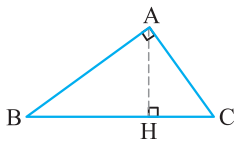
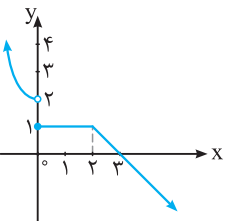


| | | | |
|----------------------------|------------------|------------------|-----------------------|
| سؤالات امتحان درس: ریاضی | رشته: علوم تجربی | ساعت شروع: ۸ صبح | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| سال یازدهم دوره دوم متوسطه | امتحان پایان سال | آزمون شماره (۲) | |

| ردیف | سؤالات | نمره |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱ | اگر α و β ریشه‌های معادله $2x^2 + (m-2)x - 3 = 0$ و $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 3$ باشد، مقدار m را به دست آورید. | ۱ |
| ۲ | فاصله نقطه A روی محور x ها از نقطه $(2, 2)$ برابر $2\sqrt{3}$ است. مختصات نقطه A را مشخص کنید. | ۱ |
| ۳ | در شکل روبه‌رو، $AB = 6$ و $CH = 5$ می‌باشد. طول ارتفاع AH را به دست آورید. | ۱/۵ |
| |  | |
| ۴ | ضابطه وارون تابع $f(x) = 4x - 1$ را بنویسید. | ۱ |
| ۵ | اگر $\tan \theta = 2$ باشد، مقدار عددی عبارت $\frac{2 \cos(\pi + \theta) - 3 \sin(2\pi - \theta)}{\cos(\frac{\pi}{4} + \theta) + 5 \sin(\frac{\pi}{4} - \theta)}$ را به دست آورید. | ۱/۵ |
| ۶ | معادله نمایی $(\sqrt{2})^x = 4^x \times (\frac{1}{4})^{3x-2}$ را حل کنید. | ۱ |
| ۷ | حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. | ۱/۵ |
| | (آ) $\log_{\frac{1}{4}} 4\sqrt{2} + \log_7 \frac{1}{49}$ (ب) $\log_2 5 + 1$ | |
| ۸ | معادله $\log_7(3x+1) + \log_7(x-3) = 5$ را حل کنید. | ۱ |
| ۹ | نمودار تابع نمایی با ضابطه $f(x) = a \times b^x - 5$ از دو نقطه $(1, 7)$ و $(-1, -\frac{17}{4})$ می‌گذرد. مقادیر a و b را به دست آورید. | ۱ |
| ۱۰ | نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 1 \\ -2x & x \leq 1 \end{cases}$ را رسم کنید. حد چپ و راست تابع f را در $x = 1$ به دست آورید. آیا تابع f در $x = 1$ حد دارد؟ چرا؟ | ۱ |
| ۱۱ | با استفاده از نمودار، حاصل عبارت زیر را (در صورت وجود) به دست آورید. | ۱ |
| |  | |
| | $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x) - 3f(0)$ | |
| ۱۲ | حاصل هر یک از حدهای زیر را به دست آورید. | ۱/۵ |
| | (آ) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3-x^2}{\sqrt{4x+1}}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2+3x-10}$ (پ) $\lim_{x \rightarrow 1^-} (3[x]-1)$ (ت) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1-\cos x}$ | |

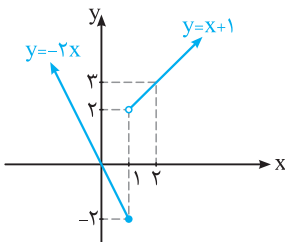
| | | | |
|----------------------------|------------------|------------------|-----------------------|
| سؤالات امتحان درس: ریاضی | رشته: علوم تجربی | ساعت شروع: ۸ صبح | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| سال یازدهم دوره دوم متوسطه | امتحان پایان سال | آزمون شماره (۲) | |

| ردیف | سؤالات | نمره |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱۳ | اگر تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} a \sin x + b \cos 2x & x > \frac{\pi}{2} \\ 2 & x = \frac{\pi}{2} \\ a \sin(3x) + 1 & x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$ در $x = \frac{\pi}{2}$ پیوسته باشد، مقادیر a و b را به دست آورید. | ۱ |
| ۱۴ | نمودار تابع f به صورت مقابل است. کدام گزینه درست و کدام گزینه نادرست است؟ (آ) f در بازه $(0, +\infty)$ پیوسته است. (ب) f در بازه $(-\infty, 0)$ پیوسته است. | ۱ |
| ۱۵ | دو تاس سفید و سیاه را پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع دو تاس بیش‌تر از ۹ باشد، احتمال این‌که دو عدد روشده برابر باشند را به دست آورید. | ۱ |
| ۱۶ | در پرتاب یک سکه و یک تاس با هم، احتمال آن‌که «تاس عدد مضرب ۳ یا سکه «رو» ظاهر شود.» را به دست آورید. | ۱ |
| ۱۷ | در داده‌های آماری زیر، چارک‌های اول و سوم را مشخص کنید و سپس میانگین داده‌های بین آن‌ها را به دست آورید. ۹، ۱۰، ۱۰، ۱۲، ۱۰، ۹، ۱۲، ۱۳، ۱۱، ۱۴، ۱۳، ۱۵، ۱۶، ۱۳، ۱۴ | ۱ |
| ۱۸ | ضریب تغییرات داده‌های ۲، ۳، ۴، ۴، ۴، ۵، ۶ را به دست آورید. | ۱ |
| | جمع نمره | ۲۰ |

| | | |
|------------------|------------------|----------------------------------------|
| رشته: علوم تجربی | | راهنمای تصحیح سوالات امتحان درس: ریاضی |
| آزمون شماره (۲) | امتحان پایان سال | سال یازدهم دوره دوم متوسطه |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱ | $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{m-2}{2}, \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{3}{2}$ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{m-2}{2}}{-\frac{3}{2}} = \frac{m-2}{3} = 3 \Rightarrow m-2=9 \Rightarrow m=11$ | ۱ |
| ۲ | <p>فرض کنیم $A(x,0)$ نقطه‌ای روی محور x ها به فاصله $2\sqrt{2}$ از نقطه $B(2,2)$ باشد، داریم:</p> $AB = \sqrt{(x-2)^2 + (0-2)^2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow (x-2)^2 + 4 = 8 \Rightarrow (x-2)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x-2=2 \\ x-2=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \Rightarrow A(4,0) \\ x=0 \Rightarrow B(0,0) \end{cases}$ | ۱ |
| ۱/۵ | <p>فرض کنیم طول BH برابر x باشد:</p> $AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 6^2 = x(x+5) \Rightarrow x^2 + 5x - 36 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-9 \end{cases} \Rightarrow BH=4$ $\Rightarrow AH^2 = BH \times HC = 4 \times 5 \Rightarrow AH = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$ | ۱/۵ |
| ۱ | $y = 4x - 1 \Rightarrow 4x = y + 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4}(y+1) \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{4}(x+1)$ | ۱ |
| ۱/۵ | $\cos(\pi + \theta) = -\cos\theta, \sin(2\pi - \theta) = -\sin\theta, \cos\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) = -\sin\theta, \sin\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = \cos\theta$ $\Rightarrow \text{حاصل عبارت} = \frac{-2\cos\theta + 3\sin\theta}{-\sin\theta + 5\cos\theta} = \frac{-2\cos\theta + 3\sin\theta}{-\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + 5\frac{\cos\theta}{\cos\theta}} = \frac{-2 + 3\tan\theta}{-\tan\theta + 5} = \frac{-2 + 3(2)}{-2 + 5} = \frac{4}{3}$ | ۱/۵ |
| ۱ | $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} \times 4^x = (2^{-1})^{3x-2} \times (2^2)^x = 2^{-3x+2} \times 2^{2x} = 2^{-3x+2+2x} = 2^{-x+2} \quad (1)$ $(\sqrt{2})^x = (2^{\frac{1}{2}})^x = 2^{\frac{1}{2}x} \quad (2)$ $(1), (2) \Rightarrow 2^{-x+2} = 2^{\frac{1}{2}x} \Rightarrow -x+2 = \frac{1}{2}x \xrightarrow{\times 2} -2x+4 = x \Rightarrow 3x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$ | ۱ |
| ۱/۵ | $\log_{\frac{1}{4}} 4\sqrt{2} = \log_{2^{-2}} 2^2 \times 2^{\frac{1}{2}} = \log_{2^{-2}} 2^{2+\frac{1}{2}} = \log_{2^{-2}} 2^{\frac{5}{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{-2} \log_{2^{-2}} 2 = -\frac{5}{4}$ $\log_{\sqrt{7}} \frac{1}{49} = \log_{7^{\frac{1}{2}}} 7^{-2} = -2 \log_{7^{\frac{1}{2}}} 7 = -2 \Rightarrow \text{حاصل عبارت} = -\frac{5}{4} - 2 = -\frac{13}{4}$ <p>$7^{1+\log_7 5} = 7^1 \times 7^{\log_7 5} = 7^1 \times 5 = 35$</p> | ۱/۵ |
| ۱ | $\log_7(3x+1) + \log_7(x-3) = \log_7((3x+1)(x-3)) = 5 \Rightarrow (3x+1)(x-3) = 7^5 = 16807$ $\Rightarrow 3x^2 - 9x + x - 3 = 16807 \Rightarrow 3x^2 - 8x - 16810 = 0$ $\Delta = 64 - 4(3)(-16810) = 64 + 42000 = 42064 = 205^2 \Rightarrow x = \frac{8 \pm 205}{2(3)} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{8+205}{6} = \frac{213}{6} = 35.5 \\ x = \frac{8-205}{6} = -\frac{197}{6} \end{cases}$ <p>(غیرقابل قبول)</p> | ۱ |

| | |
|----------------------------------------|------------------|
| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان درس: ریاضی | رشته: علوم تجربی |
| سال یازدهم دوره دوم متوسطه | امتحان پایان سال |
| | آزمون شماره (۲) |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره | | | | | | | | | | | | |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|---|---|-----------|---|---|---|---|---|---------|---|----|---|
| ۹ | $f(1) = a \times b^1 - 5 = 7 \Rightarrow a \times b = 12 \quad (1)$ $f(-1) = a \times b^{-1} - 5 = -\frac{17}{4} \Rightarrow a \times b^{-1} = 5 - \frac{17}{4} = \frac{3}{4} \quad (2)$ $\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{a \times b}{a \times b^{-1}} = \frac{12}{\frac{3}{4}} \Rightarrow \frac{b}{\frac{1}{b}} = 16 \Rightarrow b^2 = 16 \Rightarrow b = \pm 4$ در تابع نمایی، پایه عددی مثبت و مخالف یک است، پس $b = 4$ قابل قبول است و داریم: $b = 4 \xrightarrow{a \times b = 12} 4a = 12 \Rightarrow a = 3$ | ۱ | | | | | | | | | | | | |
| ۱۰ | <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>x</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>y = x + 1</td><td>۲</td><td>۳</td></tr></table> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>x</td><td>۰</td><td>۱</td></tr><tr><td>y = -2x</td><td>۰</td><td>-2</td></tr></table>  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -2$ حد چپ و راست f در $x = 1$ برابر نمی‌باشند، پس تابع f در $x = 1$ حد ندارد. | x | ۱ | ۲ | y = x + 1 | ۲ | ۳ | x | ۰ | ۱ | y = -2x | ۰ | -2 | ۱ |
| x | ۱ | ۲ | | | | | | | | | | | | |
| y = x + 1 | ۲ | ۳ | | | | | | | | | | | | |
| x | ۰ | ۱ | | | | | | | | | | | | |
| y = -2x | ۰ | -2 | | | | | | | | | | | | |
| ۱۱ | $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1, \quad f(0) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x) - 3f(0) = 2 + 1 - 3 = 0$ | ۱ | | | | | | | | | | | | |
| ۱۲ | (ا) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - x^2}{\sqrt{4x + 1}} = \frac{3 - (2)^2}{\sqrt{4(2) + 1}} = \frac{-1}{\sqrt{9}} = -\frac{1}{3}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x - 10} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+5)} = \frac{2+2}{2+5} = \frac{4}{7}$ (پ) $x \rightarrow 1^- \Rightarrow x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} (2[x] - 1) = 2 \times 0 - 1 = -1$ (ت) $\sin^x x = 1 - \cos^x x = (1 - \cos x)(1 + \cos x)$ $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^x x}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{1 - \cos x} = 1 + \cos 0 = 2$ | ۱/۵ | | | | | | | | | | | | |
| ۱۳ | $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} f(x) = f(\frac{\pi}{4}) = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} f(x)$ شرط پیوستگی تابع f در $x = \frac{\pi}{4}$: $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} (a \sin x + b \cos 2x) = a \sin \frac{\pi}{4} + b \cos 2(\frac{\pi}{4}) = a - b$ $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} (a \sin(3x) + 1) = a \sin(\frac{3\pi}{4}) + 1 = -a + 1$ $a - b = 2 = -a + 1 \Rightarrow \begin{cases} -a + 1 = 2 \Rightarrow a = -1 \\ a - b = 2 \Rightarrow -1 - b = 2 \Rightarrow b = -3 \end{cases}$ | ۱ | | | | | | | | | | | | |

| | |
|----------------------------------------|------------------|
| راهنمای تصحیح سوالات امتحان درس: ریاضی | رشته: علوم تجربی |
| سال یازدهم دوره دوم متوسطه | امتحان پایان سال |
| | آزمون شماره (۲) |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱۴ | <p>(آ) درست است، زیرا f در هر نقطه از بازه باز $(0 + \infty)$ پیوسته و در $x = 0$ پیوستگی راست دارد.</p> <p>(ب) نادرست است، زیرا f در $x = -2$ پیوستگی راست ندارد.</p> | ۱ |
| ۱۵ | <p>$B \Rightarrow B = \{(4,6), (5,5), (5,6), (6,4), (6,5), (6,6)\}$ مجموع دو تاس بیش تر از ۹ باشد.</p> <p>$A \Rightarrow A \cap B = \{(5,5), (6,6)\}$ دو عدد رو شده برابر باشند.</p> <p>$n(A \cap B) = 2$, $n(B) = 6 \Rightarrow P(A B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$</p> | ۱ |
| ۱۶ | <p>$A \Rightarrow A = \{3,6\} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ عدد روی تاس مضرب ۳</p> <p>$B \Rightarrow B = \{r\} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{4}$ سکه «رو» ظاهر شود</p> <p>$A \Rightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ B و A مستقل از یکدیگرند.</p> <p>$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{4+3-1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$</p> | ۱ |
| ۱۷ | <p>داده‌ها : ۹, ۹, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۳, ۱۳, ۱۳, ۱۳, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۶</p> <p>$Q_1 = \frac{X_4 + X_5}{2} = \frac{10 + 10}{2} = 10$, $Q_3 = \frac{X_{12} + X_{13}}{2} = \frac{13 + 14}{2} = 13.5$</p> <p>$Q_3$ و Q_1 بین هشت داده بین ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۳, ۱۳, ۱۳</p> <p>$\bar{X} = \frac{10 + 11 + 12 + 12 + 12 + 13 + 13 + 13}{8} = \frac{96}{8} = 12$</p> | ۱ |
| ۱۸ | <p>$\bar{X} = \frac{2+3+4+4+4+5+6}{7} = \frac{28}{7} = 4$</p> <p>$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(2-4)^2 + (3-4)^2 + 3(4-4)^2 + (5-4)^2 + (6-4)^2}{7} = \frac{4+1+0+1+4}{7} = \frac{10}{7}$</p> <p>$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{10}{7}} \approx 1.19 \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} \approx \frac{1.19}{4} = 0.2975$</p> | ۱ |
| ۲۰ | جمع نمره | |