

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

معادله $x + y = 10$ چند پاسخ دارد؟ چهار پاسخ از آن را بنویسید

WWW.AMOOZZ.IR

چرا این ستاره معادله است ولی اتحاد نیست؟

$x = 1$ $\xrightarrow[\text{در نظر}]{\text{جایگزینی}}$ $1 + y = 10 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 9 \end{cases}$

$x = 2$ $\xrightarrow{\text{دو بار}}$ $2 + y = 10 \Rightarrow y = 8 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases}$

$x = -3$ $\xrightarrow{\text{دو بار}}$ $-3 + y = 10 \Rightarrow y = 13 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 13 \end{cases}$

$x = 0$ $\xrightarrow{\text{دو بار}}$ $0 + y = 10 \Rightarrow y = 10 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 10 \end{cases}$

معادله $x + y = 10$ بی شمار جواب دارد.

این ستاره یکی معادله است زیرا به ازای x و y هایی به یک ستاره عددی تبدیل می شود.

این ستاره اتحاد نیست زیرا به ازای تمام x و y ها به ستاره عددی تبدیل نمی شود.

به عنوان مثال $x = 3$ و $y = 8$ را جایگزینی کنیم به ستاره عددی تبدیل نمی شود.

$$x + y = 10$$

$$3 + 8 = 10$$

$$11 \neq 10 \rightarrow$$

ستاره برقرار نیست

چون اگر نخواهد اتحاد شود باید برای هر x و y بی معادله درست باشد.

مثال) سه جواب برای معادلات زیر بنویسید.

الف) $y = 2x - 1$

$x = 0 \Rightarrow y = 2(0) - 1 = 0 - 1 = -1 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

$x = 1 \Rightarrow y = 2(1) - 1 = 2 - 1 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$x = 2 \Rightarrow y = 2(2) - 1 = 4 - 1 = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

ب) $3x - 4y = 12$

$x = 0 \Rightarrow 3(0) - 4y = 12 \Rightarrow 0 - 4y = 12 \Rightarrow y = \frac{12}{-4} = -3 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \end{cases}$

$y = 0 \Rightarrow 3x - 4(0) = 12 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{3} = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases}$

$x = 1 \Rightarrow 3(1) - 4y = 12 \Rightarrow 3 - 4y = 12 \Rightarrow -4y = 12 - 3 \Rightarrow -4y = 9 \Rightarrow y = \frac{9}{-4} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{9}{4} \end{cases}$

تذکره: دقت کنید معادله $y = 2x - 1$ ساده تر و سریع تر است

با اینج ها می توانیم به دست آورد
 پس اگر ابعاد حقیقی به صورت $y = ax + b$ باشد بهتر است.

(پس y یک طرف و بقیه عبارت طرف دیگر) کار کردن با آن راحت تر است

روش رسم خط $y = ax + b$

برای اینکه یک خط به صورت کلیتا مشخص شود ۲ نقطه از آن را داشته باشیم
 کافی است. پس کافی است ۲ نقطه از این را داشته باشیم و آن ها را در

رستگاه مختصات مشخص کرده و به هم وصل کنیم تا خط راست به دست آید.

تذکره: بهتر است به جای $x=0$ یا $x=1$ قرار دهیم و مقدار y را بدست آوریم.

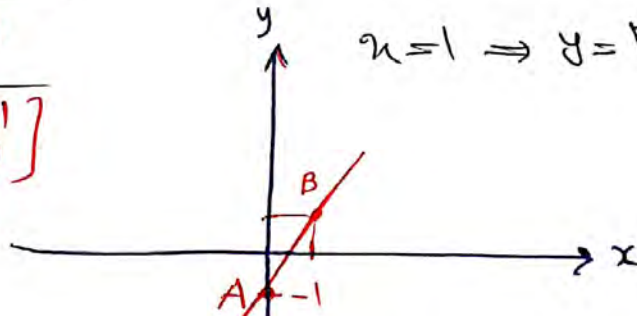
تذکره: اگر ضریب x کسری باشد به جای $x=0$ و صفر ضریب x را قرار می دهیم تا ساده شود.

مثال: نمودار خط $y = 2x - 1$ را رسم کنید.

$$x=0 \Rightarrow y = 2(0) - 1 = 0 - 1 = -1$$

$$x=1 \Rightarrow y = 2(1) - 1 = 2 - 1 = 1$$

x	0	1
y	-1	1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ A	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ B

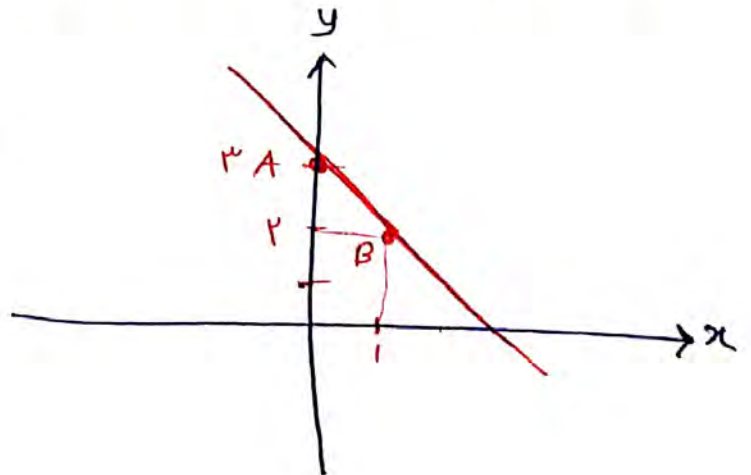


مثال: نمودار خط $y = -x + 3$ را رسم کنید.

x	0	1
y	3	2
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ A	$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ B

$$x=0 \Rightarrow y = -0 + 3 = 3$$

$$x=1 \Rightarrow y = -1 + 3 = 2$$

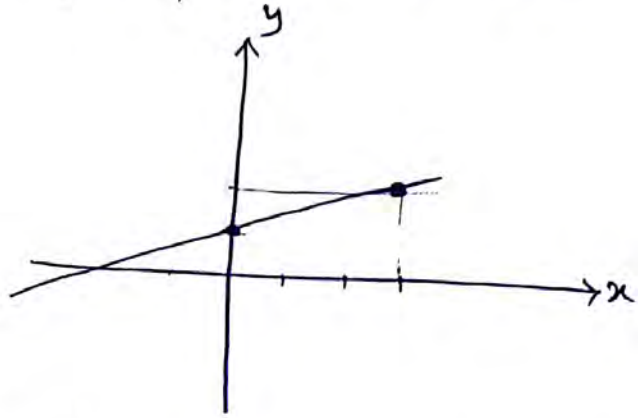


مثال (خط) $y = \frac{1}{3}x + 1$ را رسم کنید.

x	0	3
y	1	2
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

$x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3}(0) + 1 = 0 + 1 = 1$

$x = 3 \Rightarrow y = \frac{1}{3}(3) + 1 = 1 + 1 = 2$

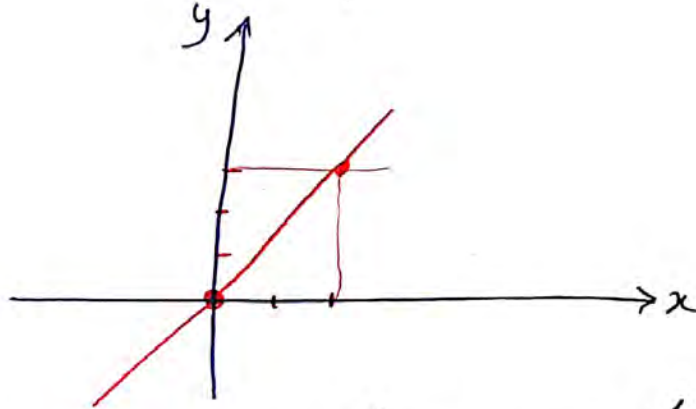


مثال: خط $y = \frac{3}{2}x$ را رسم کنید.

x	0	2
y	0	3
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

$x = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2} \times 0 = 0$

$x = 2 \Rightarrow y = \frac{3}{2} \times 2 = 3$



نکته مهم: خطوط $y = ax$ به صورت $y = ax$ هستند از مبدأ مختصات می‌گذرند.

$y = x$ $y = -x$ $y = 2x$ $y = 4x$ و ...

نکته: اگر معادله‌ی یک خط را داشته باشیم و بخواهیم مختصات نقطه‌ای که طول آن را داشته باشیم، را مشخص کنیم، کافی است در معادله خط به جای x آن طول را درج کنیم و پس از آن حل معادله مقدار y را بدست می‌آوریم.

نکته: اگر معادله‌ی یک خط را داشته باشیم و بخواهیم مختصات نقطه‌ای که عرض آن را داشته باشیم، را مشخص کنیم، کافی است در معادله خط به جای y آن عرض را درج کنیم و پس از آن حل معادله مقدار x را بدست می‌آوریم.

مثال (مختصات نقطه‌ای به طول ۲ و عرض ۲) $y = 3x - 2$ www.amoozz.ir

$x = 2 \Rightarrow y = 3(2) - 2 = 6 - 2 = 4 \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ مختصات نقطه

مثال (مختصات نقطه‌ای به طول ۳ و عرض ۲) $y = \frac{2}{3}x + 2$ $y = 0$ پیدا کنید.

$x = -3 \Rightarrow y = \frac{2}{3}(-3) + 2 = -2 + 2 = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$

مثال (مختصات نقطه‌ای به عرض ۵ و عرض ۱) $y = -2x + 1$ $y = 5$ پیدا کنید.

$y = 5 \Rightarrow 5 = -2x + 1 \Rightarrow 2x = 1 - 5 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = \frac{-4}{2} = -2$

$\begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$

مثال (مختصات نقطه‌ای به عرض ۳ و عرض ۲) $y = -\frac{1}{2}x + 2$ $y = -3$ پیدا کنید.

$y = -3 \Rightarrow -3 = -\frac{1}{2}x + 2 \xrightarrow{\text{از حالت سری طایع شود}} -6 = -x + 4 \Rightarrow$

$x = 4 + 6 \Rightarrow x = 10$

$\begin{bmatrix} 10 \\ -3 \end{bmatrix}$

نکته: مختصات محل برخورد خط با محورهای مختصات

این مختصات محل برخورد خط با محور x \Leftarrow از آن جایی که روی محور x ها، عرض صفر است پس کافی است در معادله خط به جای $y = 0$ قرار دهیم و پس x را بدست می آوریم

پس مختصات محل برخورد با محور y ها \Leftarrow از آن جایی که روی محور y ها، طول صفر است پس کافی است در معادله خط به جای $x = 0$ قرار دهیم و پس y را بدست می آوریم.

مثال (مختصات محل برخورد خط $y = x - 2$ را با محورهای مختصات پیدا کنید.)

مختصات $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow 0 = x - 2 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow$ محل برخورد با محور x ها

مختصات $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow y = 0 - 2 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow$ محل برخورد با محور y ها

مثال، معتمقات محل برخورد خط $y = 5x + 1$ را با محورهای x و y بیابید.

محل برخورد با محور x $\Rightarrow y = 0 \Rightarrow 0 = 5x + 1 \Rightarrow 5x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{5} \Rightarrow \begin{bmatrix} -\frac{1}{5} \\ 0 \end{bmatrix}$

محل برخورد با محور y $\Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 5(0) + 1 = 1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

مثال، معتمقات محل برخورد خط $y = -\frac{1}{3}x + 1$ را با محورهای x و y بیابید.

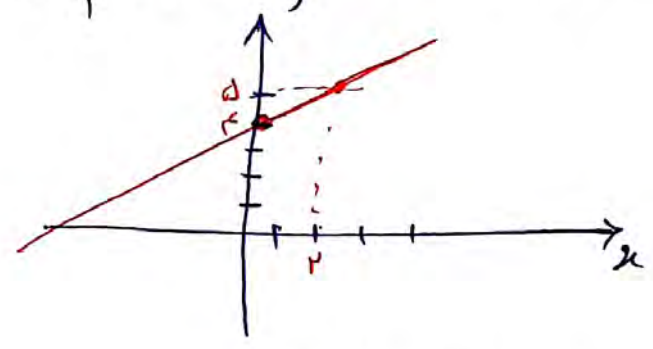
محل برخورد با محور x $\Rightarrow y = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{3}x + 1 \xrightarrow{\times 3} 0 = -x + 3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

محل برخورد با محور y $\Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}(0) + 1 = 1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

مثال، خط به معادله $y = \frac{1}{4}x + 4$ را رسم کنید.

x	0	2
y	4	5

$\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$



$x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{4}(0) + 4 = 0 + 4 = 4$

$x = 2 \Rightarrow y = \frac{1}{4} \times (2) + 4 = 1 + 4 = 5$

الف: آیا نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ روی این خط است؟ چرا؟

برای اینکه مشخص کنیم یک نقطه روی یک خط قرار دارد یا نه باید به جای x و y در معادله خط معتمقات آن نقطه را قرار دهیم اگر به یک تساوی درست تبدیل شود نتیجه می‌گیریم آن نقطه روی خط قرار دارد.

$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow x \\ \leftarrow y \end{matrix} \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + 4$

$-1 = \frac{1}{4}(2) + 4$

$-1 = 1 + 4$

$-1 = 5 \quad \times$

پس نقطه روی خط قرار ندارد.

ص ۸

اگرچه آما نقطه $[-2]$ روی این خط قرار دارد

$x = -2$
 $\xrightarrow{y = 3}$

$y = -\frac{1}{4}x + 2$
 $3 = -\frac{1}{4}(-2) + 2$
 $3 = +1 + 2$
 $3 = 3$ ✓

بله زیرا ←

ب) نقطه a به طول 1 - روی این خط پیدا کنید

$x = -1$
 $\xrightarrow{\hspace{2cm}}$

$y = -\frac{1}{4}(1) + 2 \Rightarrow y = -\frac{1}{4} + \frac{8}{4} = \frac{-1+8}{4} = \frac{7}{4}$
 $\Rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{7}{4} \end{bmatrix}$

$\xrightarrow{y = -2}$

ب) نقطه a به عرض 2 - روی این خط پیدا کنید
 $y = -\frac{1}{4}x + 2$
 $-2 = -\frac{1}{4}x + 2 \xrightarrow{x^2} -4 = -x + 4 \Rightarrow x = 4 + 4$
 $\Rightarrow x = 8$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix}$

ت) محل برخورد خط با محورهای مختصات پیدا کنید

محل برخورد با محور $y \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{4}x + 2 \xrightarrow{x^2} 0 = -x + 4 \Rightarrow x = 4$
 $\Rightarrow [4]$

محل برخورد با محور $x \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{4}(0) + 2 = 0 + 2 = 2 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

سوال: طول یک فنر 10 cm است. وقتی وزنه 5 kg به آن وصل شود، طول فنر از رابطه $y = 0.1x + 10$ برآورد می شود. اگر به وزنه 5 kg به آن وصل شود، طول فنر چند می شود؟

$x = 5$

$\xrightarrow{y = 18}$
 $y = 0.1(5) + 10 \Rightarrow y = 4 + 10 = 14$

$\xrightarrow{y = 18}$

الطول فنر 18 سانتی متر باشد در این صورت وزن به هم میزنند است؟
 $18 = 0.1x + 10 \Rightarrow 18 - 10 = 0.1x \Rightarrow 8 = 0.1x$
 $\Rightarrow x = \frac{8}{0.1} = 80$

در معادله خط $y = ax + b$ ، عدد a ، شیب خط است. عدد b ، نشان دهنده محل برخورد با محور عرض است که به آن عرض از مبدأ می گویند .
 تذکر : با تغییر a زاویه خط با جهت مثبت محور x با تغییر می کنند.

مثال : خط $y = -2x + 5$ } شیب $= -2$
 عرض از مبدأ $= 5$

تذکر : اگر خطی از مبدأ مختصات عبور کند \Leftrightarrow عرض از مبدأ $= 0 \Leftrightarrow b = 0$
 \Leftrightarrow معادله خط $y = ax$

نکته : هر کدام از اطلاعات زیر بیانش شرط است (عرض از مبدأ)

- ۱) عرض از مبدأ را بدست b
- ۲) محور عرض ها را در نقطه a بر عرض b قطع کند $\Leftrightarrow b$
- ۳) از نقطه (b) بگذرد $\Leftrightarrow b$

نکته : اگر دو خط با هم موازی باشند در این صورت شیب ها آن یکسان است .
 تذکر : دو خط موازی فقط عرض از مبدأ آن متفاوت است .

این دو خط موازیند \Leftrightarrow $\begin{cases} y = ax + b \\ y = ax + b' \end{cases}$

مثال : در هر یک از معادلات زیر ، شیب و عرض از مبدأ خط را مشخص کنید .

- | | | | |
|----|--------------------|-------------------|----------------------|
| ۱ | $y = 2x - 4$ | $a = 2$ شیب | $b = -4$ عرض از مبدأ |
| ۲ | $y = \frac{2}{3}x$ | $a = \frac{2}{3}$ | $b = 0$ |
| ۳) | $y = -3x + 1$ | $a = -3$ | $b = 1$ |

مثال: معادله خط را بنویسید که شیب آن ۲- و عرض از مبدأ آن ۱ باشد.

$$\left. \begin{aligned} y &= ax + b \\ \text{شیب} &= a = -2 \\ \text{عرض از مبدأ} &= b = +1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = -2x + 1$$

مثال: معادله خط را بنویسید که شیب آن $\frac{1}{2}$ و عرض از مبدأ آن ۳ باشد.

$$\left. \begin{aligned} y &= ax + b \\ \text{شیب} &= a = \frac{1}{2} \\ \text{عرض از مبدأ} &= b = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 3$$

مثال: معادله خطی بنویسید که با خط $y = 2x + 1$ موازی باشد و از نقطه $(4, 0)$ بگذرد.

معادله خطی را که می‌خواهیم بنویسیم با خط $y = 2x + 1$ موازی است پس هر دو خط دارای شیب یکسان هستند $a = 2$

$$\left. \begin{aligned} y &= 2x + b \\ [0] &= [4] \Rightarrow b = 4 \end{aligned} \right\} y = 2x + 4$$

تکلیف: برابر نوشتن معادله خط که شیب آن را داشته باشیم و هم چنین یک نقطه گذرنده از آن را نیز داشته باشیم:

ابتدا معادله خط $y = ax + b$ را بنویسیم چون شیب را داریم پس به جای a مقدار آن را جایگزین می‌کنیم. پس چون خط از نقطه داده شده می‌گذرد در معادله فضا به جای x و y محتمل است آن نقطه را قرار دهیم و با حل یک معادله ساده b را بدست می‌آوریم.

مسئله (سوال) معادله‌ی خطی بنویسید که شیب آن ۲ باشد و از نقطه $[1, 2]$ بگذرد.

شیب = ۲ $\Rightarrow a = 2$

معادله خط $y = ax + b$

$\Rightarrow y = 2x + b$ $\begin{matrix} \left[\begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right] \leftarrow x \\ \leftarrow y \end{matrix}$

$2 = 2(1) + b$

$2 = 2 + b$

$b = 2 - 2 = 0$

$\rightarrow y = 2x + 0 \Rightarrow y = 2x$

مسئله (سوال) معادله‌ی خطی بنویسید که شیب آن ۴ باشد و از نقطه $[-1, 3]$ بگذرد.

شیب = ۴ $\Rightarrow a = 4$

معادله خط $y = ax + b$

$\Rightarrow y = 4x + b$ $\begin{matrix} \left[\begin{matrix} -1 \\ 3 \end{matrix} \right] \leftarrow x \\ \leftarrow y \end{matrix}$

$3 = 4(-1) + b \Rightarrow$

$3 = -4 + b$

$\Rightarrow b = 7$

$\Rightarrow y = 4x + 7$

مسئله (سوال) معادله‌ی خطی بنویسید که شیب آن -۳ باشد و از نقطه $[2, -5]$ بگذرد.

شیب = -۳ $\Rightarrow a = -3$

معادله خط $y = ax + b$

$y = -3x + b$ $\begin{matrix} \left[\begin{matrix} 2 \\ -5 \end{matrix} \right] \rightarrow x \\ \rightarrow y \end{matrix}$

$-5 = -3(2) + b \Rightarrow$

$-5 = -6 + b \Rightarrow$

$b = -5 + 6 = +1$

$\rightarrow y = -3x + 1$

مسئله (سوال) معادله‌ی خطی بنویسید که شیب آن $\frac{1}{2}$ باشد و از نقطه $[1, 3]$ بگذرد.

شیب $a = \frac{1}{2}$

معادله خط $y = ax + b$

$y = \frac{1}{2}x + b$ $\begin{matrix} \left[\begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} \right] \rightarrow x \\ \rightarrow y \end{matrix}$

$3 = \frac{1}{2}(1) + b \Rightarrow 3 - \frac{1}{2} = b$

$\Rightarrow \frac{5}{2} = b$

$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

معادله در مختل بنویسید که با خط $y = -x + 3$ موازی باشد و از نقطه $(-1, -4)$ بگذرد

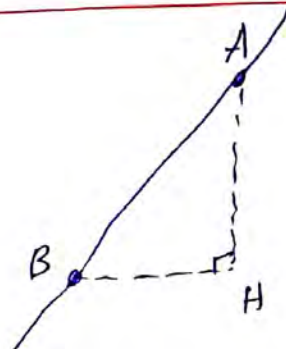
بنبرد $y = -x + 3 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow$ موازی است

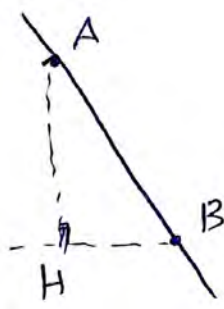
$y = ax + b \Rightarrow y = -1x + b$ $\begin{matrix} \leftarrow x \\ \leftarrow y \end{matrix}$

$-4 = -1(-1) + b$

$-4 = +1 + b \Rightarrow b = -4 + 1 = -3$

$y = -x - 3$

۱)  مفهوم شیب: $\text{شیب خط } AB = \frac{\text{مقابل } AH}{\text{مجاور } BH}$ شیب خط AB مثبت است.

۲)  $\text{شیب خط } AB = -\frac{\text{مقابل } AH}{\text{مجاور } BH}$ در این حالت شیب خط AB منفی است.


روش رسم خط به کمک مثلث قائم الزاویه:

۱ ابتدا عرض از مبدأ یا b را در روی محور y ها (عرضها) مشخص کنیم خط از این نقطه می گذرد

۲ به کمک شیب خط نقطه دیگری از خط بدست می آوریم. دقت کنید در این روش صفاً باید شیب را به صورت کسر بنویسیم

اگر شیب یک عدد صحیح باشد باید به آن مخرج 1 بدهیم

از نقطه b عرض از مبدأ یک مثلث قائم الزاویه رسم می کنیم. با این کار نقطه دیگری از خط

بدست می آید.  \Rightarrow شیب $+$ (الف)

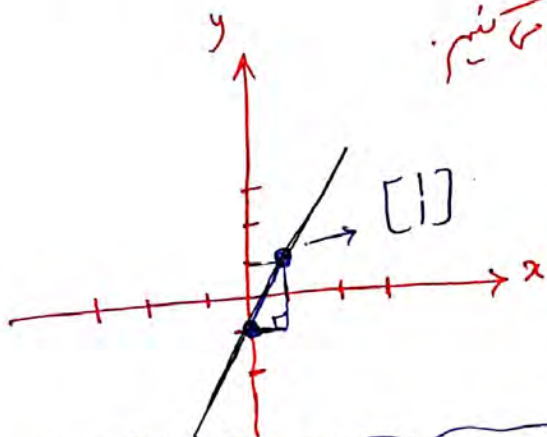
۳ این دو نقطه را به هم وصل می کنیم.  \Rightarrow شیب $-$ (ب)

مثال: خط $y = 2x - 1$ را به روش مثلث قائم الزاویه (مهندسی) رسم کنید.

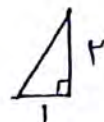
$a = 2$
 $b = -1$
 $y = 2x - 1$

شیب = 2 و عرض از مبدأ برابر 1- است.

انتخاب کردن محور عرض ها نقیض 1- را مستحق کنیم.

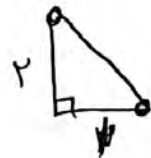
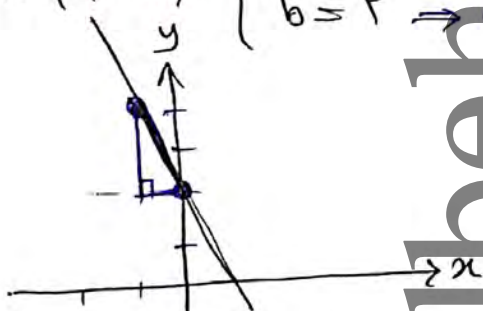


مقابل
 مجاور $a = \text{شیب} = 2 = \frac{2}{1}$



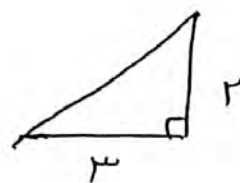
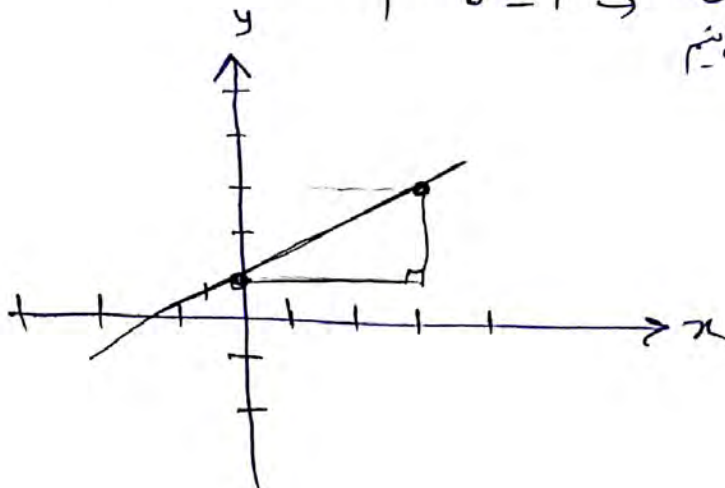
مثال: خط $y = -2x + 2$ را به روش مثلث قائم الزاویه رسم کنید. شیب منفی است.

$y = -2x + 2 \rightarrow \begin{cases} a = -2 \rightarrow a = \frac{-2}{1} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} \\ b = 2 \rightarrow \text{عرض از مبدأ مستحق کنیم} \end{cases}$



مثال: خط $y = \frac{2}{3}x + 1$ را به روش مثلث قائم الزاویه رسم کنید.

$y = \frac{2}{3}x + 1 \rightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} \\ b = 1 \rightarrow \text{عرض از مبدأ مستحق کنیم} \end{cases}$

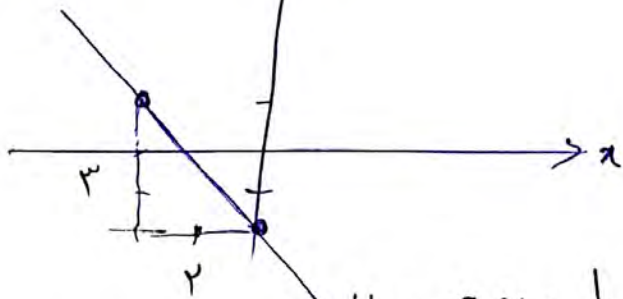


سؤال: معادله خط زیر را بنویسید.

عرض از مبدأ = $b = -2$

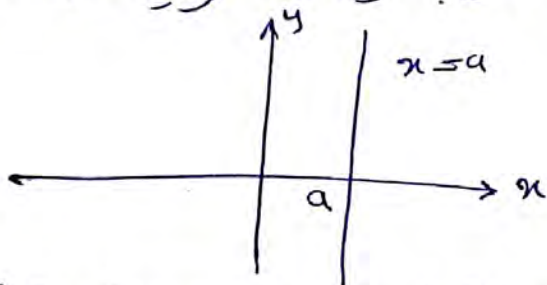
شیب = $-\frac{3}{2} = a$

$y = ax + b \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x - 2$

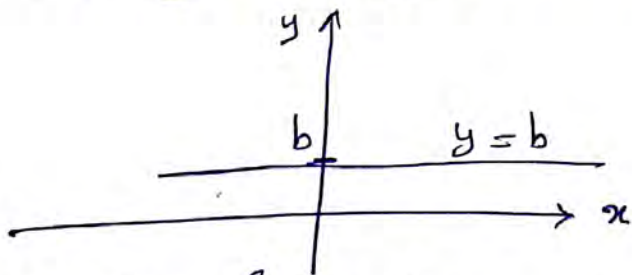


دو خط خاص

۱ خط $x = a$ ← خطی موازی با محور y ها و عمود بر محور x ها است تمام نقاط روی این درازان طول a هستند و شیب این خط تعریف نشده است.



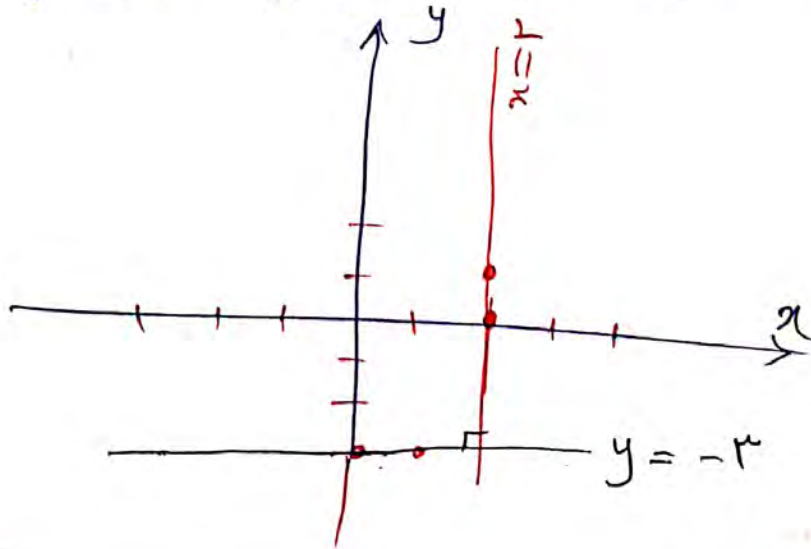
۲ خط $y = b$ ← خطی موازی با محور x ها و عمود بر محور y ها است تمام نقاط روی این خط دارای عرض b هستند و شیب این خط صفر است.



سؤال: دو خط $x = 2$ و $y = -3$ را روی دستگاه مختصات رسم کنید.

$x = 2$

x	۲	۲
y	۰	۱
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$



x	۰	۱
y	-۳	-۳
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$

نکته مهم: صورت کسر معادلات حاصل به صورت $ax + by = c$ است.

تذکره: اگر $c = 0$ باشد در این صورت خط از مبدأ مختصات عبور می کند.

مثال: با توجه به معادله‌ها داده شده، مقادیر a و b و c را بیابید.

الف) $-3x + 2y = 2$ $a = -3$ و $b = 2$ و $c = 2$

ب) $y = 2x + 1 \Rightarrow -2x + y = 1$ $a = -2$
 $b = +1$
 $c = 1$

ج) $x = 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 2 \end{cases}$

د) $y = -1 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases}$

نکته: اگر یک خط به صورت کسر داده شود به ونبخواهیم سبب و عرض از مبدأ آن را بدست آوریم. ابتدا جمله‌های شامل x را یک طرف و بقیه عبارت را طرف دیگر منتقل می کنیم اگر جمله‌های y منریب راست طرفین را به منریب y تقسیم کنیم تا منریب y یک شود. سپس منریب x = سبب عدد ثابت = عرض از مبدأ

مثال: سبب و عرض از مبدأ خطهای داده شده را بدست آورید.

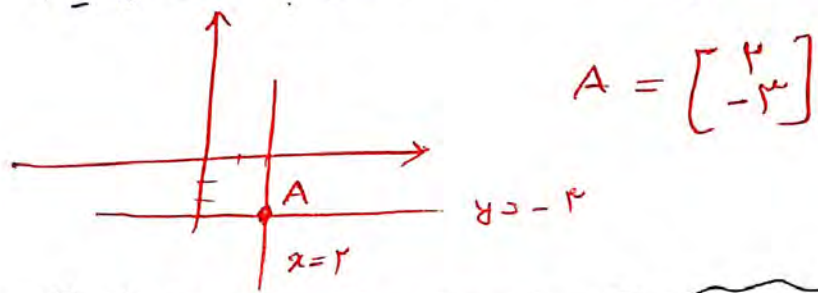
1) $2y - 4x = 8 \Rightarrow 2y = 4x + 8 \xrightarrow{\div 2} \frac{2y}{2} = \frac{4}{2}x + \frac{8}{2}$
 $\Rightarrow y = 2x + 4$ $\text{عرض از مبدأ} = 4$ $\text{سبب} = 2$

2) $3x - 2y = 6 \Rightarrow -2y = -3x + 6 \xrightarrow{\div -2} \frac{-2y}{-2} = \frac{-3x}{-2} + \frac{6}{-2}$
 $\Rightarrow y = +\frac{3}{2}x - 3$ $\text{سبب} = +\frac{3}{2}$
 $\text{عرض از مبدأ} = -3$

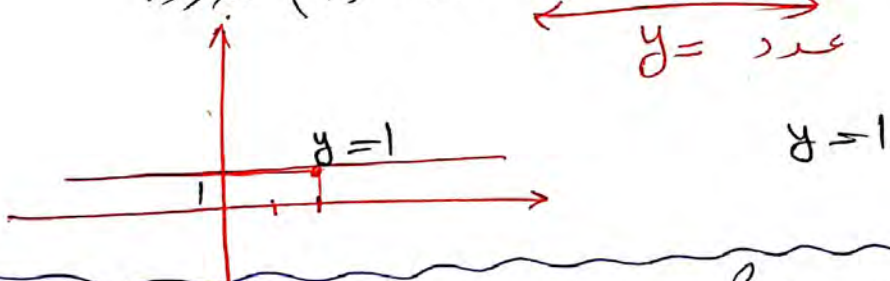
۳) $x + 3y - 9 = 0 \Rightarrow 3y = -x + 9 \xrightarrow{\div 3} \frac{3y}{3} = \frac{-x + 9}{3}$
 $\Rightarrow y = \frac{-1}{3}x + 3 \Rightarrow$ شیب $= -\frac{1}{3}$
 عرض از مبدأ $= +3$

۴) $3y = 9x - 10 \xrightarrow{\div 3} \frac{3y}{3} = \frac{9x - 10}{3} \Rightarrow y = 3x - \frac{10}{3}$
 شیب $= 3$ و عرض از مبدأ $= -\frac{10}{3}$

سؤال: از برخورد دو خط $y = -3$ و $x = 2$ کدام نقطه به دست می آید؟

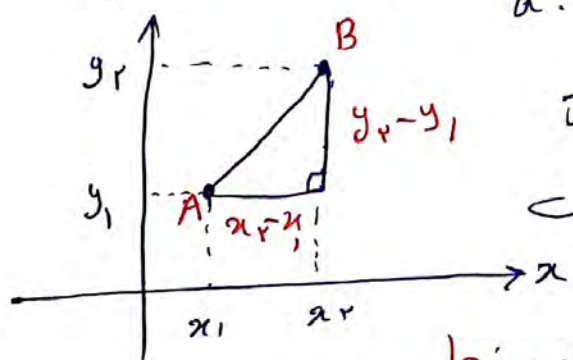


مثال: معادله خطی بنویسید که موازی محور x ها باشد و از نقطه $(2, 1)$ بگذرد.



نکته مهم: نوشتن معادله خطی از دو نقطه $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$

ابتدا شیب خط را از فرمول زیر بدست می آوریم. a .
 برای بدست آوردن b عرض از مبدأ کافی است یکی از دو نقطه را در معادله جایگزین کنیم تا b بدست آید.



$$a = \frac{\text{تفاضل عرض ها}}{\text{تفاضل طول ها}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

سؤال ۱: معادله‌ی خطی بنویسید که از دو نقطه $[1, 2]$ و $[3, 1]$ بگذرد.

$$y = ax + b$$

$$\begin{aligned} [1] &\rightarrow x_1 \\ [2] &\rightarrow y_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [3] &\rightarrow x_2 \\ [1] &\rightarrow y_2 \end{aligned}$$

$$\text{شیب خط} = a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 2}{3 - 1} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y = ax + b \xrightarrow{\begin{matrix} [1] \rightarrow x \\ [2] \rightarrow y \end{matrix}} \quad 2 = -\frac{1}{2}(1) + b \Rightarrow 2 = -\frac{1}{2} + b$$

$$\Rightarrow b = 2 - (-\frac{1}{2}) = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

سؤال ۲: معادله‌ی خطی بنویسید که از دو نقطه $[3, 2]$ و $[4, -1]$ بگذرد.

$$\begin{aligned} [3] &\rightarrow x_1 \\ [2] &\rightarrow y_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [4] &\rightarrow x_2 \\ [-1] &\rightarrow y_2 \end{aligned}$$

$$\text{شیب خط} = a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 2}{4 - 3} = \frac{-3}{1} = -3$$

$$y = ax + b \Rightarrow y = -3x + b$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} [3] \rightarrow x \\ [2] \rightarrow y \end{matrix}}$$

$$2 = -3(3) + b$$

$$2 = -9 + b \Rightarrow b = 2 + 9 = 11$$

$$y = -3x + 11$$

سؤال ۳: معادله‌ی خطی بنویسید که از دو نقطه $[0, 2]$ و $[-4, -3]$ بگذرد.

$$\begin{aligned} [0] &\rightarrow x_1 \\ [2] &\rightarrow y_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [-4] &\rightarrow x_2 \\ [-3] &\rightarrow y_2 \end{aligned}$$

$$\text{شیب خط} = a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 2}{-4 - 0} = \frac{-5}{-4} = \frac{5}{4}$$

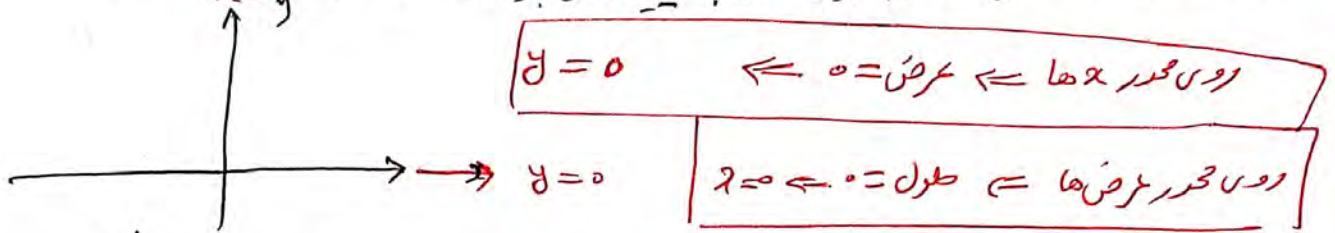
$$y = ax + b \Rightarrow y = \frac{5}{4}x + b$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} [0] \rightarrow x \\ [2] \rightarrow y \end{matrix}}$$

$$2 = \frac{5}{4}(0) + b \Rightarrow 2 = b \Rightarrow b = 2$$

$$y = \frac{5}{4}x + 2$$

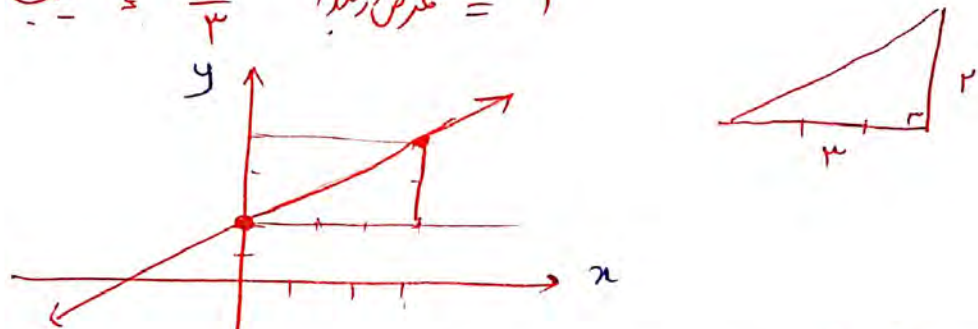
مقادیر محور طول و عرض هر را بنویسید، محل برخورد آن‌ها چه نقطه‌ای است؟



مثال) شیب و عرض ازسبب خطوط زیر را پیدا کردن و پس آن خط‌ها را رسم کنید.

۱) $3y - 2x = 7 \Rightarrow 3y = 2x + 7 \xrightarrow{\div 3} y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$

شیب = $\frac{2}{3}$ عرض ازسبب = ۷



۲) $4x - 2y = 8 \Rightarrow -2y = -4x + 8 \xrightarrow{\div -2}$

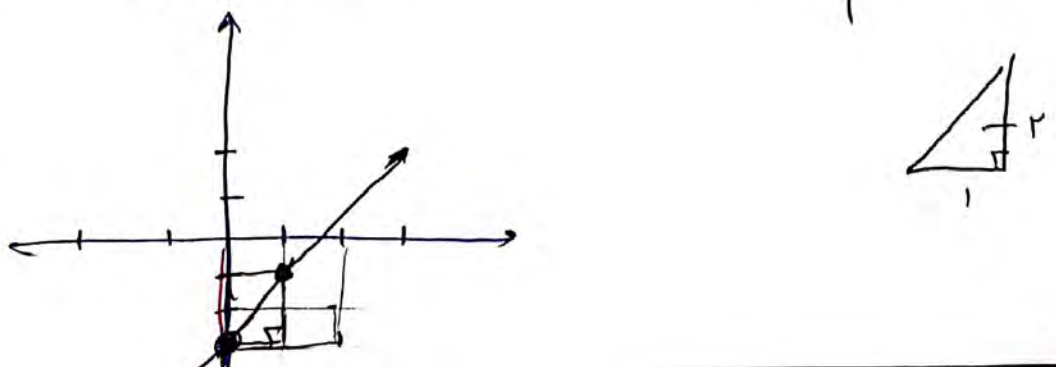
$\frac{-2y}{-2} = \frac{-4x}{-2} + \frac{8}{-2} \Rightarrow y = 2x - 4$

شیب = ۲ عرض ازسبب = -۴



۳) $2x - y = 3 \Rightarrow -y = -2x + 3 \xrightarrow{\div -1} y = 2x - 3$

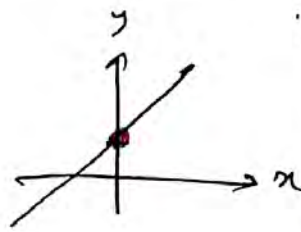
شیب = ۲ عرض ازسبب = -۳



به صورت سفید رنگ کنید.

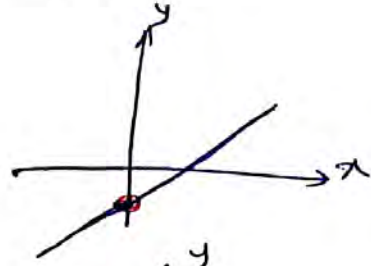
①

$a > 0 \rightarrow$ شیب +
 $b > 0 \rightarrow$ عرض از مبدأ +



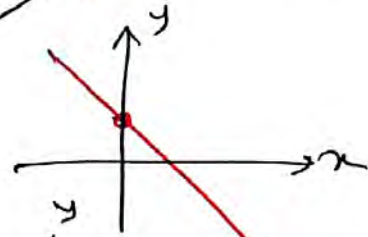
②

$a > 0 \rightarrow$ شیب +
 $b < 0 \rightarrow$ عرض از مبدأ -



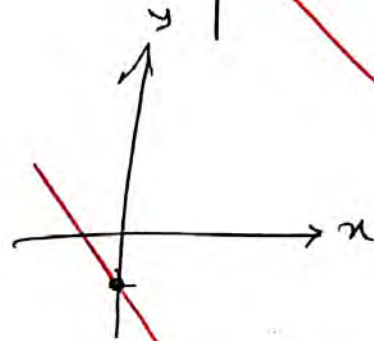
③

$a < 0 \rightarrow$ شیب -
 $b > 0 \rightarrow$ عرض از مبدأ +

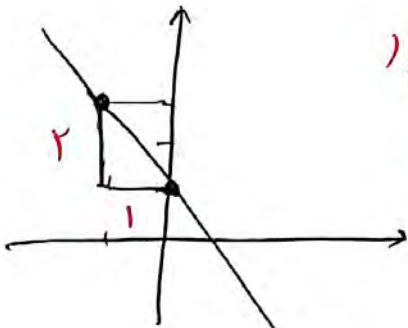


④

$a < 0 \rightarrow$ شیب -
 $b < 0 \rightarrow$ عرض از مبدأ -



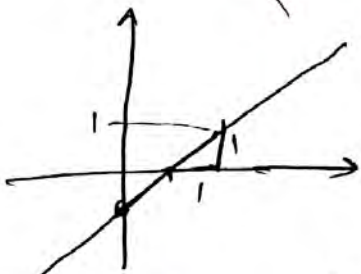
سوال: معادله خط های زیر را بنویسید.



عرض از مبدأ $b = +1 = b$

شیب $a = -\frac{2}{1} = -2 = a$

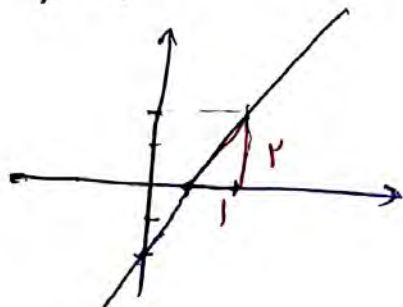
$y = ax + b \Rightarrow y = -2x + 1$



عرض از مبدأ $b = -1 = b$

شیب $a = +\frac{1}{1} = 1 = a$

$y = ax + b \Rightarrow y = 1x - 1$



عرض از مبدأ $b = -2 = b$

شیب $a = +\frac{2}{1} = 2 = a$

$y = ax + b \Rightarrow y = 2x - 2$

مثال: معادله خط بنویسید که با خط $2y - 4x = 5$ موازی باشد و از نقطه $(1, -1)$ بگذرد.

ابتدا شیب این خط را بدست می آوریم چون موازی هستند پس شیب خط را که می خواهیم بنویسیم با این شیب یکی است.

فرم کلی

$$2y - 4x = 5 \Rightarrow 2y = 4x + 5 \xrightarrow{\div 2} y = 2x + \frac{5}{2}$$

$a = \text{شیب} = 2$

معادله خط موازی داشته باشد را بنویسیم:

$$y = ax + b$$

$a=2$, $y = 2x + b$ $\xrightarrow{\begin{matrix} [1] \rightarrow x \\ [-1] \rightarrow y \end{matrix}}$ $-1 = 2(1) + b \Rightarrow$
 $-1 = 2 + b \Rightarrow b = -1 - 2 = -3$

$$y = 2x - 3$$

مثال: معادله a را بخوانید که موازی با خط $ax + 2y - 2 = 0$ و عرض از مبدأ این خط را نیز بدست آورید.

$\xrightarrow{\begin{matrix} [3] \rightarrow x \\ [-2] \rightarrow y \end{matrix}}$ $a(3) + 2(-2) - 2 = 0 \Rightarrow 3a - 4 - 2 = 0 \Rightarrow 3a - 6 = 0$
 $\Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = \frac{6}{3} = 2$

معادله $a=2$ را در معادله خط قرار دهیم و وقت می کنیم فرم کلی خط است.

$$2x + 2y - 2 = 0 \Rightarrow 2y = -2x + 2 \xrightarrow{\div 2} y = -1x + 1$$

شیب $a = -1$

$b = +1$ عرض از مبدأ

۲۱
 درین رسم: دستگاه معادله‌های خطی ← دستگاه ۲ معادله ۲ مجهول
 WWW.Amoozz.ir

$$\begin{cases} x + 2y = 5 & \text{۲ معادله} \\ 2x + 3y = 4 & \text{۲ مجهول } x \text{ و } y \end{cases}$$

هدف از این درس حل این دستگاه معادله‌های خطی است. منظور از حل پیدا کردن x و y است که در هر دو معادله صدق کند.

روش‌های حل دستگاه معادله‌های خطی که در این درس بررسی می‌شوند عبارتند از:

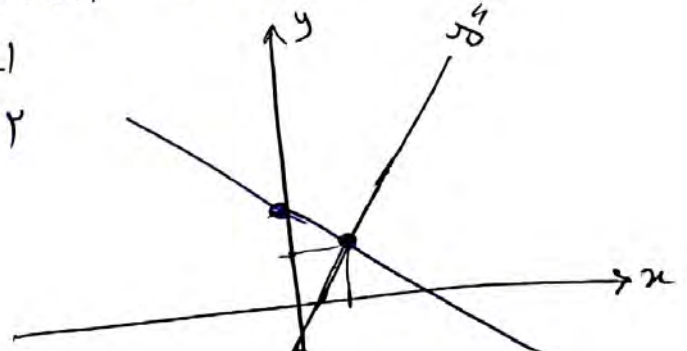
- ۱- روش ترسی (روش هندسی)
- ۲- روش جایگزینی
- ۳- روش حذفی

۱- روش ترسی: در این روش ابتدا دو خط را در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم و پس یک جواب مشترک برای دو معادله بدست می‌آوریم.

این روش زیاد استفاده نمی‌شود چون برخی از خطوط به راحتی رسم نمی‌شوند و ممکن است جواب‌های x و y به صورت کسری یا اعداد اعشاری باشند. پس این روش محدودیت دارد.

مثال: معادله‌های خطوط $y = 2x - 1$ و $y = -x + 2$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید و یک جواب مشترک برای آن‌ها بیابید.

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -x + 2 \end{cases}$$



حل برقرار دو خطا جواب می‌باشد

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \leftarrow \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \end{bmatrix}$$

$$y = 2x - 1$$

x	0	1
y	-1	1

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y = -x + 2$$

x	0	1
y	2	1

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \Rightarrow x - y = 1 \Rightarrow x - 1 = y \Rightarrow \underline{y = x - 1}$$

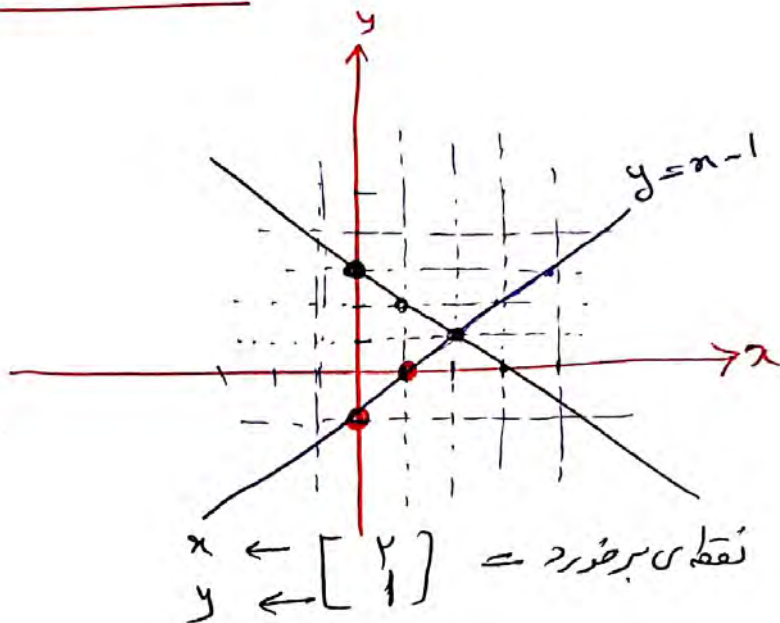
$$\rightarrow \underline{y = -x + 3}$$

$$y = x - 1$$

x	0	1
y	-1	0
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$y = -x + 3$$

x	0	1
y	3	2
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$



$$\textcircled{2} \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \rightarrow 2x - 3 = y$$

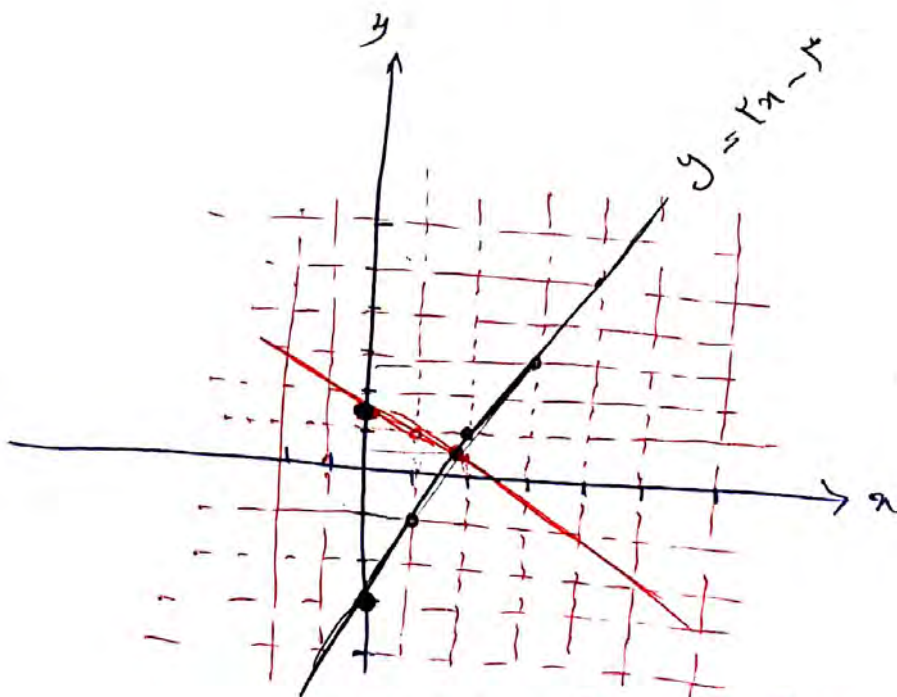
$$\rightarrow 2y = -x + 3 \xrightarrow{\div 2} y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$y = 2x - 3$$

x	0	1
y	-3	-1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

x	0	1
y	$\frac{3}{2}$	1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$



در این قسمت حل به روش گسست است
 البته از روش ضرب در ۵
 ضریب حل می‌گردد $\begin{cases} x = \frac{9}{5} \\ y = \frac{4}{5} \end{cases}$

$$-\frac{1}{2}(1) + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

نکته مهم در روش گرسبی:

۲۳ $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

حالت اول) $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \Rightarrow$ ~~این دو خط متقاطع اند~~ ~~یک جواب مشترک دارند~~ ~~دستگاه دارای یک جواب است.~~

حالت دوم) $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ ~~این دو خط با هم موازی اند~~ ~~دستگاه جواب ندارد~~

حالت سوم) $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ ~~این دو خط بر هم منطبق اند~~ ~~دستگاه بی شمار جواب دارد~~

مثال: دستگاه معادلات خطی زیر چند جواب دارد

① $\begin{cases} 2x - 4y = 4 \\ 4x - 2y = 8 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{-4}{-2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

این دو خط بر هم منطبق اند \Leftarrow دستگاه بی شمار جواب دارد.

② $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x - 3y = 7 \end{cases} \quad \frac{2}{4} = \frac{-1}{-3} \neq \frac{1}{7}$

این دو خط با هم موازی اند \Leftarrow دستگاه جواب ندارد.

$\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 2x - 7y = 15 \end{cases} \quad \frac{1}{2} \neq \frac{-2}{-7}$

این دو خط متقاطع اند \Leftarrow دستگاه دارای یک جواب است.

۲ روش جایگزینی: در این روش یکی از متغیرها را بر حسب متغیر دیگر بدست می آوریم پس آن را در معادله دیگر قرار می دهیم تا به یک معادله یک مجهول برسیم آن را حل می کنیم و پس با جایگزین کردن در معادله متغیر دیگر نیز بدست می آید.

مثال: دستگاه معادله‌ها حل کنید.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \end{cases}$$

در معادله دوم y را بر حسب x است پس مقدار آن را در معادله بالا می قرار می دهیم

$$2x - 3\left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\right) = 5 \Rightarrow 2x - x + 2 = 5$$

$$\rightarrow x + 2 = 5 \Rightarrow x = 5 - 2 = 3$$

$$y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \xrightarrow{x=3} y = \frac{1}{3}(3) - \frac{2}{3} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 2x - 7y = 15 \end{cases} \Rightarrow x = 2y + 7$$

$$2x - 7y = 15 \Rightarrow 2(2y + 7) - 7y = 15 \Rightarrow$$

$$4y + 14 - 7y = 15 \Rightarrow -3y = 15 - 14 \Rightarrow -3y = 1$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$$

$$x = 2y + 7 \Rightarrow x = 2\left(-\frac{1}{3}\right) + 7 = -\frac{2}{3} + 7 = \frac{19}{3}$$

$$\begin{cases} x = \frac{19}{3} \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

2a $3x - y = 4 \Rightarrow 3x - 4 = y$

$2x + \frac{1}{3}y = 8$

جایگزینی

$$2x + \frac{1}{3}y = 8 \Rightarrow 2x + \frac{1}{3}(3x - 4) = 8$$

$$\Rightarrow 2x + \frac{1}{3} \times 3x + \frac{1}{3}(-4) = 8 \Rightarrow 2x + x - \frac{4}{3} = 8$$

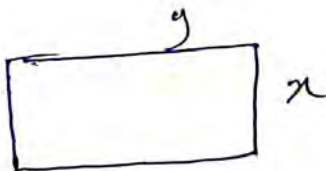
$$\Rightarrow 3x - \frac{4}{3} = 8 \Rightarrow 3x = 8 + \frac{4}{3} = \frac{28}{3} \Rightarrow x = \frac{28}{9}$$

$$y = 3x - 4 \Rightarrow y = 3\left(\frac{28}{9}\right) - 4 = \frac{28}{3} - 4 = \frac{16}{3}$$

$\begin{cases} x = \frac{28}{9} \\ y = \frac{16}{3} \end{cases}$

سؤال: برای سال زیر یک رستگاه بنویسید و آن را حل کنید.

طول یک مستطیل از دو برابر عرض آن ۳ سانتی متر کمتر است. اگر محیط مستطیل ۲۴ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را پیدا کنید.



عرض مستطیل = x

طول مستطیل = y

طول = $2x - 3 \Rightarrow y = 2x - 3$

$2(طول + عرض) = 24 \Rightarrow 2(طول + عرض) = 24 \Rightarrow 2(2x - 3 + x) = 24$

$\Rightarrow x + y = 12$

$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ x + y = 12 \end{cases}$ جایگزینی

$x + (2x - 3) = 12 \Rightarrow 3x - 3 = 12 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{3} = 5$

$y = 2x - 3 \Rightarrow y = 2(5) - 3 = 10 - 3 = 7$

۳- روش حذف و در این روش x یا y را حذف می‌کنیم تا به یک معادله یک مجهول برسیم.

برای این که x یا y را حذف کنیم باید ضریب x در معادله بالا را با این قدریندی هم باشند تا هنگام جمع کردن این دو معادله با هم حذف شوند.

برای این که ضریب x در معادله بالا را با این قدریندی شوند باید در صورت نیاز یکی یا هر دو معادله را در عددی ضرب کنیم. مثلا اگر در معادله بالا ضریب x برابر ۲ و در معادله پایین ضریب

ضریب x در معادله بالا را در ۳ و معادله پایین را در ۲ - ضرب کنیم تا

تذکره: اگر در معادله اول ضریب y یک و در معادله دوم ضریب y ۳ باشد فقط کافی است معادله اول را در ۳ - ضرب کنیم و معادله دوم نیازی به ضرب کردن عدد ندارد.

تذکره: اگر ضریب یکی از معادلات کمتر بود بهتر است ابتدا از حالت کسر خارج کنیم و پس آن را حل کنیم.

این روش را با یکی مثال شروع می‌کنیم. فرض کنیم مضامین y را حذف کنیم.

$$2x \begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 10 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$+ \quad \frac{7x = 14}{7} \Rightarrow x = \frac{14}{7} = 2$$

اکنون در یکی از معادلات به دگواه بجای $x = 2$ قرار می‌دهیم تا مقدار y بدست آید. البته من در دو معادله قرار می‌دهم:

$$\xrightarrow{x=2} \begin{cases} 3x - y = 5 \Rightarrow 3(2) - y = 5 \Rightarrow 6 - y = 5 \Rightarrow 6 - 5 = y \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x=2} x + 2y = 4 \Rightarrow 2 + 2y = 4 \Rightarrow 2y = 4 - 2 = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{2} = 1$$

(اقت کنید اگر در صورت سوال ذکر نشده بود روش استفاده کنید بهر است از روش حذفی استفاده کنید)

$$1) \begin{cases} 2x \\ 1 \end{cases} \begin{cases} x - y = 3 \\ 4x + 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 6 \\ + \\ 4x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$6x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{6} = 2$$

$$\xrightarrow{x=2} x - y = 3 \Rightarrow 2 - y = 3 \Rightarrow 2 - 3 = y \Rightarrow y = -1$$

$$2) \begin{cases} 3x \\ 2x \end{cases} \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x - 12y = 3 \\ + \\ 10x + 12y = 21 \end{cases}$$

$$19x = 38 \Rightarrow x = \frac{38}{19} = 2$$

$$\xrightarrow{x=2} 3x - 2y = 1 \Rightarrow 3(2) - 2y = 1 \Rightarrow 6 - 2y = 1$$

$$\Rightarrow 6 - 1 = 2y \Rightarrow 5 = 2y \Rightarrow y = \frac{5}{2} = 2.5$$

$$3) \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ -1 \times \\ 2x + 2y = 3d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ + \\ -2x - 2y = -3d \end{cases}$$

$$x = 5 - 3d$$

$$\xrightarrow{x=5-3d} 3x + 2y = 5 \Rightarrow 3(5-3d) + 2y = 5$$

$$\rightarrow 15 - 9d + 2y = 5 \Rightarrow 2y = 5 - 15 + 9d = 9d - 10$$

$$\rightarrow 2y = 9d - 10 \Rightarrow y = \frac{9d - 10}{2}$$

$$f) \begin{cases} -r_x \left\{ \begin{aligned} x - ry &= v \\ rx - vy &= 1a \end{aligned} \right. \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -rx + ry = -1r \\ rx - vy = 1a \end{cases}$$

$$-1y = 1 \Rightarrow y = \frac{+1}{-1} = -1$$

$$\underline{y = -1} \rightarrow x - ry = v \Rightarrow x - r(-1) = v \Rightarrow$$

$$x + r = v \Rightarrow x = v - r = \boxed{r}$$

$$d) \begin{cases} r(x-y) + ry = r \\ rx - r(x-y) = v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} rx - ry + ry = r \\ rx - rx + ry = v \end{cases} \Rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} rx + y = r \\ -x + ry = v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} rx + y = r \\ -rx + ry = 1r \end{cases}$$

$$ay = 1r \Rightarrow y = \frac{1r}{a}$$

$$\underline{y = \frac{1r}{a}} \rightarrow rx + \frac{1r}{a} = r \Rightarrow rx = r - \frac{1r}{a} = \frac{r}{a} \Rightarrow x = \frac{r}{\frac{r}{a}} = \frac{r}{a}$$

$$g) \begin{cases} \frac{x-1}{r} - \frac{y-1}{r} = \frac{1}{r} \\ x+y = r \end{cases} \xrightarrow{\text{از طرف اول کسر را حذف کنیم}} \begin{cases} r(x-1) - r(y-1) = 1 \\ x+y = r \end{cases}$$

$$\begin{cases} rx - r - ry + r = 1 \\ x+y = r \end{cases} \xrightarrow{rx} \begin{cases} rx - ry = +r \\ x+y = r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} rx - ry = r \\ rx + ry = 1 \end{cases}$$

$$\underline{\Delta x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{0} = \text{undefined}}$$

$$\underline{x = r} \rightarrow x+y = r \Rightarrow r+y = r \Rightarrow y = r-r = \boxed{0}$$

مسئله ۲۹: یک جواب برای x و y طوری تعیین کنید که تساوی زیر برقرار باشد WWW.Amoozz.ir

$$2^{2x-y-2} = 3^{x+y-1}$$

تذکره: دو عدد توان دار با پایه های نامساوی در صورتی با هم مساوی می شوند که توان آن ها برابر صفر باشد

$$2^0 = 3^0 = 1$$

پس داریم:

$$2x - y - 2 = 0 \quad \text{و} \quad x + y - 1 = 0$$

$$\begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1$$

$$x = 1 \rightarrow x + y = 1 \Rightarrow 1 + y = 1 \Rightarrow y = 1 - 1 = 0$$

مسئله: معادله خطی بنویسید که از محل برخورد دو خط $x - y = 1$ و $x + y = 1$ بگذرد و شیب آن $-\frac{2}{3}$ باشد.

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$x + y = 1 \Rightarrow 1 + y = 1 \Rightarrow y = 1 - 1 = 0$$

$$2x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{2} = 1$$

پس $[0, 1]$ نقطه برخورد این دو خط است.

$$y = ax + b \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \quad y = -\frac{2}{3}x + b$$

$$\begin{cases} [0, 1] \rightarrow x \\ [0, 1] \rightarrow y \end{cases} \quad 0 = -\frac{2}{3} \cdot 1 + b \Rightarrow b = \frac{2}{3} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} y = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$$

مسئله: مجموع سن علی و پدرش ۷۰ سال و افتخار آن ها ۲۶ سال است. سن هر یک را با متغیر x و y بنویسید.

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ x - y = 26 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ 41 + y = 70 \end{cases}$$

$$2x = 96 \Rightarrow x = \frac{96}{2} = 48$$

$$y = 70 - 41 = 29$$

سؤال: در یک مزرعه، ۲۰ شتر مرغ و گاو وجود دارد. باکال آن‌ها ۵۶ عدد است. www.amoozz.ir

این مزرعه چند شتر مرغ و چند گاو وجود دارد؟ مقدار x و y

تعداد شتر مرغ = x

تعداد گاو = y

$x + y = 20$

تعداد باکال شتر مرغ ها = $2x$

تعداد باکال گاو = $4y$

$2x + 4y = 56$

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 2x + 4y = 56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x - 4y = -80 \\ 2x + 4y = 56 \end{cases}$$

$-2x = -24 \Rightarrow x = \frac{-24}{-2} = +12$

$x + y = 20 \rightarrow 12 + y = 20 \Rightarrow y = 20 - 12 = 8$

(روش حذف)

سؤال: دستگاه معادله خطی زیر را از روش حذفی و بررسی حل کنید.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x + 6y = -14 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases}$$

$0 = -9$

تناقض است.

معادله جواب ندارد.

روش تریس

$2x - 3y = 7 \Rightarrow -3y = -2x + 7 \xrightarrow{\div -3} y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$

$4x - 6y = 5 \Rightarrow -6y = -4x + 5 \xrightarrow{\div -6} y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{6}$

این دو خط با هم موازی نیستند پس همدیگر را قطع نمی کنند. دستگاه جواب ندارد.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases}$$

$\frac{2}{4} = \frac{-3}{-6} \neq \frac{7}{5}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{7}{5}$

پس دو خط دارای شیب یکسان هستند که موازی نیستند.