AH}=\frac{MB}{AB}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow AH=۴\sqrt{۳}$$



ولی در هر مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر میانگین هندسی دو قطعه‌ی پدید آمده روی وتر است، در نتیجه داریم:

$$AH^{۲} = DH \cdot HB \Rightarrow (۴\sqrt{۳})^{۲} = DH \times ۳DH$$
$$\Rightarrow ۳DH^{۲} = ۴۸ \Rightarrow DH = ۴$$
$$\Rightarrow AD = \sqrt{AH^{۲} + DH^{۲}} = \sqrt{(۴\sqrt{۳})^{۲} + ۴^{۲}} = \sqrt{۶۴} = ۸$$

۱۶. گزینه ۲ در مثلث ABC، ارتفاع وارد بر ضلع $BC = a$ را رسم می‌کنیم و اندازه‌ی آن را برابر h در نظر می‌گیریم. اگر طول ضلع مربع برابر x فرض شود، آن گاه داریم:



$$MN \parallel BC \Rightarrow \overset{\Delta}{AMN} \sim \overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{h-x}{h} = \frac{AM}{AB} = \frac{۲}{۵}$$
$$\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{h-x}{h} = \frac{۲}{۵}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{۵x}{۲} \\ \frac{h-x}{h} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow \frac{x}{h} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow h = \frac{۵x}{۳} \end{cases}$$

$$\frac{S\square}{S\Delta} = \frac{x^{۲}}{\frac{۱}{۲}h \times a} = \frac{x^{۲}}{\frac{۱}{۲} \times \frac{۵x}{۳} \times \frac{۵x}{۲}} = \frac{۱۲}{۲۵} = ۰/۴۸$$

۱۷. گزینه ۳

$$OE \parallel AD \Rightarrow \frac{DE}{DC} = \frac{AO}{AC} = \frac{۱}{۵} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{AO}{OC} = \frac{۱}{۴}$$
$$\overset{\Delta}{AOB} \sim \overset{\Delta}{DOC} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{AOB}}}{S_{\overset{\Delta}{DOC}}} = (\frac{AO}{OC})^{۲} = \frac{۱}{۱۶}, \frac{OB}{OD} = \frac{۱}{۴}$$
$$\frac{S_{\overset{\Delta}{AOD}}}{S_{\overset{\Delta}{AOB}}} = \frac{DO}{BO} = ۴ \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{AOD}} = ۴S_{\overset{\Delta}{AOB}} \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{BOC}} = ۴S_{\overset{\Delta}{AOB}}$$
$$SABCD = S_{\overset{\Delta}{AOB}} + ۴S_{\overset{\Delta}{AOB}} + ۱۶S_{\overset{\Delta}{AOB}} + ۴S_{\overset{\Delta}{AOB}} = ۲۵S_{\overset{\Delta}{AOB}}$$

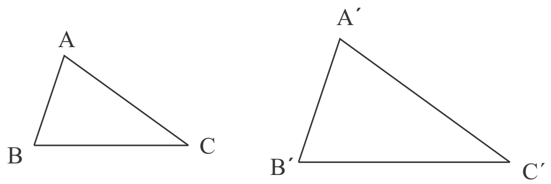
۱۸. گزینه ۱ نکته: اگر اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلثی دیگر متناسب و زاویهٔ بین آن‌ها برابر باشد، آنگاه دو مثلث متشابه‌اند.

$$\begin{cases} \hat{M} = \hat{M} \quad (\text{مشترک}) \\ \frac{ME}{MP} = \frac{MF}{MN} = \frac{۱}{۲} \end{cases} \Rightarrow \overset{\Delta}{MNP} \sim \overset{\Delta}{MEF}$$

اکنون می‌توان نتیجه گرفت $\frac{۱}{۲} = \frac{EF}{NP}$، پس $EF = ۱۸$. بنابراین محیط مثلث MEF برابر است با:

$$ME + MF + EF = ۸ + ۱۲ + ۱۸ = ۳۸$$

۱۹. گزینه ۳



$$\frac{SABC}{S_{A'B'C'}} = k^{۲} \to k^{۲} = \frac{۹}{۱۶} \to k = \frac{۳}{۴} \text{ نسبت تشابه}$$

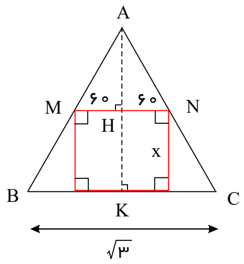
با توجه به تصویر می‌توان نوشت:

$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{۳}{۴} \to \frac{۷}{B'C'} = \frac{۳}{۴} \to ۳B'C' = ۲۸ \to B'C' = \frac{۲۸}{۳} \text{ ضلع بزرگ مثلث دوم}$$

حال نسبت ضلع کوچکتر به بزرگتر را در مثلث $A'B'C'$ می‌نویسیم:

$$\frac{A'B'}{B'C'} = \frac{۲}{۳} \to \frac{A'B'}{\frac{۲۸}{۳}} = \frac{۲}{۳} \to A'B' = \frac{۲}{۳} \times \frac{۲۸}{۳} = \frac{۵۶}{۹}$$

۲۰. گزینه ۲ راه‌حل اول: در دو مثلث متشابه نسبت ارتفاع‌های متناظر، با نسبت تشابه برابر است با:



$$\overset{\Delta}{AMN} \sim \overset{\Delta}{ABC}$$

$$\frac{AH}{AK} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{AK - x}{AK} = \frac{x}{\sqrt{۳}} \; , \; AK = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \sqrt{۳} = \frac{۳}{۲}$$

$$۱ - \frac{x}{\frac{۳}{۲}} = \frac{x}{\sqrt{۳}} \Rightarrow x = \frac{۳}{۲ + \sqrt{۳}} \Rightarrow x = ۳(۲ - \sqrt{۳})$$

راه حل دوم:

$$\begin{cases} AK = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times AC = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \sqrt{۳} = \frac{۳}{۲} (ABC \text{ ارتفاع در مثلث متساوی الاضلاع}) \\ AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times MN = \frac{\sqrt{۳}}{۲} x (AMN \text{ ارتفاع در مثلث متساوی الاضلاع}) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{AK=AH+HK} \frac{۳}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} x + x \Rightarrow x = ۳(۲ - \sqrt{۳})$$