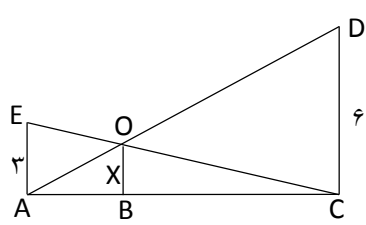


<p>درس: ریاضی ۲ تاریخ امتحان: ۹۸/۳/۱۸ مدت امتحان: ۱۰۵ دقیقه نمره با عدد: نمره با حروف:</p>	<p>باسم تعالی اداره آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا</p>	<p>نام: نام خانوادگی: کلاس: پایه: یازدهم تجربی شماره صندلی:</p>
بارم	سوال	ردیف
۱	<p>دو نقطه $A(0,3)$ و $C(-2,7)$ دو سر قطر یک مربع هستند. معادله قطر دیگر مربع را بنویسید.</p>	۱
۱	<p>معادله مقابل را حل کنید. $\sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{x^4 + 3y - 1} = 0$</p>	۲
۱	<p>ثابت کنید در هر مثلث، هر سه عمود منصف اضلاع، هم‌رس می‌باشند. (یعنی یکدیگر را در یک نقطه قطع می‌کنند.)</p>	۳
۱/۵	<p>در شکل مقابل مقدار X را بدست آورید.</p> 	۴

<p>۱</p> <p>۱/۵</p>	<p>الف) دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{[x]+2}$ را بدست آورید.</p> <p>ب) تابع $f(x) = [2x - 1]$ را در فاصله $x \in [0,2)$ رسم کنید.</p>	<p>۵</p>
<p>۱</p> <p>۱</p> <p>۱</p>	<p>الف) در دایره‌ای به شعاع ۱۲ متر، طول کمانی از دایره ۹ متر است. زاویه مرکزی مقابل به این کمان چند رادیان است؟</p> <p>ب) اگر $30 \leq x \leq 75$ و $\sin 2x = \frac{m-1}{3}$ باشد، حدود m را بدست آورید؟</p> <p>ج) اگر $\tan 15^\circ = 0/28$ باشد حاصل عبارت مقابل را بدست آورید.</p> $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} =$	<p>۶</p>

<p>۱</p> <p>۱/۲۵</p> <p>۱/۲۵</p>	<p>الف) تابع $f(x) = 2^{x-2} - 1$ را به روش انتقال مرحله‌ای رسم کنید.</p> <p>ب) اگر $\log_2 9 = x$ باشد، حاصل $\log_6 2$ را بر حسب x بدست آورید.</p> <p>ج) معادله لگاریتمی زیر را حل کنید و جواب‌های قابل قبول را تعیین کنید.</p> $\log_4 x + 4 \log_x 2 = 3$	<p>۷</p>
<p>۲/۲۵</p>	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x^2 - x - 2 }{x^2 - 4}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x] - 1}{x - 1}$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$</p>	<p>۸</p>

<p>نام: _____</p> <p>نام خانوادگی: _____</p> <p>کلاس: _____</p> <p>پایه: یازدهم تجربی</p> <p>شماره صندلی: _____</p>	<p>باستغاثی</p> <p>اداره آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران</p> <p>دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا</p>	<p>درس: ریاضی ۲</p> <p>تاریخ امتحان: ۹۸/۳/۱۸</p> <p>مدت امتحان: ۱۰۵ دقیقه</p> <p>نمره با عدد: _____</p> <p>نمره با حروف: _____</p>
---	--	--

بارم	سوال	ردیف
------	------	------

۱	<p>دو نقطه $A(0,3)$ و $C(-2,7)$ دو سر قطر یک مربع هستند. معادله قطر دیگر مربع را بنویسید.</p> <p> $M \in AC \Rightarrow \frac{y-3}{x-0} = \frac{7-3}{-2-0} \Rightarrow \frac{y-3}{x} = -2 \Rightarrow M \in BD \Rightarrow \frac{1}{4}$ $M \left(\frac{-2+0}{2}, \frac{7+3}{2} \right) = (-1, 5)$ $y-5 = \frac{1}{4}(x+1) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{11}{4} \rightarrow BD$ </p>	۱
---	--	---

۱	<p>معادله مقابل را حل کنید.</p> $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{x^4+3y-1} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2-4=0 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x = \pm 2 \\ x^2+3y-1=0 \Rightarrow 14+3y-1=0 \Rightarrow y = -5 \end{cases}$	۲
---	---	---

۱	<p>ثابت کنید در هر مثلث، هر سه عمود منصف اضلاع، هم‌رس می‌باشند. (یعنی یکدیگر را در یک نقطه قطع می‌کنند).</p> <p>فرض کنید O محل برخورد عمود منصف اضلاع AB، AC باشد.</p> <p> AB عمود منصف $O \Rightarrow OA = OB$ AC عمود منصف $O \Rightarrow OA = OC$ $\Rightarrow OB = OC \Rightarrow O$ روی عمود منصف BC است. پس سه عمود منصف اضلاع مثلث، هم‌رسند. </p>	۳
---	--	---

۱/۵	<p>در شکل مقابل مقدار x را بدست آورید.</p> <p> $\triangle AEC : \frac{x}{3} = \frac{BC}{AC}$ $\triangle ADC : \frac{x}{4} = \frac{AB}{AC}$ $\Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 1$ $\Rightarrow \frac{4x+3x}{12} = 1 \Rightarrow 7x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{7}$ </p>	۴
-----	---	---

الف) دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{|x|+2}$ را بدست آورید.

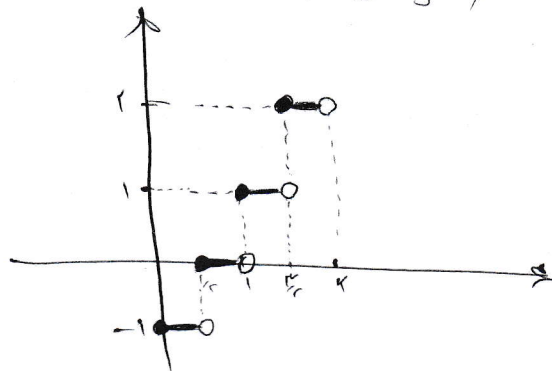
1- $1-x \geq 0 \rightarrow x \leq 1$ (1)

$[x] + 2 = 0 \Rightarrow [x] = -2 \rightarrow -2 \leq x < -1$ (2)

(1), (2) $\Rightarrow D_f = (-\infty, -2) \cup [-1, 1]$

ب) تابع $f(x) = [2x - 1]$ را در فاصله $x \in [0, 2]$ رسم کنید.

$f(x) = [2x] \rightarrow$



$0 \leq x < 1 \Rightarrow 0 \leq 2x < 2$

1/5

$0 \leq 2x < 1 \Rightarrow y = -1 \rightarrow 0 \leq x < 1/2$

$1 \leq 2x < 2 \Rightarrow y = 0 \rightarrow 1/2 \leq x < 1$

$2 \leq 2x < 3 \Rightarrow y = 1 \rightarrow 1 \leq x < 3/2$

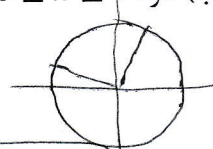
$3 \leq 2x < 4 \Rightarrow y = 2 \rightarrow 3/2 \leq x < 2$

الف) در دایره‌ای به شعاع ۱۲ متر، طول کمانی از دایره ۹ متر است. زاویه مرکزی مقابل به این کمان چند رادیان است؟

$\theta = \frac{L}{R} \Rightarrow \theta = \frac{9}{12} \Rightarrow \theta = \frac{3}{4}$

ب) اگر $30 \leq x \leq 75$ و $\sin 2x = \frac{m-1}{3}$ باشد، حدود m را بدست آورید؟

$30 \leq x \leq 75 \Rightarrow 60 \leq 2x \leq 150 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \sin 2x \leq 1$



$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{m-1}{3} \leq 1 \rightarrow \frac{3}{2} \leq m-1 \leq 3 \Rightarrow \frac{5}{2} \leq m \leq 4$

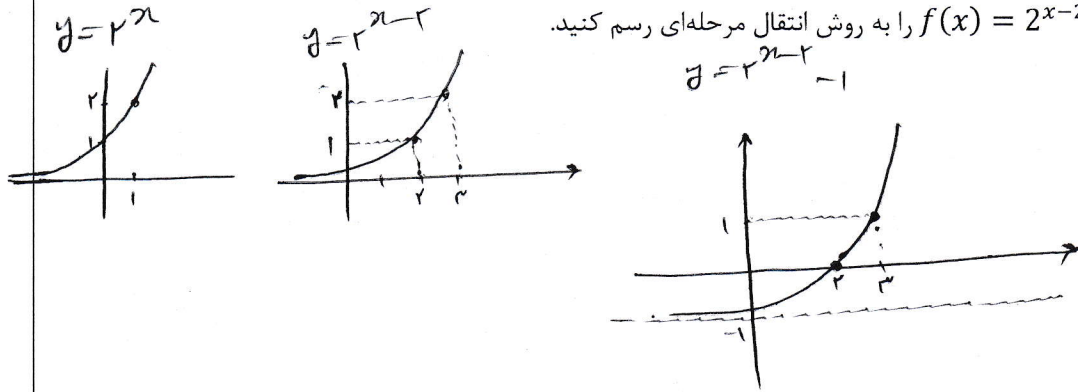
ج) اگر $\tan 15^\circ = 0/28$ باشد حاصل عبارت مقابل را بدست آورید.

$\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = \frac{\cos(360^\circ + 15^\circ) - \sin(180^\circ - 15^\circ)}{\sin(360^\circ + 15^\circ) - \sin(90^\circ + 15^\circ)}$

$\frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ} = \frac{\text{tg} 15^\circ + 1}{\text{tg} 15^\circ - 1} = \frac{0/28 + 1}{0/28 - 1} = \frac{1/28}{-1/28} = -1$

$= \frac{-14}{9}$

الف) تابع $f(x) = 2^{x-2} - 1$ را به روش انتقال مرحله‌ای رسم کنید.



ب) اگر $\log_2 9 = x$ باشد، حاصل $\log_6 2$ را بر حسب x بدست آورید.

۱/۲۵

$$\log_2 9 = x \Rightarrow \log_2 3^2 = x \Rightarrow \log_2 3 = \frac{x}{2}$$

$$\log_6 2 = \frac{1}{\log_2 6} = \frac{1}{1 + \log_2 3} = \frac{1}{1 + \frac{x}{2}} = \frac{2}{2+x}$$

ج) معادله لگاریتمی زیر را حل کنید و جواب‌های قابل قبول را تعیین کنید.

$$\log_4 x + 4 \log_x 2 = 3 \rightarrow \frac{1}{2} \log_2 x + 4 \log_2 \frac{1}{x} = 3 \xrightarrow{\log_2 x = A} \frac{A}{2} + \frac{4}{A} = 3 \Rightarrow$$

۱/۲۵

$$A^2 + 8 = 6A \Rightarrow A^2 - 6A + 8 = 0 \Rightarrow (A-2)(A-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A=2 \\ A=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A=2 \Rightarrow \log_2 x = 2 \Rightarrow x=4 \\ A=4 \Rightarrow \log_2 x = 4 \Rightarrow x=16 \end{cases}$$

حدهای زیر را محاسبه کنید.

۸

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - x - 2|}{x^2 - 4} = \frac{0}{0}$ (توجه) $\rightarrow \lim_{n \rightarrow 2^-} \frac{-(n^2 - n - 2)}{n^2 - 4} = \lim_{n \rightarrow 2^-} \frac{-(n-2)(n+1)}{(n-2)(n+2)} =$

$$\lim_{n \rightarrow 2^-} \frac{-(n+1)}{n+2} = \frac{-3}{4}$$

۲/۲۵

ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x]-1}{x-1} = \frac{[1^+]-1}{1^+-1} = \frac{1-1}{0^+} = \frac{0}{0^+} = 0$

ج) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} = \frac{0}{0}$ (توجه) $\rightarrow \lim_{n \rightarrow 2} \frac{\sqrt{n+2}-2}{(n-2)(\sqrt{n+2}+2)} = \lim_{n \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{n+2}+2} = \frac{1}{4}$

اگر تابع با ضابطه مقابل در \mathbb{R} پیوسته باشد، مقادیر a و b را بدست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - a & : x < 1 \\ 3 & : x = 1 \\ bx - 1 & : x > 1 \end{cases}$$

۱/۲۵

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow b - 1 = 1 - a = 3 \quad \left\{ \begin{array}{l} b = 4 \\ a = -2 \end{array} \right.$$

الف) در پرتاب یک تاس، اگر ۵ ظاهر نشود، دو سکه پرتاب می کنیم با کدام احتمال دست کم یک سکه «رو» ظاهر می شود؟

۱۰

ظهور ۵ ← A → P(B|A) = $\frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{5 \times 2}{5 \times 2 + 1} = \frac{5}{11}$

دست کم یک سکه رو ← B

۱

$$\left. \begin{array}{l} P(A) = \frac{5}{4} \rightarrow \text{رو ۵ یا ۶} \\ P(B) = \frac{3}{2} \rightarrow \text{دست کم یک سکه رو} \end{array} \right\} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$$

ب) احتمال اینکه علی در درس ریاضی قبول شود، دو برابر احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال اینکه حداقل یکی از آنها در درس ریاضی قبول شوند ۰/۶۲۵ باشد، علی با چه احتمالی در این درس قبول خواهد شد؟

علی در درس ریاضی قبول شود ← A → P(A) = 2m

دوست علی در درس ریاضی قبول شود ← B → P(B) = n

P(A ∪ B) = ۰/۶۲۵ →

۱

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.625 \rightarrow 2m + n - 2m^2 = 0.625 \Rightarrow 2m^2 - 2m + 0.625 = 0$$

$$\Rightarrow 2 \dots 2m^2 - 2 \dots m + 425 = 0 \xrightarrow{\div 2} 14m^2 - 12m + 5 = 0$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 2m^2 \Rightarrow n = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 280}}{14} = \frac{12 \pm \sqrt{94}}{14} = \frac{12 \pm 1}{14}$$

$\left\{ \begin{array}{l} m = \frac{1}{2} \\ n = \frac{5}{14} \end{array} \right. \checkmark$

انحراف معیار ۵ داده آماری صفر است، اگر سه داده ۱۰ و ۹ و ۴ را به داده‌ها اضافه کنیم، میانگین هشت داده برابر ۶ می شود واریانس هشت داده چقدر است؟

۱۱

میانگین ۶ برابر است → انحراف معیار ۵ داده

$$\frac{5 + 4 + 9 + 10}{4} = 6 \Rightarrow 5n = 24 - 22 \rightarrow n = 5$$

$$\frac{5(5-6)^2 + (4-6)^2 + (9-6)^2 + (10-6)^2}{4} = \frac{5 + 4 + 9 + 16}{4}$$

۱

$$= \frac{34}{4} = 8.5 \rightarrow \text{واریانس ۵ داده}$$