

طراح: حامد علیخانی

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون آمادگی نیمسال اول تشریحی (دی ماه ۹۶)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۴

رشته: تجربی

پایه: یازدهم

نام درس: ریاضی ۲

بارم: ۱ نمره

سوال ۱

دو انتهای یکی از قطرهای دایره‌ای نقاط $A(3,1)$ و $B(-1,1)$ هستند. (آ) اندازه شعاع و مختصات مرکز دایره را بیابید.

(ب) آیا نقطه $(0,0)$ روی محیط دایره قرار دارد؟ چرا؟

بارم: ۱ نمره

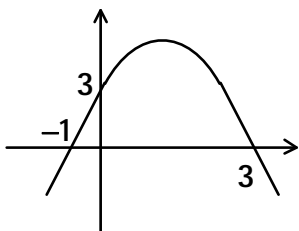
سوال ۲

در مثلثی $A(0,1)$ ، $B(3,1)$ و $C(-1,-1)$ می‌باشد، طول ارتفاع و معادله آن را به دست آورید.

بارم: ۰/۷۵ نمره

سوال ۳

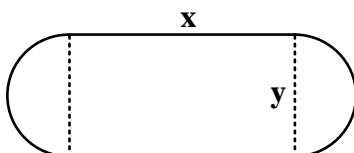
معادله نمودار سهمی مقابل را به دست آورید.



بارم: ۱ نمره

سوال ۴

استادیومی به شکل مستطیل با دو نیم دایره در دو انتهای آن در حال ساخت است. اگر محیط استادیوم ۱۵۰۰ متر باشد، ابعاد مستطیل را طوری بیابید که مساحت مستطیل حداکثر ممکن گردد؟ ($\pi \approx 3$)



بارم: ۲/۲۵ نمره

سوال ۵

معادله‌های زیر را حل کنید.

الف) $x^6 = x^3 + 2$

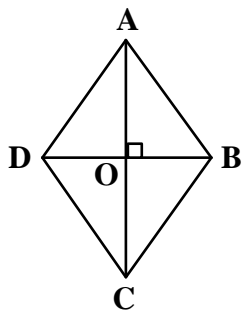
ب) $\frac{3}{x} - \frac{2}{x-3} = \frac{12}{9-x^2}$

ج) $\sqrt{x-3} + \sqrt{2x^2-4} + 5 = 0$

بارم: ۱ نمره

سوال ۶

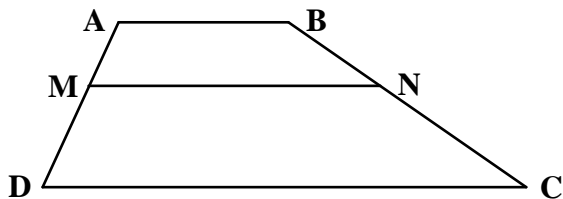
با وصل کردن اوساط اضلاع یک لوزی چه شکلی پدید می آید؟



بارم: ۲ نمره

سوال ۷

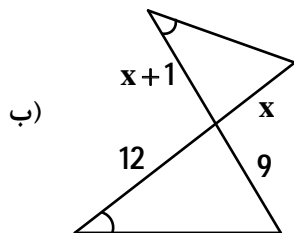
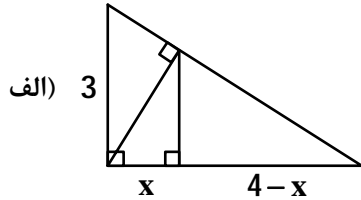
در ذوزنقه ABCD اگر $AB = 5$ ، $DC = 10$ و $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = \frac{1}{4}$ ، آن گاه طول MN را بیابید.



بارم: ۲ نمره

سوال ۸

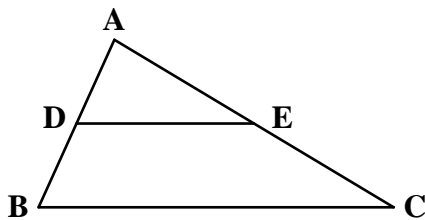
مقادیر x را بیابید.



بارم: ۱ نمره

سوال ۹

در شکل مقابل اگر $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{4}$ مساحت دوزنقه چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



بارم: ۲ نمره

سوال ۱۰

دامنه و برد توابع زیر را بیابید.

الف) $y = \frac{3x-1}{x+2}$

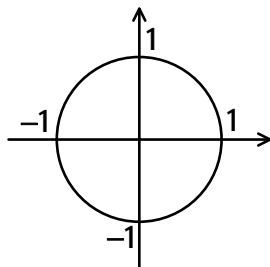
ب) $y = [x+1] + [-x]$

ج) $y = 2 - \sqrt{-x+1}$

د) $y = x - [x]$

بارم: ۱ نمره

سوال ۱۱



نمودار دایره $x^2 + y^2 = 1$ رسم شده است.

آ) نمودار تابعی یک به یک از بخشی از دایره در ناحیه اول و سوم را مشخص کنید.

ب) نمودار تابعی یک به یک از بخشی از دایره در ناحیه دوم و چهارم را مشخص کنید.

بارم: ۲ نمره

سوال ۱۲

با استفاده از نمودار $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = |x|$ هر یک از نمودارهای زیر را رسم کنید.

الف) $h(x) = 2|-x + 2|$

ب) $i(x) = 3 - \sqrt{x-3}$

بارم: ۱ نمره

سوال ۱۳

وارون هریک از توابع زیر را بیابید.

الف) $f(x) = \frac{-4x + 3}{6}$

ب) $g(x) = \sqrt{-(x+1)^2}$

بارم: ۲ نمره

سوال ۱۴

در ساعت عقربه‌ای که ساعت ۳:۴۵ دقیقه را نشان می‌دهد، ابتدا زاویه بین عقربه ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار را به درجه و رادیان بیان کنید. سپس محاسبه نمایید که وقتی ساعت ۴:۴۵ را نشان می‌دهد، عقربه ساعت‌شمار چه مسافتی را طی کرده است؟ (طول عقربه ساعت‌شمار ۷ سانتی‌متر است).

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر
 آزمون آمادگی نیمسال اول تشریحی (دی ماه ۹۶)
 پاسخنامه آزمون: ریاضی ۲ تجربی

پاسخ سؤال ۱:

آ

مرکز دایره : $x_0 = \frac{3-1}{2} = 1$ $y_0 = \frac{1+1}{2} = 1 \Rightarrow O(1,1)$

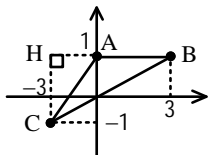
$R = OA = \sqrt{(3-1)^2 + (1-1)^2} = 2$

ب) فاصله $(0,0)$ از مرکز را می‌یابیم.

$\sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$

$\sqrt{2} < R$ پس روی محیط دایره نیست و داخل دایره قرار دارد.

پاسخ سؤال ۲:



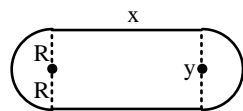
طول $CH = (-1 - (-1)) = 2$
 معادله ارتفاع $x = -3$

پاسخ سؤال ۳:

$y = a(x+1)(x-3)$

$(0,3) \rightarrow 3 = -3a \Rightarrow a = -1 \Rightarrow y = -x^2 + 2x + 3$

پاسخ سؤال ۴:



$y = 2R$
 محیط استادیوم $= 2x + 2\pi R = 2x + \pi y = 1500$
 $\pi \approx 3 \Rightarrow x = 750 - \frac{3}{2}y$

مساحت مستطیل $= xy = (750 - \frac{3}{2}y)y = 750y - \frac{3}{2}y^2$

$y_{\max} = \frac{-750}{-3} = 250 \Rightarrow x_{\max} = 750 - \frac{3}{2} \times 250 = 375$

پاسخ سؤال ۵:

آ

$x^3 = t \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow (t-2)(t+1) = 0$

$\begin{cases} t = x^3 = 2 \Rightarrow x = \sqrt[3]{2} \\ t = x^3 = -1 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$

ب)

$\frac{3x^2 - 27 - 2x^2 - 6x}{x(x-3)(x+3)} + \frac{12x}{x(x-3)(x+3)} = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 27 + 12x = 0 \Rightarrow x^2 + 6x - 27 = 0$

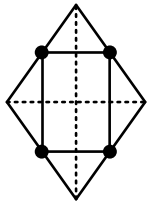
$(x+9)(x-3) = 0 \Rightarrow x = 3, -9$
 غفقی

ج) مجموع سه عدد مثبت هرگز صفر نمی‌شود. $x \in \emptyset$

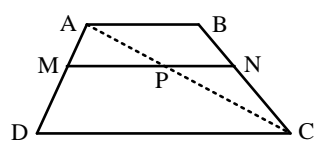
پاسخ سؤال ۶:

طول اضلاع روبه‌رو برابر است و برابر نصف قطر می‌باشد. پس مستطیل تشکیل می‌شود.

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر
 آزمون آمادگی نیمسال اول تشریحی (دی ماه ۹۶)
 پاسخنامه آزمون: ریاضی ۲ تجربی



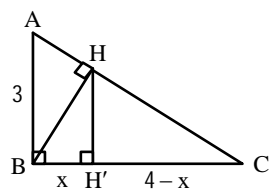
پاسخ سؤال ۷:



$$\left. \begin{aligned} \triangle ABC: \frac{PN}{AB} = \frac{CN}{BC} = \frac{4}{5} \\ PN = \frac{4}{5} AB = 4 \\ \triangle ADC: \frac{AM}{AD} = \frac{MP}{DC} = \frac{1}{5} \Rightarrow MP = \frac{DC}{5} = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow PN + MP = MN \Rightarrow MN = 6$$

پاسخ سؤال ۸:

(ا)



$$\begin{aligned} \triangle ABC: HH' \parallel AC \\ \frac{CH'}{BC} = \frac{HH'}{AB} \Rightarrow \frac{4-x}{4} = \frac{HH'}{3} \Rightarrow HH' = \frac{3}{4}(4-x) \\ \triangle BCH: HH'^2 = x(4-x) \Rightarrow \frac{9}{16}(4-x)^2 = x(4-x) \\ 9(4-x) = 16x \Rightarrow 36 = 25x \Rightarrow x = \frac{36}{25} = 1,44 \end{aligned}$$

(ب)

$$\frac{x+1}{12} = \frac{x}{9} \Rightarrow 12x = 9x + 9 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$$

پاسخ سؤال ۹:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow S_{\text{ذوزنقه}} + S_{ADE} = S_{ABC} \Rightarrow S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{15}{16} S_{ABC} \Rightarrow \frac{S_{\text{ذوزنقه}}}{S_{ABC}} = 93,75\%$$

پاسخ سؤال ۱۰:

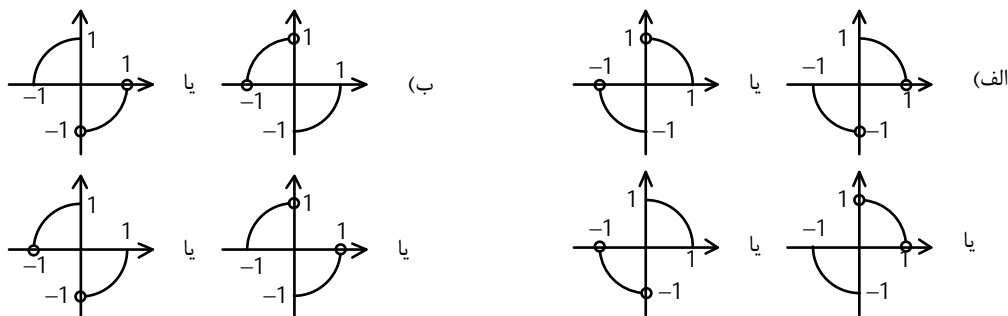
الف) $D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$ $R_f = \mathbb{R} - \{3\}$

ب) $y = [x] + [-x] + 1 \Rightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \Rightarrow 1 \\ x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow 0 \end{cases}$ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = \{0,1\}$

ج) $D_f = (-\infty, 1]$ $R_f = (-\infty, 1]$

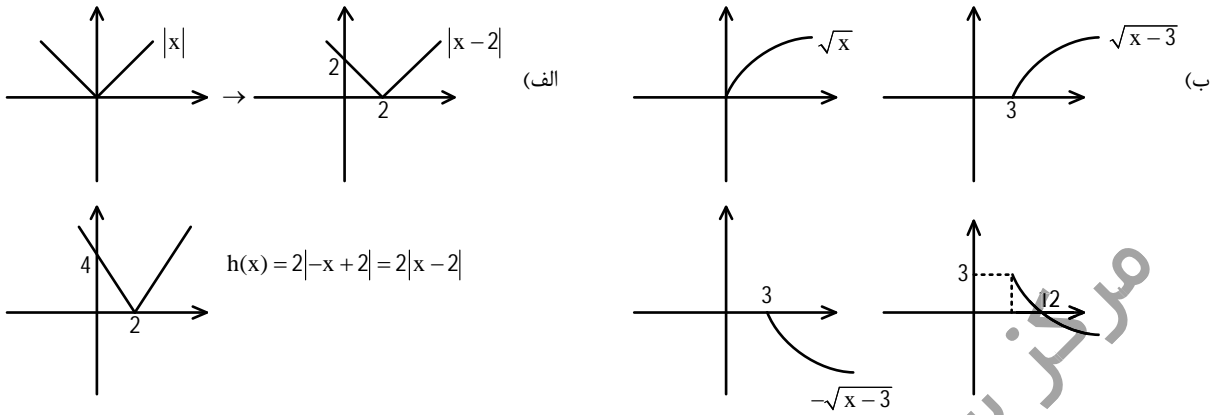
د) $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = [0, 1)$

پاسخ سؤال ۱۱:



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر
 آزمون آمادگی نیمسال اول تشریحی (دی ماه ۹۶)
 پاسخنامه آزمون: ریاضی ۲ تجربی

پاسخ سؤال ۱۲:



پاسخ سؤال ۱۳:

(الف) $x = \frac{-4y+3}{6} \Rightarrow 6x = -4y+3 \Rightarrow 4y = 3-6x \Rightarrow y = \frac{3-6x}{4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3-6x}{4}$

(ب) $g(x) = \{-1, 0\}$ تابع فقط در $g^{-1}(x) = \{0, -1\}$ تعریف می‌شود.

پاسخ سؤال ۱۴:

π رادیان یا 180°

حرکت یک ساعت یعنی $\frac{2\pi}{12}$ حرکت که می‌شود $\frac{\pi}{6}$

$\alpha = \frac{L}{R}$

$\frac{\pi}{6} = \frac{L}{7} \Rightarrow L = \frac{7\pi}{6} \text{ (cm)}$

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر