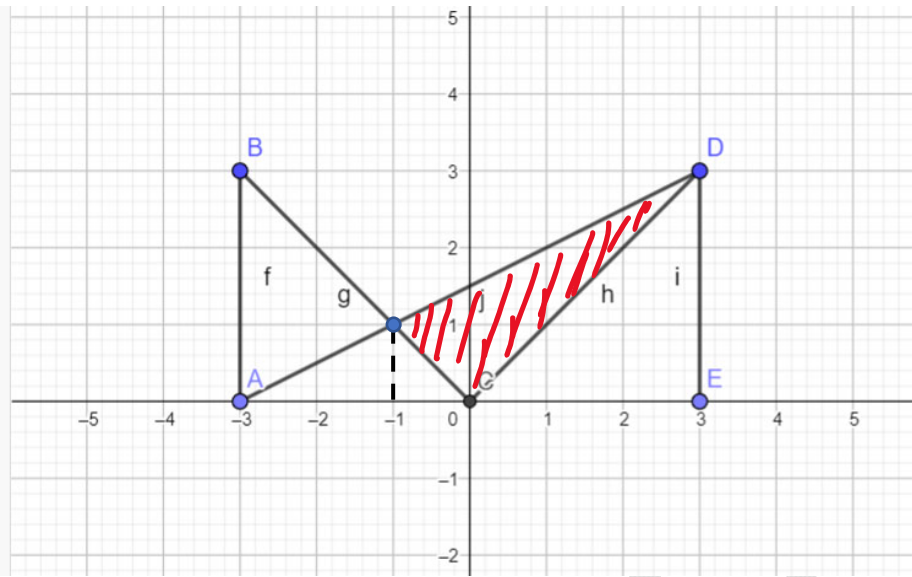
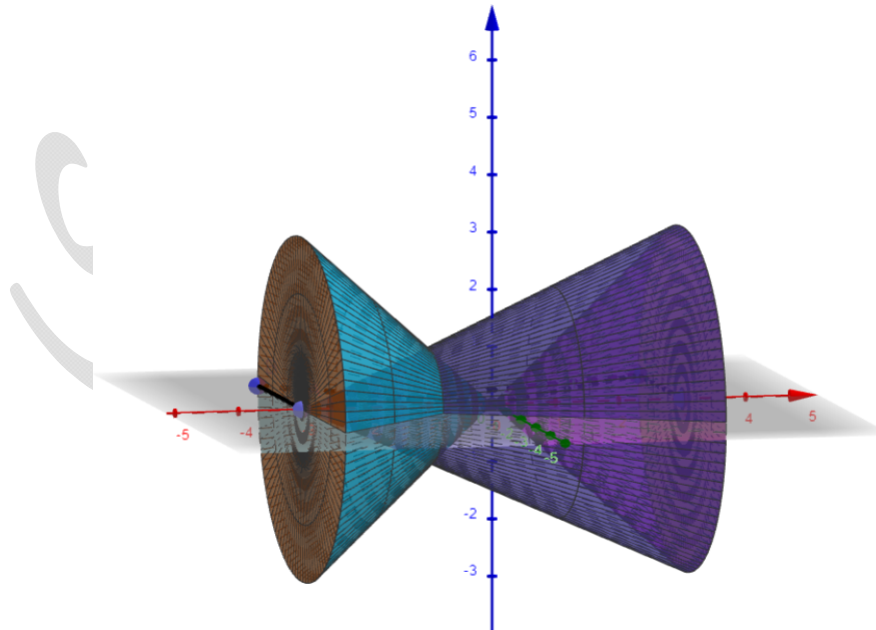


۱- حجم جسم حاصل از دوران ناحیه مشخص شده را حول محور افقی بیابید.



پاسخ: دوران یافته شکل بصورت زیر خواهد بود:



با توجه به شکل فوق ابتدا حجم مخروط حاصل از دوران مثلث  $\triangle ADE$  را محاسبه میکنیم:

$$V_{ADE} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (3)^2 (6) = 18\pi$$

حال حجم جسم حاصل از دوران مثلث ساخته شده روی پاره خط  $AC$  را میابیم و از  $V_{ADE}$  کم میکنیم:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{3} \pi r^2 h_1 = \frac{1}{3} \pi (1)^2 (3) = \pi \\ V_2 &= \frac{1}{3} \pi r^2 h_2 = \frac{1}{3} \pi (1)^2 (1) = \frac{\pi}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow V = V_1 + V_2 = \frac{4\pi}{3}$$

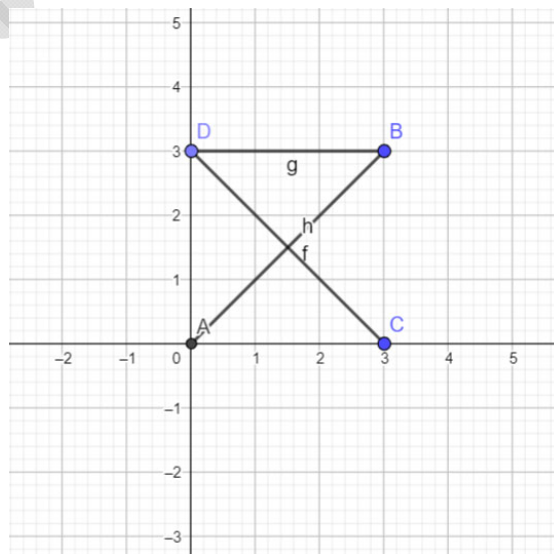
$$V_{ADE} - V = 18\pi - \frac{4\pi}{3} = \frac{50\pi}{3}$$

حال حجم مخروط حاصل از دوران مثلث  $\triangle CDE$  را محاسبه میکنیم و از مقدار اخیر کسر میکنیم تا حجم مطلوب محاسبه گردد:

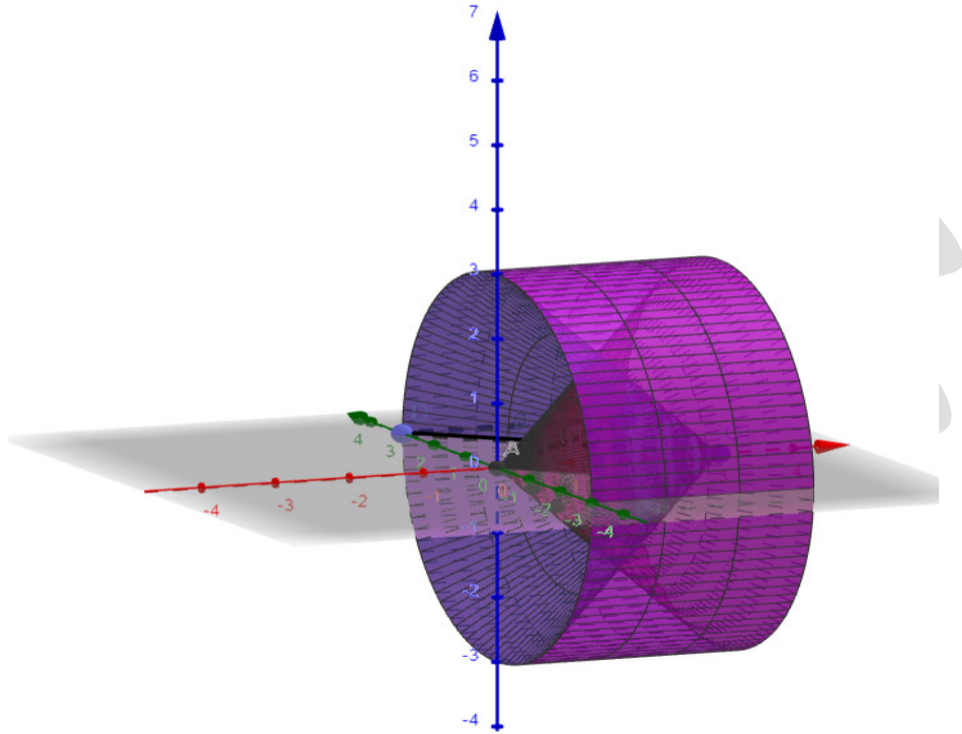
$$V_3 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (3)^2 (3) = 9\pi$$

$$V_F = \frac{50\pi}{3} - 9\pi = \frac{23\pi}{3} \quad \square$$

۲- حجم جسم حاصل از دوران شکل زیر را بیابید.



پاسخ: دوران یافته شکل بصورت زیر خواهد بود:



حجم مخروط‌های ساخته شده بر  $BC$  و  $AD$  را محاسبه میکنیم و از حجم استوانه کم میکنیم:

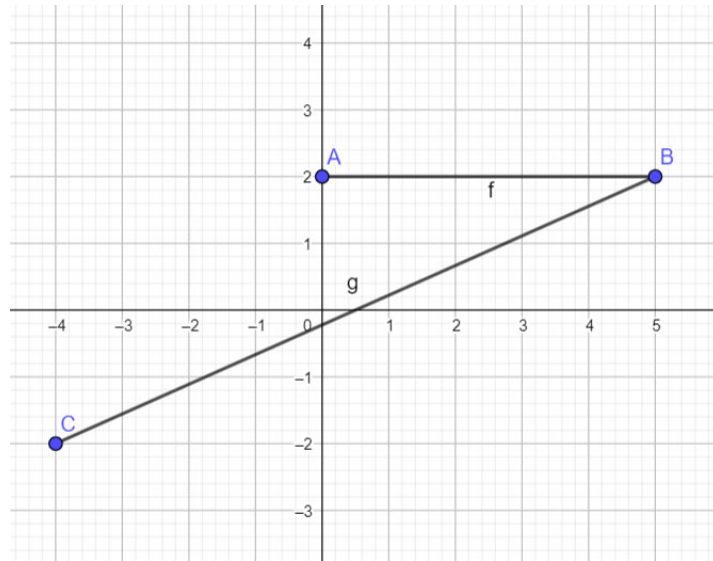
$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\pi}{8}$$

$$V_c = \pi r^2 h = \pi (3)^2 (3) = 27\pi$$

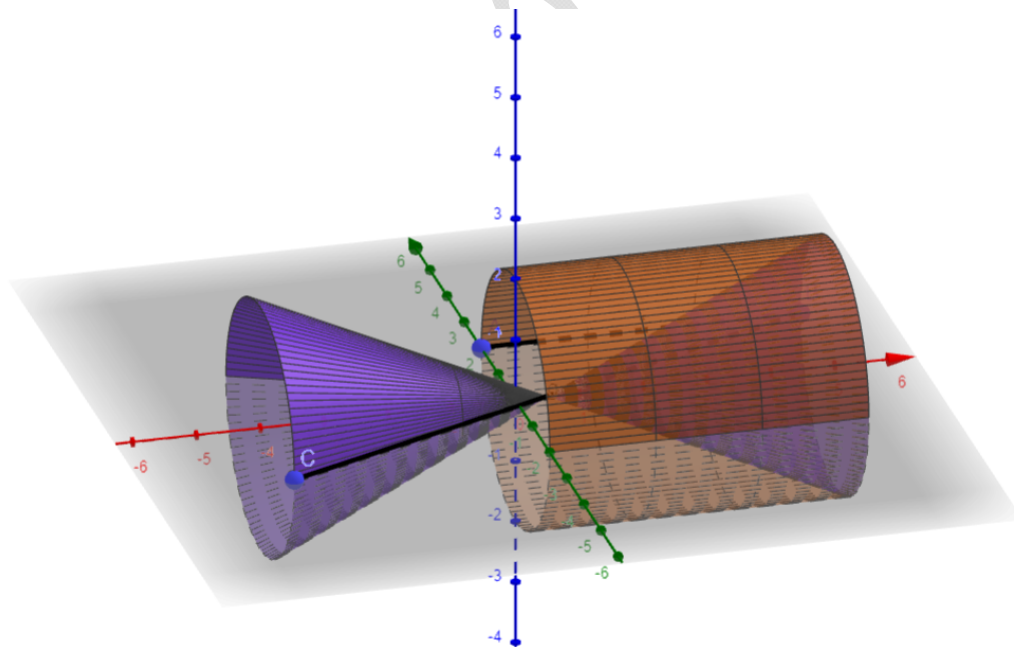
$$V_F = 27\pi - 2\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{107\pi}{4}$$

□

۳- حجم حاصل از دوران شکل زیر را بیابید.



پاسخ:



برای حل کافیت دقت کنیم که جسم حاصل از دوران  $BC$  دو مخروط خواهد بود. حال کافیت حجم یکی از مخروطها را از استوانه کسر کنیم و سپس مقدار نهایی را با حجم مخروط دیگر جمع کنیم:

$$\left. \begin{aligned} V_c &= \pi r^2 h = \pi(2)^2(5) = 20\pi \\ V_1 &= \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi(2)^2(5.5) = \frac{22\pi}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow V = 20\pi - \frac{22\pi}{3} = \frac{38\pi}{3}$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi(2)^2(4.5) = 6\pi \Rightarrow V_F = \frac{38\pi}{3} + 6\pi = \frac{56\pi}{3} \quad \square$$

موسسه تخصصی