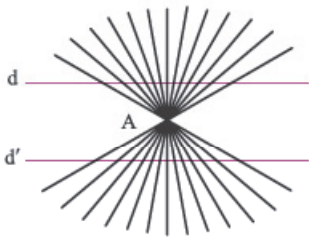


فصل ۲

استدلال و اثبات در هندسه

استدلال

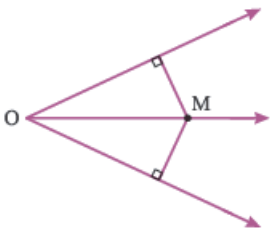
۱- در میان عبارتهای زیر استدلالهای معتبر را با ذکر دلیل مشخص کنید.
الف خطهای d و d' در حوالی نقطه‌ی A دارای انحنا هستند.



ب در خیابانهای اصلی، در ساعاتهای تعطیلی مدارس، ترافیک سنگین تر است.

ج در آپارتمانها هر چه به طبقات بالاتر برویم، چراغهای راهپله کم نورتر است.

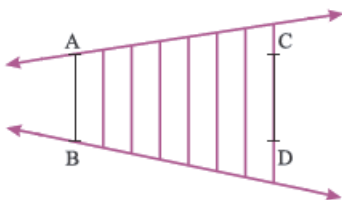
د در شکل مقابل OM ، نیمساز زاویه‌ی O ، زاویه‌ی M را هم نصف می‌کند.



ه در تعطیلات نوروز، هوای شهرهای بزرگ مثل تهران نسبت به سایر روزها تمیزتر است.

و هر وقت که ماشین را بشویم حتماً باران می‌بارد.

ز $\overline{AB} > \overline{CD}$

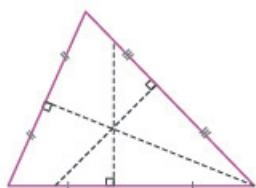


۲- کدامیک از استدلالهای زیر نادرست است؟ نادرست‌ها را با آوردن یک مثال نقض رد کنید.

الف اگر دو عدد اعشاری در هم ضرب شوند، همیشه تعداد رقم‌های اعشاری حاصل ضرب از تعداد رقم‌های اعشاری آن دو عدد، بیشتر است.
برای مثال: $۱٫۲ \times ۳٫۷ = ۴٫۴۴$

ب همیشه معکوس یک عدد صحیح از خود آن عدد صحیح کوچک‌تر است برای مثال: $\frac{۱}{۳} \rightarrow$ معکوس ۳.

ج همیشه اگر قطر یک چهارضلعی، نیمساز یکی از زاویه‌های آن چهارضلعی باشد، نیمساز زاویه‌ی مقابلش هم هست. برای مثال در لوزی



همیشه عمود منصف‌های نظیر ضلع‌های یک مثلث، هر سه از یک نقطه می‌گذرند. برای مثال:

آشنایی با اثبات در هندسه

۱- فرض و حکم مسئله‌های زیر را بنویسید. برای هر مسئله شکل مناسب رسم کرده و آن را نام‌گذاری کنید.

الف در هر متوازی‌الاضلاع، نیمساز زاویه‌های مقابل موازی است.

ب در هر متوازی‌الاضلاع، نیمساز زاویه‌های مجاور بر هم عمود است.

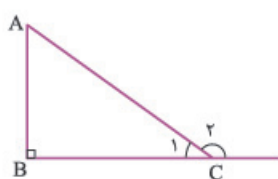
ج در هر دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، قطرهای برابر است.

د هر دوزنقه‌ای که زاویه‌های مجاور به یک قاعده‌اش برابر باشد، متساوی‌الساقین است.

۲- استدلال‌های زیر را درست و معتبر کنید.

الف مسئله: اندازه‌ی زاویه‌ی خارجی هر مثلث برابر با مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیرمجاورش است.

استدلال: یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویه‌های تند 40° و 50° را در نظر بگیرید.

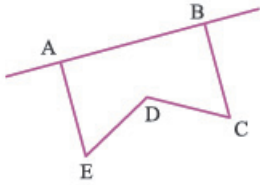


فرض	$\hat{A} = 50^\circ$	$\hat{B} = 90^\circ$	$\hat{C}_1 = 40^\circ$	$\hat{C}_2 = 180^\circ - \hat{C}_1 = 140^\circ$	} $\hat{C}_2 = \hat{A} + \hat{B}_1$ حکم ثابت شد.
حکم	$\hat{C}_2 = \hat{A} + \hat{B}$		$\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ + 50^\circ = 140^\circ$		

پ تعریف دیگری برای چندضلعی مقعر چنین است: «چندضلعی را مقعر گوئیم که ضلعی داشته باشد که اگر آن ضلع را امتداد دهیم خط حاصل، چندضلعی را قطع کند. در غیر این صورت چندضلعی محدب است.»

مسئله: آیا چندضلعی مقابل محدب است؟

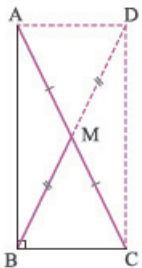
استدلال: بله؛ زیرا اگر ضلع AB را امتداد دهیم، خط حاصل از چندضلعی عبور نمی‌کند.



ح مسئله: در هر مثلث قائم‌الزاویه، طول میانه‌ی نظیر وتر، نصف وتر است.

استدلال: مثلث قائم‌الزاویه و میانه‌ی BM نظیر وتر AC را در نظر بگیرید.

از نقطه‌ی M به اندازه‌ی BM امتداد می‌دهیم و نقطه‌ی D به دست آمده را D می‌نامیم.



فرض	$\hat{B} = 90^\circ$ $\overline{AM} = \overline{MC}$ $\overline{BM} = \overline{MD}$
حکم	$\overline{BM} = \overline{AM} = \overline{MC}$

چهارضلعی ABCD کاملاً شبیه به یک مستطیل است و در هر مستطیل قطرها برابرند و یکدیگر را نصف می‌کنند. پس:

$$\overline{AM} = \overline{MC} = \overline{BM} = \overline{MD} \longrightarrow \text{BM نصف AC است}$$

۳- در هر مورد نشان دهید که آیا نتیجه‌ای که از فرض‌های مشخص شده گرفته شده، معتبر است؟ پاسخ خود را توضیح دهید یا با مثال نقض استدلال را رد کنید.

الف هر مربع یک لوزی است. هر مربع ۴ محور تقارن دارد. **پ** هر مربع یک لوزی است. هر مربع ۴ محور تقارن دارد. **ب** هر مربع یک لوزی است. هر مربع ۴ محور تقارن دارد. **ج** هر مربع یک لوزی است. هر مربع ۴ محور تقارن دارد.

ح هر مضرب ۶ بر ۲ بخش پذیر است. x بر ۲ بخش پذیر است. **ب** هر مضرب ۶ بر ۲ بخش پذیر است. x بر ۲ بخش پذیر است. **پ** هر مضرب ۶ بر ۲ بخش پذیر است. x بر ۲ بخش پذیر است. **ج** هر مضرب ۶ بر ۲ بخش پذیر است. x بر ۲ بخش پذیر است.

۴- از فرض‌های داده شده، نتیجه‌گیری صحیح انجام دهید.

الف در مستطیل همه‌ی زاویه‌ها برابرند. در لوزی همه‌ی ضلع‌ها برابرند. مربع نوعی مستطیل و نوعی لوزی است. **ب** در مستطیل همه‌ی زاویه‌ها برابرند. در لوزی همه‌ی ضلع‌ها برابرند. مربع نوعی مستطیل و نوعی لوزی است.

ب مجموع زاویه‌های داخلی مثلث 180° است. دو تا از زاویه‌های مثلث ABC، برابر با 60° است. **الف** مجموع زاویه‌های داخلی مثلث 180° است. دو تا از زاویه‌های مثلث ABC، برابر با 60° است.



طول یک وتر \overline{AB} برابر با شعاع دایره است. همه شعاع‌های دایره برابرند.

(خاصیتی از مربع)

هر چهارضلعی که چهار ضلعش برابر باشد، لوزی است. مربع، چهارضلع برابر دارد.

همیشه‌شکل‌ها

۱- ثابت کنید نقطه‌ی وسط طول هر مستطیل از دو رأس مقابل آن به یک فاصله است.

۲- ثابت کنید میانه‌ی نظیر قاعده‌ی هر مثلث متساوی‌الساقین، نیمساز رأس آن نیز هست.

۳- ثابت کنید نیمساز نظیر رأس هر مثلث متساوی‌الساقین، عمودمنصف قاعده نیز هست.

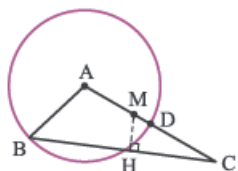
۴- ثابت کنید هر شعاعی که بر وتر دایره عمود شود، عمودمنصف آن است.

۵- ثابت کنید هر شعاعی که وتر دایره را نصف کند، عمودمنصف آن است.

۶- ثابت کنید در هر مثلث قائم‌الزاویه میانه‌ی نظیر وتر، نصف وتر است.

۷- ثابت کنید در هر مثلث متساوی الساقین، فاصله‌ی وسط ساق‌ها از قاعده برابر است.

۸- در شکل زیر \overline{MH} عمود منصف \overline{BC} است ثابت کنید:



$$\hat{A}BM = \hat{C}DB$$

حل مسئله در هندسه

۱- ثابت کنید در هر متوازی‌الاضلاع، نیمساز زاویه‌های مقابل موازی است.

۲- ثابت کنید در هر متوازی‌الاضلاع، نیمساز زاویه‌های مجاور بر هم عمود است.

۳- ثابت کنید دو خط عمود بر یک خط موازی‌اند.

۴- ثابت کنید دو خط موازی با یک خط موازی‌اند.

۵- ثابت کنید اگر زاویه‌های مجاور به یک قاعده در دوزنقه‌ای مساوی باشد آن دوزنقه، متساوی الساقین است.

۶- ثابت کنید قطرهای یک دوزنقه‌ی متساوی الساقین با هم برابرند.



۷- ثابت کنید هر دو زاویه که ضلع‌های آن‌ها با هم موازی باشد، با هم برابر یا مکمل‌اند.

۸- ثابت کنید هر دو زاویه که ضلع‌های آن‌ها بر هم عمود باشد، با هم برابر یا مکمل‌اند.

۹- ثابت کنید اگر یک ضلع از دو زاویه با هم موازی و ضلع دیگرشان بر هم عمود باشند، آن دو زاویه متمم یکدیگرند.

شکل‌های متشابه

نادرست	درست
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

۱- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف دو مستطیل دلخواه متشابه‌اند.

ب دو لوزی دلخواه که یک زاویه‌ی برابر داشته باشند، متشابه‌اند.

ج دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین متشابه‌اند.

د هر دو مربع دلخواه متشابه‌اند.

ه اگر زاویه‌ی بین دو خیابان 60° باشد زاویه‌ی آن‌ها در نقشه 60° است.

و هر دو ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین متشابه‌اند.

۲- گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید.

الف دو لوزی متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها $\frac{4}{5}$ است. اگر طول ضلع لوزی بزرگ ۲۵ cm باشد، طول ضلع لوزی کوچک کدام است؟

- ۱۵ (۱) ۱۶ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴)

ب دو لوزی متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها $\frac{3}{4}$ است. اندازه‌ی زاویه‌ی از مثلث کوچک 30° است. اندازه‌ی زاویه‌ی متناظرش در مثلث بزرگ چند درجه است؟

- ۳۰ (۱) ۴۰ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴)

ج مقیاس نقشه‌ای $\frac{1}{100}$ است. اگر فاصله‌ی کتابخانه و پارک در شهر ۳۰۰ متر باشد، فاصله‌ی آن‌ها در نقشه چه قدر است؟

- ۳ m (۱) ۳ cm (۲) ۰/۰۳ m (۳) ۰/۳ cm (۴)

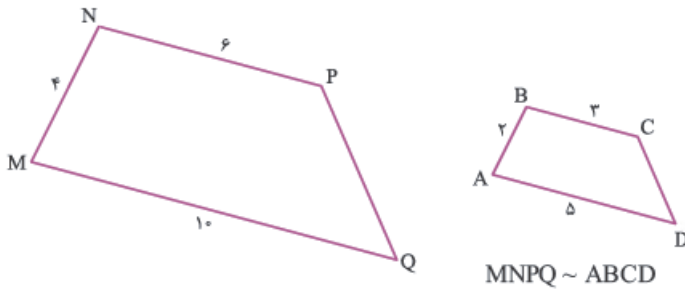
د دو مثلث متشابه‌اند و نسبت آن‌ها $\frac{2}{3}$ است. نسبت محیط‌های این دو مثلث کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) (۴) نسبت ندارند.

دو متوازی‌الضلاع متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها $\frac{3}{5}$ است. نسبت ارتفاع‌های این دو متوازی‌الضلاع کدام است؟

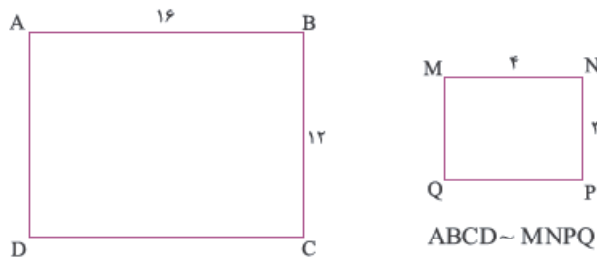
$\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{25}{9}$ (۲) $\frac{9}{25}$ (۱)

۳- در ریاضیات برای نمایش متشابه‌بودن دو شکل از نماد \sim استفاده می‌شود. برای مثال $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ را می‌خوانند مثلث ABC متشابه است با مثلث MNP . در زیر شکل‌های متشابه نمایش داده شده‌اند، نسبت ضلع‌های آن‌ها را مانند نمونه نوشته و نسبت تشابه آن‌ها را به دست آورید.



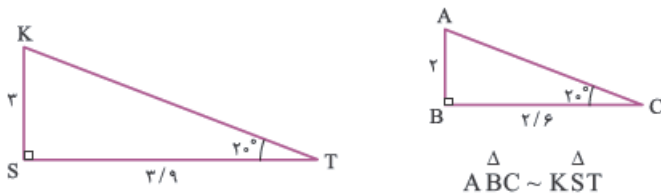
الف تناسب ضلع‌ها: $\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP} = \frac{CD}{PQ} = \frac{DA}{QM}$

نسبت تشابه: $\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$



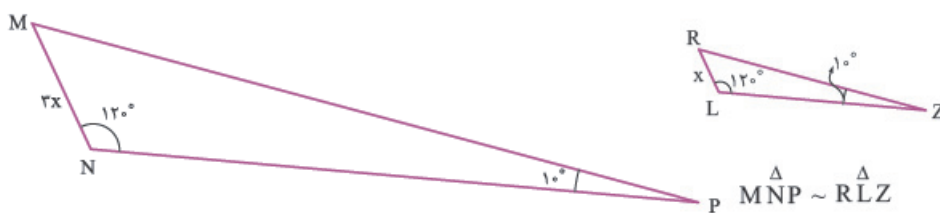
ب تناسب ضلع‌ها:

نسبت تشابه:



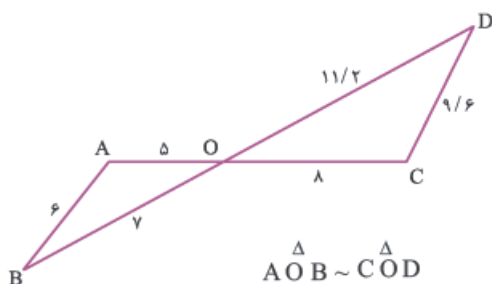
ج تناسب ضلع‌ها:

نسبت تشابه:



د تناسب ضلع‌ها:

نسبت تشابه:

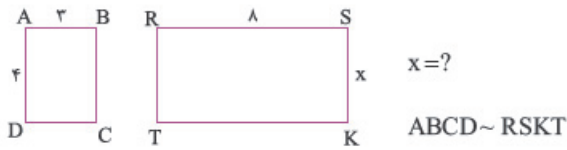


ه تناسب ضلع‌ها:

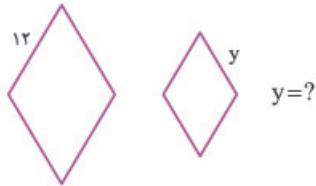
نسبت تشابه:



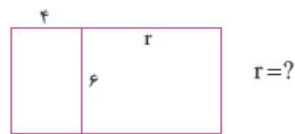
۴- با توجه به تشابه شکل‌های زیر مقادیرهای مجهول را حساب کنید. ابتدا تناسب ضلع‌ها را بنویسید.



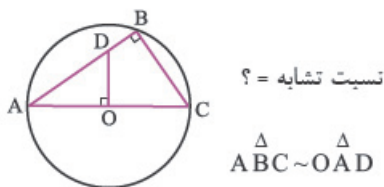
الف



ب دو لوزی متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها $\frac{3}{4}$ است.

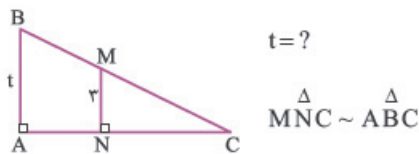


ج دو مستطیل متشابه‌اند.



د شعاع دایره = 50

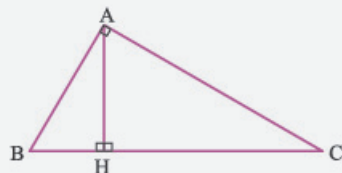
$\hat{A} = 30^\circ$



ه

خواندنی

در درس ۵ درباره‌ی تشابه شکل‌های هندسی و رابطه‌ی شکل‌های متشابه مطالبی آموختید. تشابه شکل‌های هندسی در بسیاری از مسائل هندسی ابزار مفیدی برای کشف مقادیرهای مجهول است. مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC و ارتفاع AH نظیر وتر BC را در نظر بگیرید. نام مثلث‌های قائم‌الزاویه که در این شکل دیده می‌شود، بنویسید.



$$\triangle ABC \sim \triangle ABH \Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{BH}{AB} = \frac{AB}{BC}$$

همه‌ی این مثلث‌ها با هم متشابه‌اند. پس می‌توان سه رابطه‌ی متشابه برای این شکل نوشت.

در مقابل هر رابطه، تناسب ضلع‌های مثلث‌ها را نوشته و مانند نمونه رابطه‌ای را که به صورت کلامی نوشته شده، نتیجه‌گیری کنید و به صورت ریاضی بنویسید.

الف در هر مثلث قائم‌الزاویه، مجذور هر ضلع زاویه‌ی قائمه برابر است با حاصل ضرب وتر در سایه‌ی آن ضلع زاویه‌ی قائمه.

$$\frac{BH}{AB} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB^2 = BH \times BC$$

ب در هر مثلث قائم‌الزاویه حاصل ضرب دو ضلع زاویه‌ی قائمه برابر است با حاصل ضرب وتر در ارتفاع نظیر وتر.

$$\frac{AH}{AC} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB \times AC = AH \times BC$$

ج در هر مثلث قائم‌الزاویه مجذور هر ضلع زاویه‌ی قائمه برابر است با حاصل ضرب وتر در سایه‌ی آن ضلع زاویه‌ی قائمه.

$$\triangle ABC \sim \triangle ACH \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{BC} = \frac{AH}{BC}$$

د در هر مثلث قائم‌الزاویه حاصل ضرب دو ضلع زاویه‌ی قائمه برابر است با حاصل ضرب وتر در ارتفاع نظیر وتر.

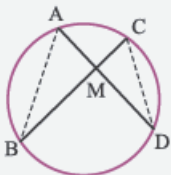
$$\triangle ABC \sim \triangle ACH \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{BC} = \frac{AH}{BC}$$

ه در هر مثلث قائم‌الزاویه مجذور ارتفاع نظیر وتر برابر است با حاصل ضرب دو قسمت جداشده روی وتر.

$$\triangle ABH \sim \triangle ACH \Rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{AH}{CH} = \frac{AB}{AC}$$

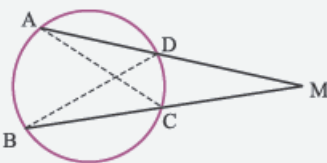
اکنون تناسب ضلع‌های مثلث‌های رسم‌شده را بنویسید و رابطه‌ی کلامی آن را نتیجه‌گیری کرده و به صورت ریاضی بنویسید.

الف در هر دایره اگر دو وتر در داخل دایره با هم متقاطع باشند، حاصل ضرب تکه‌های جداشده روی وترها با هم برابر است.



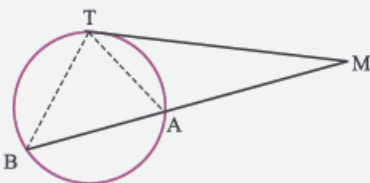
$$\triangle ABM \sim \triangle CDM \Rightarrow \frac{AM}{CM} = \frac{BM}{DM} = \frac{AB}{CD}$$

ب در هر دایره اگر امتداد وترها در خارج دایره با هم متقاطع باشد حاصل ضرب طول وترها در کل امتداد آن‌ها با هم برابر است.



$$\triangle ACM \sim \triangle BDM \Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{CM}{DM} = \frac{AC}{BD}$$

ج در هر دایره مجذور طول مماس برابر است با حاصل ضرب کل پاره‌خط شامل وتر در امتداد وتر.



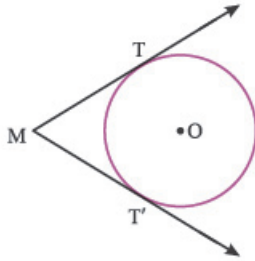
$$\triangle ATM \sim \triangle BTM \Rightarrow \frac{TM}{BM} = \frac{AM}{TM} = \frac{AT}{BT}$$



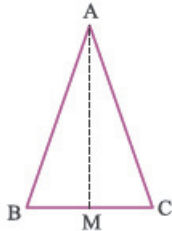
تمرین‌های مروری

۱- در مسئله‌های زیر فرض و حکم را مشخص کنید.

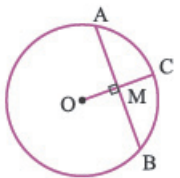
الف طول مماس‌های رسم شده از نقطه‌ی خارج دایره، همواره با هم برابر است.



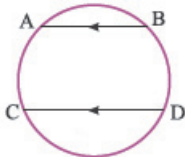
ب میانه‌ی نظیر قاعده‌ی مثلث متساوی‌الساقین، عمودمنصف قاعده است.



ج در هر دایره، شعاعی که بر وتر دایره عمود شود، آن را نصف می‌کند.



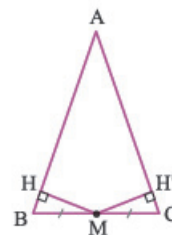
د در هر دایره، اندازه‌ی کمان‌های محصور بین وترهای موازی، برابر است.



۲- استدلال‌های زیر را درست و معتبر کنید.

الف مسئله: ثابت کنید وسط قاعده‌ی هر مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق آن به یک فاصله است.

استدلال: مثلث متساوی‌الساقین ABC و نقطه‌ی M وسط قاعده‌ی BC را در نظر بگیرید.

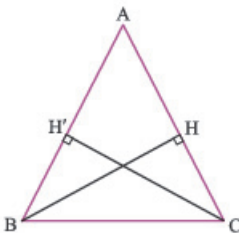


فرض	$\overline{AB} = \overline{AC}$	$\overline{BM} = \overline{MC}$
حکم	$\overline{MH} = \overline{MH'}$	

به دلیل این که M وسط قاعده‌ی مثلث است از دو ساق به یک فاصله است.

ب مسئله: ثابت کنید اگر دو تا از ارتفاع‌های مثلثی برابر باشد، آن مثلث، متساوی‌الساقین است.

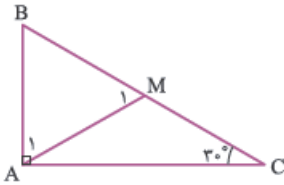
استدلال: مثلث ABC و ارتفاع‌های مساوی \overline{BH} و $\overline{CH'}$ را در نظر بگیرید.



فرض	$\overline{BH} = \overline{CH'}$	$\left. \begin{array}{l} \overline{BH} = \overline{CH'} \\ \triangle BCH, \triangle B'CH': \overline{BC} = \overline{BC} \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض.ض)}} \triangle B'CH \cong \triangle B'CH' \left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{C} \\ \overline{AB} = \overline{AC} \end{array} \right\}$
حکم	$\overline{AB} = \overline{AC}$	

حکم ثابت می‌شود:
 $\hat{B} = \hat{C}$
 $\overline{AB} = \overline{AC}$

ح مسئله: ثابت کنید در هر مثلث قائم‌الزاویه، ضلع مقابل به زاویه 30° نصف وتر است.
استدلال: مثلث قائم‌الزاویه ABC و زاویه تند $\hat{C} = 30^\circ$ را در نظر بگیرید. میانه‌ی \overline{AM} نظیر وتر BC را رسم می‌کنیم.



فرض	$\hat{A} = 90^\circ$	$\hat{C} = 30^\circ$	$\overline{BM} = \overline{MC}$
حکم	$\overline{AB} = \frac{1}{2} \times \overline{BC}$		

می‌دانیم از هر مثلث قائم‌الزاویه میانه‌ی وارد بر وتر نصف وتر است، پس: $\overline{AM} = \frac{\overline{BC}}{2}$

مثلث ABM هم از روی ظاهرش معلوم است که متساوی‌الاضلاع است، پس $\overline{AB} = \overline{AM} = \overline{BM}$. حکم ثابت می‌شود.

۳- در هر مورد نشان دهید که آیا نتیجه‌ای که از مفروضات مشخص شده، گرفته شده است، معتبر است؟ پاسخ خود را توضیح دهید یا با مثال نقض استدلال را رد کنید.

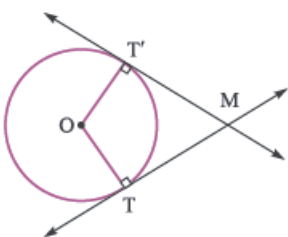
الف دو خط عمود بر یک خط موازی اند. دو خط d و d' موازی نیستند. $\left\{ \begin{array}{l} \text{هیچ خطی وجود ندارد که خط‌های } d \text{ یا } d' \text{ بر آن عمود باشد.} \end{array} \right.$

ب دو خط عمود بر یک خط موازی اند. خطی وجود دارد که هر دو خط d و d' بر آن عمود باشد. $\left\{ \begin{array}{l} d \parallel d' \\ d \perp l \end{array} \right.$

ج دو خط عمود بر یک خط موازی اند. $d' \perp l$ $\left\{ \begin{array}{l} d \parallel d' \\ d \perp l \end{array} \right.$

د شعاع بر مماس در نقطه‌ی تماس عمود است. در دایره به مرکز O ، بر مماس عمود است. $\left\{ \begin{array}{l} \text{شعاع بر مماس در نقطه‌ی تماس عمود است.} \\ \text{در دایره به مرکز } O, \text{ بر مماس عمود است.} \end{array} \right.$ OT حتماً شعاع است.

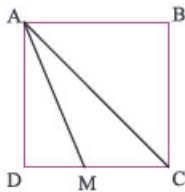
ه هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله است و برعکس. $\left\{ \begin{array}{l} \text{هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله است و برعکس.} \\ \overline{OT} = \overline{OT'} \end{array} \right.$ OM نیمساز زاویه‌ی M است.





۴- ثابت کنید خطی که بر یکی از خطوط موازی عمود باشد بر دیگری نیز عمود است.

۵- ثابت کنید در شکل مقابل $\overline{AD} + \overline{DM} = \overline{AC}$ (AM نیمساز $\hat{D}AC$ است.)
(راهنمایی: از A به اندازه \overline{AD} روی \overline{AC} جدا کرده و مثلث هم‌نهشت با $\triangle ADM$ را تشکیل دهید.)



۶- ثابت کنید قطر لوزی، خط تقارن لوزی است.

۷- ثابت کنید مساحت هر چهارضلعی که قطرهایش بر هم عمود باشد، عبارت است از نصف حاصل ضرب دو قطر.

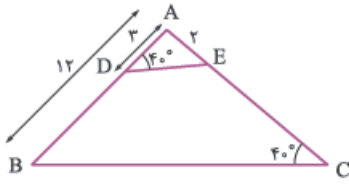
۸- ثابت کنید زاویه‌ی میان دو نیمساز هر مثلث 90° درجه بیش از نصف زاویه‌ی رأس آن است. (منظور از زاویه‌ی رأس زاویه‌ی است که نیمساز آن رسم نشده است.)

۹- ثابت کنید زاویه‌ی بین میانه و ارتفاع وارد بر وتر هر مثلث قائم‌الزاویه برابر است با تفاضل دو زاویه‌ی تند مثلث.

۱۰- در مثلث ABC ضلع AB را از طرف A به اندازه‌ی AC امتداد می‌دهیم تا نقطه‌ی M به دست آید. ثابت کنید MC با نیمساز داخلی زاویه‌ی BAC موازی است.

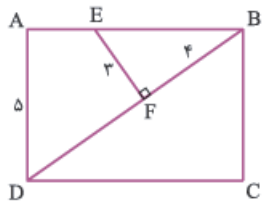
۱۱- با توجه به تناسب ضلع‌ها، نسبت تشابه شکل‌های متشابه و مقادیرهای مجهول را به دست آورید.

الف



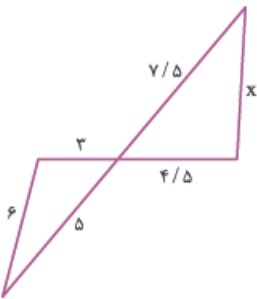
=نسبت تشابه
 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

ب



=نسبت تشابه
 $CD = ?$
 $\triangle BEF \sim \triangle BCD$

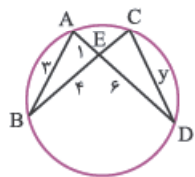
ج



=نسبت تشابه
 $x = ?$

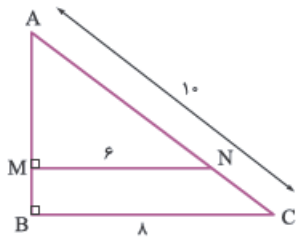
دو مثلث متشابه‌اند.

د



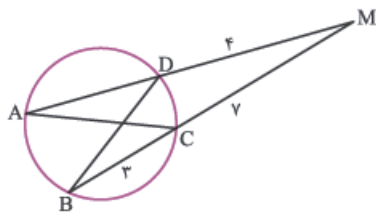
=نسبت تشابه
 $y = ?$
 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$

ه



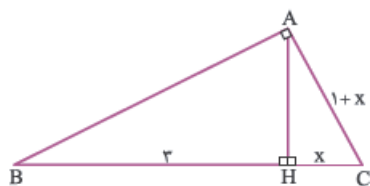
=نسبت تشابه
 $AM = ?$
 $MB = ?$
 $NC = ?$
 $\triangle AMN \sim \triangle ABC$

و



=نسبت تشابه
 $AD = ?$
 $\triangle AMC \sim \triangle BMD$

ز

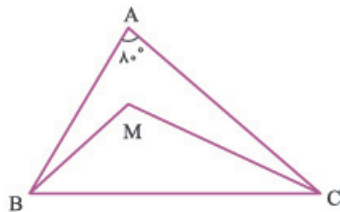


=نسبت تشابه
 $x = ?$
 $\triangle ACH \sim \triangle ABC$



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

- ۱- اگر زاویه‌ی تند مثلث قائم‌الزاویه‌ای 60° باشد، ارتفاع وارد بر وتر مثلث چه خاصیتی دارد؟
 (۱) نصف وتر است.
 (۲) ربع وتر است.
 (۳) نصف ضلع مقابل به زاویه‌ی 60° است.
 (۴) مربع وتر است.



- ۲- در شکل مقابل BM و CM نیمسازند. M چند درجه است؟
 (۱) 120°
 (۲) 130°
 (۳) 140°
 (۴) 150°

- ۳- در هر مثلث درباره‌ی سه عمودمنصف نظیر ضلع‌ها کدام گزینه درست است؟
 (۱) یا هم زاویه‌های مساوی می‌سازند.
 (۲) بر ارتفاع‌ها عمودند.
 (۳) طول‌های برابر دارند.
 (۴) هم‌رس هستند.

- ۴- در مثلث ABC ، BH ارتفاع وارد بر ضلع AC است و $AB = 2BH$ اندازه‌ی زاویه‌ی $\hat{A}BH$ کدام است؟
 (۱) 90° (۲) 30° (۳) 60° (۴) 45°

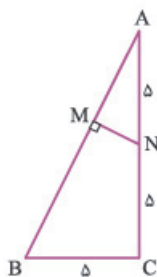
- ۵- در مثلث ABC ($AB > AC$)، زاویه‌ی بین نیمساز و ارتفاع رأس A ، 40° است. $\hat{C} - \hat{B}$ کدام است؟
 (۱) 40° (۲) 60° (۳) 80° (۴) 100°

- ۶- در مثلثی یک زاویه‌ی خارجی دو برابر یکی از زاویه‌های داخلی غیرمجاورش است. نوع این مثلث چیست؟
 (۱) متساوی‌الساقین (۲) قائم‌الزاویه (۳) متساوی‌الاضلاع (۴) قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین

- ۷- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، طول نیمساز زاویه‌ی B با قاعده‌ی BC مساوی است. زاویه‌ی A چند درجه است؟
 (۱) 72° (۲) 36° (۳) 45° (۴) 60°

- ۸- نقطه‌ی برخورد عمودمنصف‌های ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه کجا قرار دارد؟
 (۱) خارج مثلث (۲) داخل مثلث (۳) وسط وتر (۴) روی رأس قائمه

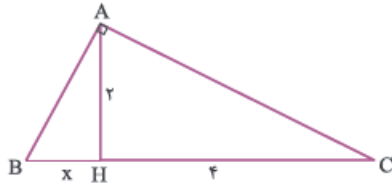
- ۹- کدام جمله صحیح است؟
 (۱) همه‌ی لوزی‌ها متشابه‌اند.
 (۲) دو مثلث متساوی‌الساقین به شرط برابری یک زاویه متشابه‌اند.
 (۳) دو پنج‌ضلعی منتظم دلخواه متشابه‌اند.
 (۴) دو متوازی‌الاضلاع به شرط برابری قطرهایشان متشابه‌اند.



- ۱۰- در شکل مقابل $\triangle ABC \sim \triangle AMN$. مقدار \overline{MN} کدام است؟
 (۱) $\sqrt{2}$
 (۲) $\sqrt{3}$
 (۳) $\sqrt{5}$
 (۴) $\sqrt{7}$

۱۱- کدام جمله صحیح است؟

- (۱) هر دو مثلث دلخواه متشابه‌اند.
 (۲) هر دو مربع دلخواه متشابه‌اند.
 (۳) هر دو مستطیل دلخواه متشابه‌اند.
 (۴) هر دو لوزی دلخواه متشابه‌اند.



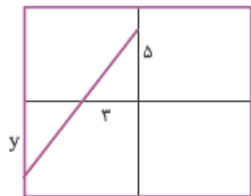
۱۲- در شکل مقابل مقدار x کدام است؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) $2\sqrt{2}$
 (۴) ۴

۱۳- دو زاویه‌ی مثلث ABC ، 45° و 60° و دو زاویه از مثلث $A'B'C'$ ، 60° و 75° است. کدام گزینه صحیح است؟

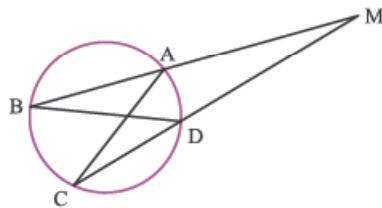
- (۱) $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ (۲) $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ (۳) $S_{ABC} = S_{A'B'C'}$ (۴) $P_{ABC} = P_{A'B'C'}$

۱۴- در شکل زیر ضلع مربع بزرگ ۱۴ می‌باشد و از ۴ مربع مساوی تشکیل شده است. دو مثلث قائم‌الزاویه متشابه‌اند. y کدام است؟



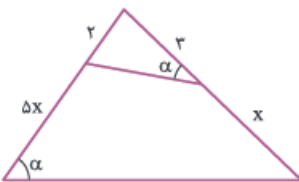
- (۱) ۵
 (۲) ۶
 (۳) $\frac{34}{5}$
 (۴) $\frac{20}{3}$

۱۵- در شکل مقابل کدام رابطه صحیح است؟ ($\triangle ACM \sim \triangle BDM$)



- (۱) $AM \cdot MC = BM \cdot MD$
 (۲) $AM \cdot MB = MC \cdot MD$
 (۳) $AM \cdot MD = MB \cdot MC$
 (۴) $AM \cdot AD = MC \cdot AB$

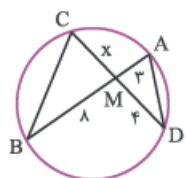
۱۶- در شکل زیر x کدام است؟ (دو مثلث متشابه‌اند.)



- (۱) $\frac{7}{6}$
 (۲) $\frac{5}{7}$
 (۳) ۲

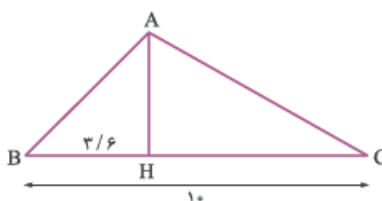
(۴) نمی‌توان تعیین کرد.

۱۷- در شکل مقابل $\triangle BMC \sim \triangle AMD$ ، مقدار x کدام است؟



- (۱) ۲
 (۲) ۵
 (۳) ۶
 (۴) ۷

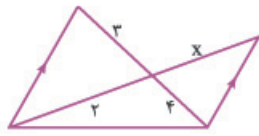
۱۸- با توجه به شکل زیر، $\triangle ABC \sim \triangle AHC$ ، اندازه‌ی AC کدام است؟



- (۱) ۴
 (۲) ۶
 (۳) $7/2$
 (۴) ۸



۱۹- با توجه به شکل مقابل و تشابه دو مثلث، x کدام است؟



- (۱) ۵
- (۲) $\frac{11}{2}$
- (۳) $\frac{8}{3}$
- (۴) ۶

۲۰- اگر نسبت تشابه دو مستطیل $\frac{2}{\sqrt{5}}$ باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها کدام است؟

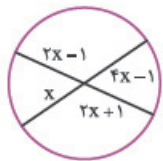
$\sqrt{\frac{2}{5}}$ (۴)

$\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (۳)

$\frac{4}{5}$ (۲)

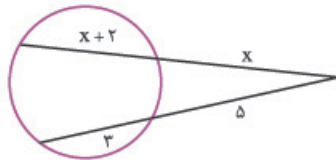
۴ (۱)

۲۱- در شکل مقابل x کدام است؟



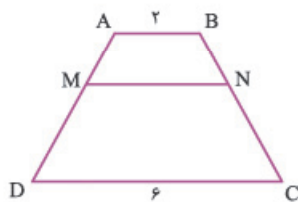
- (۱) ۱
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) ۲
- (۴) $\frac{3}{2}$

۲۲- در شکل مقابل x کدام است؟



- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۵
- (۴) ۶

۲۳- در شکل مقابل $\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{4}$ ، کدام رابطه درست است؟



- (۱) $MN = 3$
- (۲) $MN = 4$
- (۳) $MN = 5$
- (۴) $MN = \frac{10}{3}$

۲۱	۱۶	۱۱	۶	۱
۲۲	۱۷	۱۲	۷	۲
۲۳	۱۸	۱۳	۸	۳
	۱۹	۱۴	۹	۴
	۲۰	۱۵	۱۰	۵

در این صفحه خلاصه‌ای از مفاهیم و موضوع‌هایی را که در این فصل یاد گرفته‌اید بنویسید.