

۳ فصل سوم (تابع)

۷۲- یک بازیکن فوتبال ده پنالتی زده و ۶۰ درصد آن ها را گل کرده است. اگر این بازیکن بتواند تمام پنالتی هایی که از این به بعد می زند را گل کند :

الف) ضابطه تابعی را که نشان دهنده درصد پنالتی های گل شده بعد از زدن x پنالتی دیگر است، بنویسید.

ب) او حداقل چند پنالتی دیگر بزند تا درصد گل شدن پنالتی هایش بالاتر از ۹۵ درصد باشد؟

۷۳- کدام یک از ضابطه های زیر متعلق به یک تابع گویا است؟

$$\text{الف) } f(x) = \frac{2x^2 - x + 3}{x - \sqrt{2}} \quad \text{ب) } f(x) = \frac{x + 3}{\sqrt{x - 1}} \quad \text{پ) } f(x) = \frac{x + \frac{1}{x}}{x^2 - \frac{1}{x}} \quad \text{ت) } f(x) = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{x + 1}$$

$$\text{ث) } f(x) = \frac{x}{x + 1} - \frac{x - 1}{x} \quad \text{ج) } f(x) = \left(\frac{\sqrt{x}}{x - 1}\right)^2$$

۷۴- دامنه ی تابع های زیر را پیدا کنید.

$$\text{الف) } f(x) = \frac{2x + 1}{2x^2 + x - 1}$$

$$\text{ب) } f(x) = \frac{x + 3}{x + 1} - \frac{x + 1}{x + 3}$$

$$\text{پ) } f(x) = \frac{1}{x^3 - x}$$

$$\text{ت) } f(x) = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x - 1} - 1}$$

$$\text{ث) } f(x) = \frac{1}{\frac{x - 2}{x + 1}}$$

$$ج) f(x) = \frac{x}{x^4 - 5x^2 + 4}$$

۷۵- ضابطه تابع گویایی را بنویسید که دامنه اش مجموعه های زیر باشد.

الف) R ب) $R - \{-1\}$ پ) $R - \{-2, 2\}$ ت) $R - \{0, 1, -1\}$

۷۶- نمودار تابع های زیر را در بازه های داده شده رسم کنید.

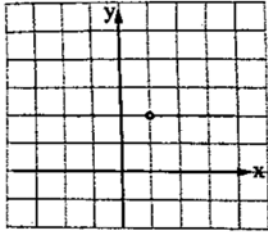
الف) $f(x) = \frac{2}{x}$ $[-4, 4]$

ب) $f(x) = \frac{1}{x-3}$ $[-1, 7]$

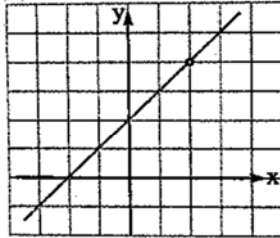
پ) $f(x) = -\frac{4}{x}$ $[-8, 8]$

ت) $f(x) = \frac{1}{|x|}$ $[-3, 3]$

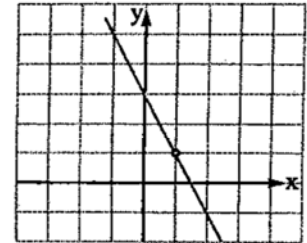
۷۷- ضابطه ی تابع گویایی را بنویسید که نمودارش در زیر داده شده است.



(الف)



(ب)



(پ)

۷۸- دامنه ی تابع های زیر را پیدا کنید.

الف) $f(x) = \sqrt{x-3} + 3$

ب) $f(x) = \sqrt{x+2} - 1$

پ) $f(x) = \sqrt{4-x} + 1$

ت) $f(x) = \sqrt{-5-x}$

۷۹- نمودار تابع های زیر را رسم کنید.

الف) $f(x) = \sqrt{x+2} + 1$

ب) $f(x) = \sqrt{x-3} - 2$

۸۰- کدام یک از جفت تابع های زیر با هم مساوی اند؟

الف) $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$, $g(x) = x^2 + 1$

ب) $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1}$, $g(x) = x^2 - 1$

پ) $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{x - 1}$, $g(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^2 - 2x + 1}$

ت) $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x + 2 \sin^2 x \cos^2 x$, $g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^4}}$

۸۱- اعضای یک تیم والیبال قرار است به یک مسافرت تفریحی بروند. مربی تیم برای آن که بتواند وضعیت جسمی بازیکنان را کنترل کند با آن ها قرار می گذارد که بعد از برگشتن به ازای هر کیلو اضافه وزن جریمه بدند. جدول جریمه ها به صورت زیر است؟
الف) ضابطه ی تابع جریمه را بر حسب x کیلوگرم اضافه وزن بنویسید.

ب) نمودار تابع جریمه را رسم کنید.

اضافه وزن به کیلوگرم	تا ۱	از ۱ تا ۲	از ۲ تا ۳	از ۳ تا ۵	از ۵ به بالا
جریمه به تومان	۱۰ هزار	۳۰ هزار	۶۰ هزار	۱۰۰ هزار	۵۰۰ هزار

۸۲- مقدار جزء صحیح های زیر را تعیین کنید.

الف) $[0/99]$

ب) $[-0/99]$

پ) $[\sqrt{10}]$

ت) $[\sqrt[3]{100}]$

ث) $[(17/2)^2]$

ج) $[(10/1)^3]$

ح) $[8/9 \times 9/1]$

خ) $[2/01 \times 2/02]$

۸۳- حاصل عبارت های زیر را بیابید.

الف) $\left[\frac{6}{1}\right] + \left[\frac{6}{2}\right] + \left[\frac{6}{3}\right] + \dots + \left[\frac{6}{600}\right]$

ب) $[10^{-4}] + [10^{-3}] + [10^{-2}] + \dots + [10^4]$

۸۴- اگر $[x] = [y]$ باشد محدوده ی تغییرات $|x - y|$ را تعیین کنید.

۸۵- اگر $[x]^2 - [x] = 0$ باشد، حدود x را پیدا کنید.

۸۶- نمودار تابع های زیر را در بازه های داده شده رسم کنید.

الف) $f(x) = [x - 2]$ ، $[-2, 2]$

ب) $f(x) = x - [x]$ ، $[-3, 3]$

پ) $f(x) = x + [x]$ ، $[-2, 2]$

۸۷- وارون هر کدام از تابع های زیر را بنویسید و بگویید وارون کدام ، یک تابع است؟

الف) $f = \{(2, -1), (-1, 3), (3, 2), (1, 1)\}$

ب) $g = \{(3, 2), (2, 3), (1, 2), (-2, 1)\}$

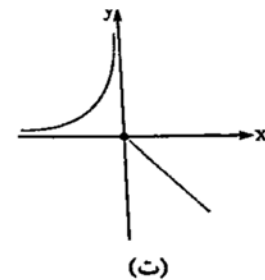
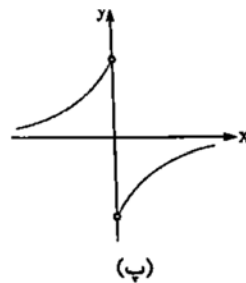
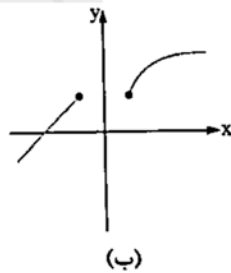
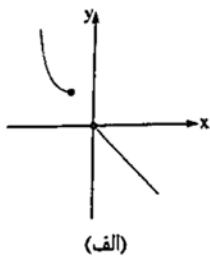
پ) $h = \{(2, \sqrt{2}), (4, \sqrt{4}), (8, \sqrt{8}), (16, \sqrt{16})\}$

۸۸- در هر مورد نمودار تابع های زیر و نمودار وارون آن ها را روی دستگاه مختصات رسم کنید.

الف) $f(x) = \sqrt{x-2} + 1$

ب) $f(x) = \begin{cases} x+1 & x \leq 0 \\ 2x & x > 0 \end{cases}$

۸۹- کدام تابع یک به یک است؟



۹۰- کدام تابع یک به یک است؟

الف) $f(x) = 3x + 2$

ب) $f(x) = 2x^2 - 1$

پ) $f(x) = \sqrt{x-2}$

ت) $f(x) = \frac{1}{x}$

ث) $f(x) = \begin{cases} 2x & x \leq 1 \\ x-1 & x > 1 \end{cases}$

ج) $f(x) = \begin{cases} x-1 & x \leq 1 \\ 2x & x > 1 \end{cases}$

۹۱- مقدار m و n را طوری پیدا کنید تا $f = \{(1, m+1), (m+3, 3m), (1, m^2+1), (3, n-2)\}$ یک تابع یک به یک باشد.

۹۲- درست یا نادرست بودن گزاره های زیر را تعیین کنید.

الف) یک تابع خطی همواره یک به یک است.

ب) یک سهمی هرگز یک به یک نیست.

پ) یک تابع چندضابطه ای ممکن است یک به یک باشد.

ت) هر تابعی که وارون داشته باشد یک به یک است.

ث) هر تابعی که یک به یک باشد تابع وارون دارد.

۹۳- با رسم نمودار تابع تعیین کنید تابع در کدام یک از بازه های داده شده یک به یک است؟

الف) $f(x) = 3x + 2 \quad (-\infty, 0], [0, 1), [-1, 2], [1, +\infty)$

ب) $f(x) = [x] + 1 \quad (-\infty, 0], [0, 1), [-1, 2], [1, +\infty)$

پ) $f(x) = x - [x] \quad (-\infty, 0], [0, 1), [-1, 2], [1, +\infty)$

ت) $f(x) = x^2 - 2x \quad (-\infty, 0], [0, 1), [-1, 2], [1, +\infty)$

ث) $f(x) = \begin{cases} 2x & x \leq 1 \\ x - 2 & x > 1 \end{cases}$

ج) $f(x) = \frac{1}{|x|} \quad (-\infty, 0], [0, 1), [-1, 2], [1, +\infty)$

۹۴- تابع f با دامنه ی $[-2, 2]$ به صورت $x \neq 0$ $f(x) = \begin{cases} -x & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ تعریف شده است. چه اعدادی می تواند باشد تا f

یک تابع یک به یک باشد؟

۹۵- تابع f با دامنه ی $[-۲, ۲]$ و برد $[۱, ۳]$ مفروض است. چند نمودار برای f می توانید مثال بزنید که f تابعی یک به یک باشد؟ چند تا از این نمودارها خطی اند؟

۹۶- ضابطه ی تابع وارون تابع های زیر را پیدا کنید.

الف) $f(x) = ۵x + ۲$

ب) $f(x) = \frac{۳}{۲}x - \frac{۷}{۳}$

پ) $f(x) = ۲x^۳ - ۱$

ت) $f(x) = \sqrt{x-۲}$

ث) $f(x) = \sqrt{x+۱} - ۳$

ج) $f(x) = \sqrt[3]{x} + ۱$

۹۷- در هر کدام از تابع های زیر بدون پیدا کردن ضابطه ی تابع وارون، دامنه و برد تابع وارون را پیدا کنید.

الف) $f(x) = ۳x - ۲$

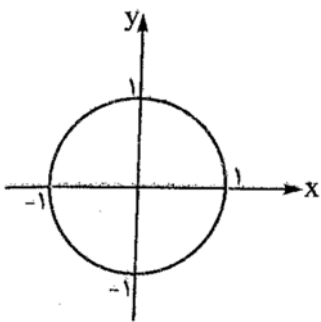
ب) $f(x) = ۵ - ۲x$

پ) $f(x) = \frac{۲}{x}$

ت) $f(x) = \begin{cases} ۳x + ۱ & x \geq ۱ \\ ۲x & x < ۱ \end{cases}$

۹۸- نشان دهید دو تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ و $g(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ وارون یکدیگرند.

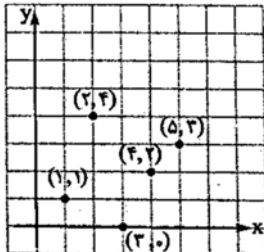
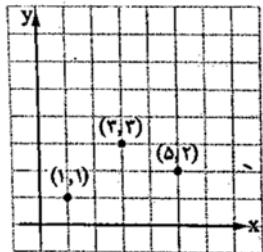
۹۹- رابطه $x^2 + y^2 = 1$ نشان دهنده ی دایره ای به مبدا مختصات و شعاع ۱ است. برای هر کدام از بازه های زیر ضابطه ی تابعی یک به یک را بنویسید که نمودارش بخشی از دایره باشد:



الف) $[0, 1]$

ب) $[-1, 0]$

۱۰۰- در هر کدام از شکل های زیر ضابطه ی تابعی یک به یک را بنویسید که دامنه اش $[1, 5]$ باشد و نمودارش از نقطه ای مشخص شده بگذرد.



۱۰۱- اگر $f = \{(1, -1), (2, -3), (3, 1), (4, 2)\}$ و $g = \{(0, 2), (1, -2), (3, 0), (-1, 1)\}$ باشند، تابع های $f + g$ ، $f \cdot g$ و $2f - g$ را به صورت زوج مرتب بنویسید.

۱۰۲- $f = \{(1,4), (4,-1), (3,4), (2,1)\}$ و $g = \{(1,3), (2,0), (3,2), (-1,2)\}$ باشند، بدون نوشتن تابع های f و g ، دامنه ی تابع های $f+g$ ، $2f-g$ ، $f \cdot g$ ، $\frac{f}{g}$ ، $\frac{f+g}{f-2g}$ را پیدا کنید.

۱۰۳- اگر $f(x) = x - 2$ و $g(x) = 2x + 1$ باشند، دامنه و ضابطه تابع های $f+g$ ، $2f-g$ ، $f \cdot g$ ، $\frac{f}{g}$ ، $\frac{2f}{f-3g}$ را پیدا کنید.

۱۰۴- اگر $f(x) = x^2 + 2$ و $g(x) = 2x + 1$ باشد، مقدارهای زیر را پیدا کنید.

الف) $(2f + g)(1)$

ب) $f(x) = (f - 2g)(0)$

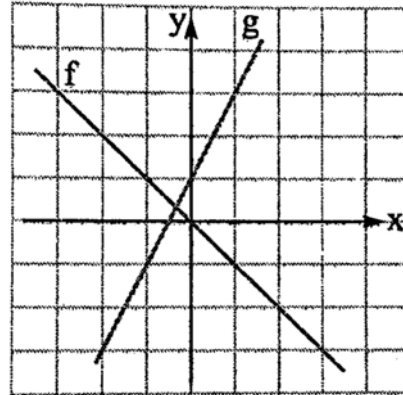
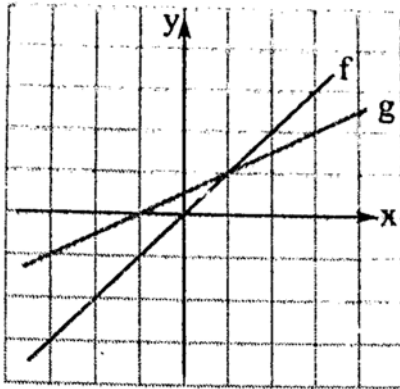
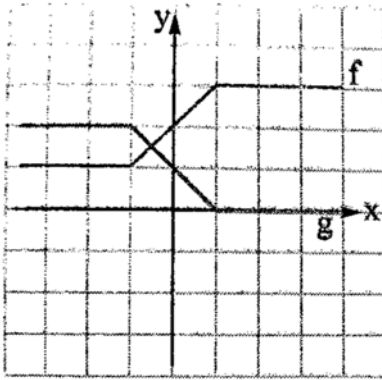
پ) $(2f - g)(-1)$

ت) $(\frac{2f + g}{f + 2g})(1)$

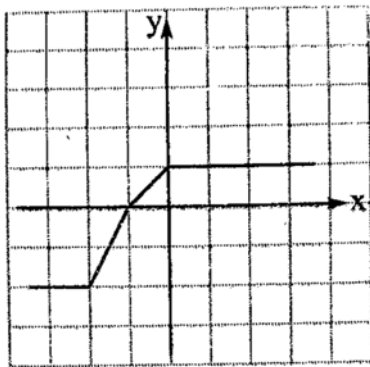
ث) $(\frac{f}{f^2 - 3g})(1)$

ج) $f(x) = (2f + \sqrt{g})(0)$

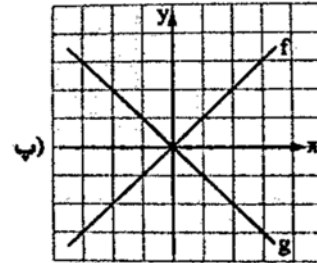
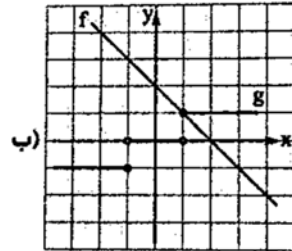
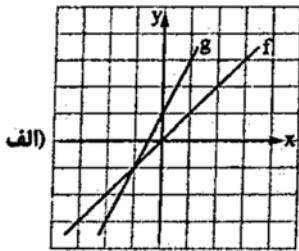
۱۰۵- در هر کدام از موارد زیر نمودار تابع های $f + g$ و $f - g$ را با توجه به نمودار توابع f و g رسم کنید.



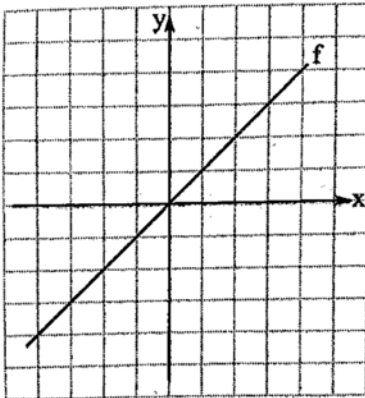
۱۰۶- اگر نمودار تابع f به شکل رو به رو باشد، نمودار تابع های $-f$ ، $2f$ ، $-3f$ را رسم کنید.



۱۰۷- در هر کدام از موارد زیر نمودار تابع $f \cdot g$ را با استفاده از نمودارهای تابع f و g رسم کنید.

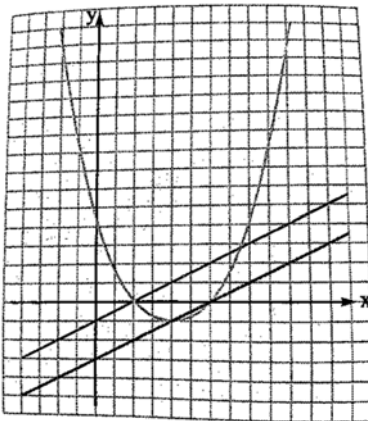


۱۰۸- اگر نمودار تابع f به شکل رو به رو باشد، نمودار تابع های f^2 ، f ، $f^2 - f$ را رسم کنید.



۱۰۹- در شکل رو به رو نمودار سه تابع f ، g و $f \cdot g$ رسم شده است. تعیین کنید هر نمودار متعلق به کدام تابع

است؟



۱۱۰- ابتدا نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ را رسم کنید و سپس نمودار تابع های زیر را با استفاده از نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ رسم کنید.

الف) $f(x) = \frac{2}{x}$

ب) $f(x) = -\frac{1}{x}$

ب) $f(x) = \frac{1}{2-x}$

ب) $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$

۱۱۱- ابتدا نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را رسم کنید و سپس نمودارهای تابع های زیر را با استفاده از نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ رسم کنید.

الف) $f(x) = -\sqrt{x}$

ب) $f(x) = \sqrt{4x}$

پ) $f(x) = -\sqrt{x-1}$

ت) $f(x) = 3 - \sqrt{x-2}$

پ) $f(x) = -2\sqrt{x+1}$

ت) $f(x) = -\sqrt{-x}$

۱۱۲- اگر شکل های زیر نمایش تابع های f و g در بازه $[-2, 3]$ باشند، بیش ترین و کم ترین مقدار تابع های $f + g$ و $f - g$ را با رسم نمودار در بازه $[-2, 3]$ پیدا کنید.

