به نام خدا

*** دبیرستان ماندگار البرز ***

تاریخ امتحان : ۹۷/۳/ ۲۷

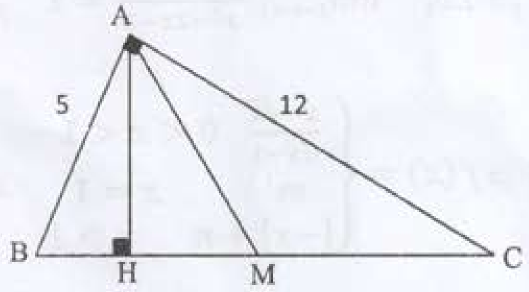
« سوالات درس ریاضی۲ – یازده تجربی »

مدت : ۱۳۰ دقیقه

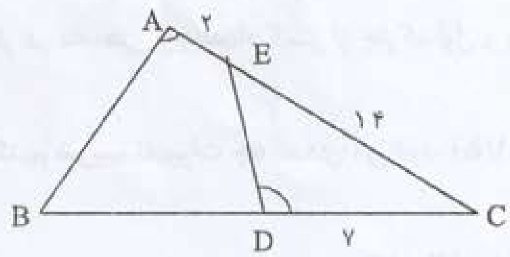
۱) در مثلث ABC با رأس های $A(0,3)$ ، $B(2,1)$ و $C(4,3)$ فاصله ی محل برخورد میانه AM با ارتفاع BH از مبدأ مختصات را بدست آورید . **(۱/۵ نمره)**

۲) معادله‌ی سهمی را بنویسید که محور طول‌ها را در ۵ و ۱ قطع کند و دارای مینیمم مقداری برابر ۱۲- باشد. **(۱ نمره)**

۳) در شکل مقابل AH ارتفاع و AM میانه مثلث قائم الزاویه ABC $(\hat{A} = 90°)$ می‌باشد طول HM را بیابید. **(۱ نمره)**



۴) در شکل زیر $\hat{A}=\hat{D}$ طول BD را بیابید. **(۱ نمره)**



۵) اگر $f(x) = \sqrt{|x-1|-3}$ و $g(x) = \frac{x+2}{x^2-9}$ باشد $D_{f/g}$ را بیابید. **(۱/۵ نمره)**

۶) اگر $f(x) = 2x - \sqrt{2-x}$ باشد $f^{-1}_{(1)}$ را بیابید. **(۱ نمره)**

۷) اگر $\frac{2cos250+ sin160}{cos340+ 4cos110} = a$ باشد مقدار tan20 را بیابید. **(۱/۵ نمره)**

۸) نمودار تابع $f(x) = \left|\sin(x+\frac{\pi}{4})\right| - 1$ را در بازه $[0,2\pi]$ رسم کنید. **(۱/۵ نمره)**

۹) اگر $\log_{36} 24 = k$ باشد حاصل $\log_6 108$ را بیابید. **(۱/۵ نمره)**

۱۰) دستگاه روبرو را حل کنید. (۱/۵ نمره)

$$\begin{cases} 4^x + 2^x = 72 \\ \log_2(x+1) + \log_2(2y + x^2) = 2 \end{cases}$$

۱۱) حاصل حدهای زیر را بیابید. (۲نمره)

الف) $\lim_{x\to 2^+} \frac{|x^2-5x+6|}{2x-\sqrt{x+14}}$

ب) $\lim_{x\to \pi} \frac{cos^2(\frac{\pi}{2}+x)}{1+\sin(\frac{\pi}{2}+x)}$

۱۲) اگر $\lim_{x\to -1} \frac{2x^2+ax+b}{x^2-2x-3} = 1$ باشد a و b را بیابید. (۱نمره)

۱۳) اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} & 0 < x < 1 \\ m & x = 1 \\ [-x] + n & x > 1 \end{cases}$ در x=1 پیوسته باشد m و n را بیابید. (۱نمره)

۱۴) در دو پیشامد مستقل A و B اگر $P(B'|A)=\frac{1}{3}$ و $P(A'|B)=\frac{1}{4}$ مقدار $P(A \cup B)$ را بدست آورید. (۱/۵ نمره)

۱۵) اگر در داده‌های زیر اعداد کمتر از چارک اول و بزرگتر از چارک سوم را حذف کنیم و داده‌های باقی مانده‌را با عدد ۱۰۰ جمع کنیم ضریب تغییرات چه عددی می‌شود. (۱/۵ نمره)

۱۶ ، ۱۳ ، ۱۱ ، ۱۷ ، ۱۸ ، ۱۹ ، ۱۰ ، ۲۵ ، ۹

موفق باشید

پاسخ ریاضی ۲ تجربی ۹۷٫۳٫۲۷

۱) وسط BC: $M\left|\begin{matrix}\frac{4+2}{2}=3\\ \frac{3+1}{2}=2\end{matrix}\right.$ $\quad A\left|\begin{matrix}0\\3\end{matrix}\right.$ $\quad m_{AM}=\frac{2-3}{0-3}=-\frac{1}{3}$

معادله AM: $y-3=-\frac{1}{3}(x-0) \rightarrow y=-\frac{1}{3}x+3$

شیب AC: $m_{AC}=\frac{3-3}{0-4}=0 \rightarrow m_{BH}=\infty \rightarrow x=2$ معادله BH

$\begin{cases} y=-\frac{1}{3}x+3 \\ x=2 \end{cases} \rightarrow y=-\frac{2}{3}+3=\frac{7}{3}$ $\quad D\left|\begin{matrix}2\\ \frac{7}{3}\end{matrix}\right.$ $\quad O\left|\begin{matrix}0\\0\end{matrix}\right.$ $\quad OD=\sqrt{4+\frac{49}{9}}=\frac{\sqrt{85}}{3}$

۲) $y=a(x-1)(x-5)$ $\quad S\left|\begin{matrix}\frac{1+5}{2}=3\\ -12\end{matrix}\right. \rightarrow -12=a(3-1)(3-5)$

$\rightarrow a=3 \Longrightarrow y=3(x-1)(x-5)$

۳) $BC^2=5^2+12^2 \rightarrow BC=13$

$AB^2=BH.BC \rightarrow 25=BH\times 13 \rightarrow BH=\frac{25}{13}$

$HM=BM-BH=\frac{13}{2}-\frac{25}{13}=\frac{119}{26}$

۴) $\left.\begin{matrix}\hat{D}=\hat{A}\\ \hat{C}=\hat{C}\end{matrix}\right\} \rightarrow \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEC} \rightarrow \frac{AC}{DC}=\frac{BC}{EC} \rightarrow \frac{16}{7}=\frac{BC}{14} \rightarrow BC=32$

$BD=32-7=25$

۵) $D_f: |x-1|-3\geq 0 \rightarrow |x-1|\geq 3 \rightarrow \begin{cases} x-1\geq 3 \rightarrow x\geq 4 \\ x-1\leq -3 \rightarrow x\leq -2 \end{cases}$

$D_g: \mathbb{R}-\{\pm 3\}$ $\qquad g(x)=0 \rightarrow x=-2$ [illegible]

$$f^{-1}(1)=x \rightarrow f(x)=1 \rightarrow 2x-\sqrt{2-x}=1 \rightarrow 2x-1=\sqrt{2-x}$$ (6

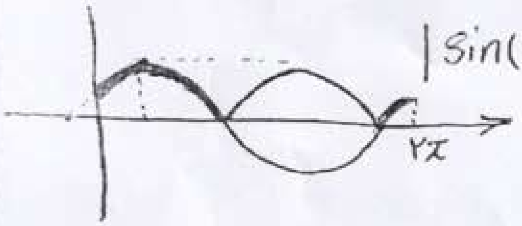
$$\xrightarrow{\wedge 2} 4x^2-4x+1=2-x \rightarrow 4x^2-3x-1=0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \checkmark \\ x=-\frac{1}{4} \times \end{cases}$$

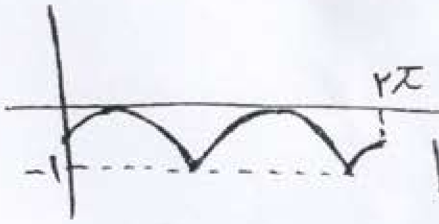
$$\frac{2\cos(270-20)+\sin(180-20)}{\cos(360-20)+4\cos(90+20)}=\frac{-2\sin 20+\sin 20}{\cos 20-4\sin 20}=\frac{-\sin 20}{\cos 20-4\sin 20}$$ (7

$$\frac{-\tan 20}{1-4\tan 20}=a \rightarrow a-4a\tan 20=-\tan 20 \rightarrow \tan 20(4a-1)=a$$

$$\tan 20=\frac{a}{4a-1}$$

(8





$$\log_{6^2}^{6\times 4}=\log_{36}^{6}+\log_{36}^{4}=\frac{1}{2}+\log_{6}^{2}=k \rightarrow \log_6^2=k-\frac{1}{2}$$ (9

$$\log_6^{108}=\log_6^{6^2\times 3}=\log_6^{6^2}+\log_6^{3}=2+\log_6^{3}=2+(1-\log_6^{2})$$

$$2+1-\log_6^2=3-k+\frac{1}{2}=3.5-k$$

$$\begin{cases} 2^{2x}+2^x=72 \rightarrow (2^x)^2+2^x-72=0 \rightarrow (2^x-8)(2^x+9)=0 \begin{cases} 2^x=-9 \times \\ 2^x=2^3 \rightarrow x=3 \end{cases} \\ \log_2(3+1)+\log_2(2y+9)=2 \rightarrow \log_2^{2^2}+\log_2(2y+9)=2 \rightarrow \log_2(2y+9)=0 \end{cases}$$

الف) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{|(x-2)(x-3)|}{2x-\sqrt{x+14}} \times \dfrac{2x+\sqrt{x+14}}{2x+\sqrt{x+14}} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{-(x-2)(x-3)(8)}{4x^2-x-14}$ (11

$$\lim_{x\to 2} \frac{-\cancel{(x-2)}(x-3)(8)}{\cancel{(x-2)}(4x+7)} = \frac{8}{15}$$

ب) $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\sin^2 x}{1+\cos x} = \lim \dfrac{1-\cos^2 x}{1+\cos x} = \lim \dfrac{(1-\cos x)\cancel{(1+\cos x)}}{\cancel{1+\cos x}} = 2$

$x=-1 \to 2(-1)^2+a(-1)+b=0 \to b=a-2$ (12

$$\lim_{x\to -1} \frac{2x^2+ax+a-2}{x^2-2x-3} = \lim \frac{2(x^2-1)+a(x+1)}{(x+1)(x-3)} = \frac{2(x-1)\cancel{(x+1)}+a\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}(x-3)}$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{2x-2+a}{x-3} = \frac{-4+a}{-4} = 2 \to \boxed{a=-4} \to \boxed{b=-6}$$

$f(1)=b \qquad \lim\limits_{x\to 1^+} [-x]+a = -2+a$ (13

$\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} = \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} = 1$

$$\begin{cases} -2+a=1 \to a=3 \\ b=1 \end{cases}$$

(14

$P(B'|A)=P(B')=\frac{1}{3} \to P(B)=\frac{2}{3}$

$P(A'|B)=P(A')=\frac{1}{4} \to P(A)=\frac{3}{4}$

$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{2}$

$P(A\cup B)=\frac{3}{4}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$

۱۵)

چارک اول ، چارک سوم

۹, ۱۰, ۱۱, ۱۳, ۱۴, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۵

۱۱, ۱۳, ۱۴, ۱۷, ۱۸

$$\bar{x} = \frac{۱۱+۱۳+۱۴+۱۷+۱۸}{۵} = \frac{۷۵}{۵} = ۱۵$$

$$\sigma^{۲} = \frac{\overset{۱۶}{(۱۱-۱۵)^{۲}} + \overset{۴}{(۱۳-۱۵)^{۲}} + \overset{۱}{(۱۴-۱۵)^{۲}} + \overset{۴}{(۱۷-۱۵)^{۲}} + \overset{۹}{(۱۸-۱۵)^{۲}}}{۵} = \frac{۳۴}{۵}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{۳۴}{۵}} \qquad cv = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\frac{۳۴}{۵}}}{۱۵} \times ۱۰۰$$