

عبارت های گویا

عبارت گویا: کسری است که صورت و مخرج آن چند جمله ای باشند.

$$\frac{4x^2 - 1}{2x + 3}, \frac{\sqrt{5}x}{2}, \frac{x - 3}{x} \quad \text{مانند:}$$

نکته: عبارتی که متغیر آن توان منفی یا زیر رادیکال یا داخل قدر مطلق یا در مخرج کسر یا در توان باشد. گویا نیست.

$$|x - 2|, \frac{x^y}{3}, \frac{4 - \sqrt{x}}{3x} \quad \text{مانند:}$$

نکته: عبارت گویا به ازای مقادیری که مخرج کسر را صفر می کند تعریف نشده است.

مثال: عبارت های گویا زیر به ازای چه مقادیری از مخرج کسر تعریف نشده است.

(مخرج کسر را مساوی صفر قرار داده تا مقادیر تعریف نشده مشخص شوند)

$$\frac{x^2 - 5}{2x - 4} \Rightarrow 2x - 4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \quad (\text{عبارت گویا به ازای } (x = 2) \text{ تعریف نشده است})$$

$$\frac{x - 4}{x^2 - 4x} \xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

(عبارت گویا به ازای $(x = 4, x = 0)$ تعریف نشده است)

ساده کردن عبارت گویا: برای ساده کردن صورت و مخرج را به صورت حاصل ضرب دو یا چند عبارت جبری نوشته سپس

عبارت های مساوی را از صورت و مخرج ساده می کنیم.

نکته: برای ساده کردن عبارت های گویا از فاکتورگیری و اتحاد استفاده می کنیم.

مثال: عبارت های گویا زیر را ساده کنید.

اتحاد مزدوج

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} = \frac{(x - 2)(\cancel{x + 2})}{x(x + 2)} = \frac{(x - 2)}{x}$$

فاکتورگیری

اتحاد جمله مشترک

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 9} = \frac{(x - 3)(x - 2)}{(x - 3)(x - 3)} = \frac{(x - 2)}{(x - 3)}$$

اتحاد مربع دو جمله ای

ضرب عبارت های گویا: در ضرب عبارت های گویا ابتدا ساده می کنیم سپس صورت در صورت و مخرج در مخرج ضرب می کنیم.

تقسیم عبارت های گویا: ابتدا تقسیم را به ضرب تبدیل می کنیم یعنی کسر اولی را در معکوس کسر دومی ضرب می کنیم.

عبارت های گویا

مثال: حاصل ضرب و تقسیم عبارت های گویا زیر را به دست آورید.

$$\frac{x+5}{3x+6} \times \frac{x+2}{x^2-25} = \frac{\cancel{(x+5)}}{3\cancel{(x+3)}} \times \frac{\cancel{(x+2)}}{(x-5)\cancel{(x+5)}} = \frac{1}{3(x-5)}$$

$$\frac{x^2-2x-15}{x+3} \div \frac{x^2-x-12}{2x+6} = \frac{(x-5)\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x+3)}} \times \frac{2\cancel{(x+3)}}{(x-4)\cancel{(x+3)}} = \frac{2(x+5)}{(x-4)}$$

جمع و تفریق عبارت های گویا: بین مخرج ها مخرج مشترک (ک.م.م) مخرج ها را انتخاب می کنیم.

مثال: حاصل جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$$\frac{2x+3}{x+1} + \frac{x-4}{x-2} = \frac{(2x+3)(x-2) + (x-4)(x+1)}{(x+1)(x-2)} = \frac{3x^2-4x-10}{(x+1)(x-2)}$$

$$\frac{x-1}{x-3} - \frac{x+5}{x^2-9} = \frac{(x-1)(x+3) - (x+5)}{(x-3)(x+3)} = \frac{x^2+x-8}{(x-3)(x+3)}$$

ساده کردن عبارت های مرکب: عبارت صورت کسر و عبارت مخرج کسر را جداگانه جواب داده و در آخر حاصل عبارت صورت را بر حاصل عبارت مخرج تقسیم می کنیم.

مثال: حاصل عبارت زیر را به ساده ترین صورت بنویسید.

$$\frac{\frac{3}{x^2} - \frac{4}{x} + 1}{1 - \frac{6}{x^2} - \frac{1}{x}} = \frac{3 - 4x + x^2}{x^2 - 6 - x} = \frac{(x-3)(x-1)}{x^2} \times \frac{x^2}{(x-3)(x+2)} = \frac{(x-1)}{(x+2)}$$

تقسیم یک جمله ای بر یک جمله ای: (۱ علامت ها در هم ضرب شده ۲ اعداد با هم ساده می شوند ۳ حروف (متغیرها) با هم ساده می شوند: (در ساده کردن متغیرها از قاعده تقسیم اعداد توان دار استفاده می شود)

مثال: عبارت گویا زیر را ساده کنید.

$$\frac{-18x^5y^2z^4}{12x^3y^3z^4} = \frac{-18}{12} \times \frac{x^5}{x^3} \times \frac{y^2}{y^3} \times \frac{z^4}{z^4} = -\frac{3x^2}{2y}$$

عبارت های گویا

تقسیم چند جمله ای بر یک جمله ای: تک تک جملات صورت کسر را بر مخرج کسر تقسیم می کنیم.

مثال: عبارت گویا زیر را ساده کنید.

$$\frac{4x^5 - 6x^3 + 12x}{2x} = \frac{4x^5}{2x} - \frac{6x^3}{2x} + \frac{12x}{2x} = 2x^4 - 3x^2 + 6$$

تقسیم چند جمله ای بر چند جمله ای: برای این تقسیم مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

(۱) ابتدا مقسوم و مقسوم علیه را به شکل استاندارد یعنی از بیشترین توان به کمترین توان می نویسیم.

(۲) اولین جمله ی مقسوم را بر اولین جمله ی مقسوم علیه تقسیم کرده و حاصل را در خارج قسمت می نویسیم.

(۳) خارج قسمت را در تک تک جملات مقسوم علیه ضرب کرده و حاصل را زیر عبارت مقسوم نوشته و دو عبارت را از هم کم می کنیم.

(۴) برای چند جمله ای به دست آمده مراحل ۲ و ۳ را تکرار کنیم و این تکرار را تا جایی ادامه می دهیم که درجه باقی مانده از درجه مقسوم علیه کمتر شود.

مثال: خارج قسمت و باقی مانده تقسیم $4x - x^2 + 7 + 2x^2 \div x - 2$ زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{r} x^2 + 4x + 7 \quad x - 2 \\ -(x^2 - 2x) \quad x + 6 \\ \hline 6x + 7 \quad \text{خارج قسمت} \\ -(6x - 12) \\ \hline 19 \quad \text{باقی مانده} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{مرحله اول (استاندارد کردن عبارت): } 4x - x^2 + 7 + 2x^2 = x^2 + 4x + 7 \\ \text{مرحله دوم (تقسیم مقسوم بر مقسوم علیه): } \frac{x^2}{x} = x \\ \text{مرحله سوم (حاصل ضرب خارج قسمت در مقسوم علیه): } x(x - 2) = x^2 - 2x \end{array}$$

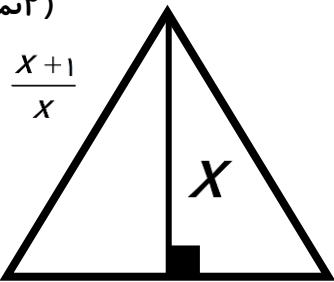
$$\text{رابطه تقسیم: } (x - 2)(x + 6) + 19 = x^2 + 4x + 7$$

نکته: اگر در تقسیم دو عبارت باقی مانده صفر شود. مقسوم بر مقسوم علیه بخشپذیر است.

مثال: مقدار a طوری بیابید که چند جمله ای $x^4 - 3x^2 + a - 3$ بر $x^2 - 5$ بخشپذیر باشد.

$$\begin{array}{r} x^4 - 3x^2 + a - 3 \quad x^2 - 5 \\ -(x^2 - 5x^2) \quad x^2 + 2 \\ \hline 2x^2 + a - 3 \\ -(2x^2 - 10) \\ \hline a + 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{بخشپذیر بودن یعنی باقی مانده تقسیم صفر شود:} \\ a + 7 = 0 \Rightarrow a = -7 \end{array}$$

<p>(۲نمره)</p>	<p>عبارت های درست را با \checkmark و نادرست را با \times مشخص کنید</p> <p>الف () عبارت $\frac{2y + \sqrt{y}}{y^3}$ یک عبارت گویا است.</p> <p>ب () عبارت $\frac{ax^2 + a}{x}$ را می توان به شکل $X + a$ ساده نمود.</p> <p>ج () حاصل عبارت $\frac{1+2x}{-2x-1}$ برابر با -1 است.</p> <p>د () مساحت مربعی به ضلع $3x-1$ برابر $9x^2 - 1$ است.</p>	<p>۱</p>								
<p>(۲نمره)</p>	<p>کامل کنید</p> <p>الف () عبارت $\frac{4x+7}{x-9}$ به ازای $X = \dots\dots\dots$ تعریف نشده است.</p> <p>ب () حاصل عبارت $\frac{4x^2 + 8x}{12x + 24}$ به ساده ترین صورت برابر با..... است.</p> <p>ج () طول مستطیلی از سه برابر عرض آن 4 واحد کم تر است. نسبت طول به مساحت آن برابر با..... است.</p> <p>د () به ازای $m = \dots\dots\dots$ دو عبارت $\frac{4}{m+1}$ و $\frac{2}{m-2}$ مقدار یکسان دارند.</p>	<p>۲</p>								
<p>(۱نمره)</p>	<p>گزینه درست را انتخاب کنید.</p> <p>الف () اگر چند جمله ای $5x + 9x^3 + a$ بر $3x + 2$ بخش پذیر باشد مقدار a کدام گزینه است؟</p> <p>(۱) -4 (۲) 6 (۳) 4 (۴) -6</p> <p>ب () کدام عبارت زیر گویا است؟</p> <p>(۱) $\frac{\sqrt{3x+y^2}}{x-y}$ (۲) $\frac{2-x^2\sqrt{y}}{y^2+x}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{x+y}}$ (۴) $\frac{xy+x^2+1}{ x-y }$</p>	<p>۳</p>								
<p>(۱نمره)</p>	<p>هر یک از عبارت های ستون اول را به عبارت مساوی آن در ستون دوم وصل کنید.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">ستون اول</th> <th style="width: 50%;">ستون دوم</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;"> $\frac{2x + 2y}{2z}$ </td> <td style="text-align: center;"> $2 \times \frac{x+z}{y+z}$ ● </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"> $\frac{x+z}{y+z}$ </td> <td style="text-align: center;"> $\frac{-x-z}{-y-z}$ ● </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"> $\frac{x+z}{y+z}$ </td> <td style="text-align: center;"> $\frac{x}{z} + \frac{y}{z}$ ● </td> </tr> </tbody> </table>	ستون اول	ستون دوم	$\frac{2x + 2y}{2z}$	$2 \times \frac{x+z}{y+z}$ ●	$\frac{x+z}{y+z}$	$\frac{-x-z}{-y-z}$ ●	$\frac{x+z}{y+z}$	$\frac{x}{z} + \frac{y}{z}$ ●	<p>۴</p>
ستون اول	ستون دوم									
$\frac{2x + 2y}{2z}$	$2 \times \frac{x+z}{y+z}$ ●									
$\frac{x+z}{y+z}$	$\frac{-x-z}{-y-z}$ ●									
$\frac{x+z}{y+z}$	$\frac{x}{z} + \frac{y}{z}$ ●									

<p>(۲نمره) عبارت های زیر را ساده کنید.</p> $\frac{16x^2}{12x^2 - 8x} = \frac{x^3 + x^2b}{x^2b + b^2x} =$	۵
<p>(۱نمره) ضرب زیر را انجام دهید</p> $\frac{x^2 - 1}{x^2 - x} \times \frac{4x^2}{-x - 1} =$	۶
<p>(۲نمره) تقسیم زیر را انجام دهید</p> $\frac{4x^2 - 25y^2}{2x^2y + 5xy^2} \div \frac{6x^2 - 15xy}{9x^2y^2} =$	۷
<p>(۳نمره) جمع و تفریق زیر را انجام دهید.</p> $\frac{x - 3}{x + 1} + \frac{4}{x + 1} = \frac{1}{4xy^2} - \frac{5}{x^2y^3} =$ $\frac{3x^2 - 3x}{x^2 - 3x + 2} + \frac{x}{2 - x} =$	۸
<p>(۲نمره) حاصل عبارت مقابل را به ساده ترین صورت بنویسید.</p> $1 + \frac{b^2}{a^2 - b^2} = a - \frac{a^2}{a - b}$	۹
<p>(۲نمره) محیط و مساحت شکل زیر را به دست آورید. (مثلث متساوی الاضلاع می باشد)</p> 	۱۰
<p>(۲نمره) تقسیم های زیر را انجام دهید.</p> $x^3 + x^2 + 3 \quad \quad -2x^2 + 1$ $\frac{2xy^2 - 4x^2y - z}{10xy} =$	۱۱
<p>موفق باشید</p>	