مجموعهٔ اعداد گویا

نمایش اعشاری اعداد گویا

اعداد گویای تحویل پذیر:

اعدادی نظیر $\frac{۴}{۶}$، $\frac{۸}{۱۲}$ و $\frac{۱۴}{۳۵}$ که ب.م.م صورت ومخرج آنها به غیر از یک است، اعداد گویای تحویل پذیر هستند.

اعداد گویای تحویل ناپذیر:

اعدادی نظیر $\frac{۱}{۲}$، $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۱۷}{۱۹}$ که ب.م.م صورت ومخرج آنها یک است، اعداد گویای تحویل ناپذیر هستند.

عدد گویای $\frac{a}{b}$ را تحویل ناپذیر گویند هرگاه $(a\,,b) = ۱$

نمایش اعشاری اعداد گویا براساس عامل های اول مخرج به سه دسته تقسیم می شوند:

در مخرجهای هریک از سه دسته از کسرهای زیر دقت کنید:

دستهٔ اول: $\frac{۷}{۱۶۰}$ ، $\frac{۳}{۲۰}$ ، $\frac{۳}{۴}$ ، $\frac{۱}{۲}$

دستهٔ دوم: $\frac{۱۳}{۲۳۱}$ ، $\frac{۷}{۳۹}$ ، $\frac{۳}{۷}$ ، $\frac{۲}{۳}$

دستهٔ سوم: $\frac{۱}{۳۰}$ ، $\frac{۷}{۳۴}$ ، $\frac{۳}{۲۶}$ ، $\frac{۵}{۶}$

دستهٔ اول: اگر مخرج هریک از کسرهای این دسته را به عوامل اول تجزیه کنیم خواهیم داشت:

$$\frac{۳}{۲^۲ \times ۵} \quad ، \quad \frac{۳}{۲^۲} \quad ، \quad \frac{۱}{۲}$$

در مخرج هر یک از کسرهای بالا فقط عامل های ۲ و ۵ دیده می شود.

اگر در هر کسر صورت را بر مخرج تقسیم کنیم پس از تعدادی متناهی پیشروی در تقسیم، باقیمانده به صفر خواهد رسید.

$$\frac{۱}{۲}=۰/۵$$

$$\frac{۳}{۴}=۰/۷۵$$

$$\frac{۳}{۲۰}=۰/۱۵$$

$$\frac{۷}{۱۶۰}=۰/۰۴۳۷۵$$

کسرهای تحویل ناپذیری که در مخرج آنها تنها عامل های اول ۲ یا ۵ وجود داشته باشد قابل تبدیل به کسر اعشاری تحقیقی یا مختوم می باشند.

دسته دوم: اگر مخرج هر یک از کسرهای دسته دوم را به عوامل اول تجزیه کنیم خواهیم داشت:

$$\frac{۲}{۳}\ ،\ \frac{۳}{۷}\ ،\ \frac{۷}{۳\times۱۳}\ ،\ \frac{۱۳}{۳\times۷\times۱۱}$$

در مخرج این کسرها فقط عاملهای اول غیر از ۲و ۵ وجود دارد. اگر در هر کسر صورت را بر مخرج تقسیم کنیم ودر تقسیم پیشروی کنیم باقیمانده هیچگاه به صفر نخواهد رسیدو خارج قسمت تحقیقی به دست نمی آید. بلکه در خارج قسمت مرتب رقم یا ارقامی تکرار می شود و خارج قسمت به دست آمده همیشه تقریبی خواهد بود که بر حسب تقریب خواسته شده آن را گرد می کنیم.

$$\frac{۲}{۳} \simeq ۰/۶۷$$

$$\frac{۲}{۳} = ۰/۶۶۶\cdots = ۰/\overline{۶}$$

$$\frac{۳}{۷} = ۰/۴۲۸۵۷۱\cdots = ۰/\overline{۴۲۸۵۷۱}$$

این نمادها را نماد اعشاری متناوب ساده یا عدد اعشاری متناوب سادهٔ متناظر با آن کسرها می خوانیم. رقم یا دسته ارقامی که مرتب تکرار می شود دورهٔ گردش آن عدد اعشاری متناوب ساده می خوانیم وبرای سهولت در نوشتن این اعداد اعشاری فقط یک دورهٔ گردش را می نویسیم وبالای آن دسته ارقام یک خط قرار می دهیم، همانطور که در بالا می بینید.

دسته سوم: اگر مخرج هر یک از کسرهای دسته سوم را به عوامل اول تجزیه کنیم خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{۲\times۳\times۵} \text{ ، } \frac{۷}{۲\times۱۷} \text{ ، } \frac{۳}{۲\times۱۳} \text{ ، } \frac{۵}{۲\times۳}$$

در مخرج هریک از اعداد این دسته عامل های اول ۲ یا ۵ وجود دارد ودر عین حال عامل های اول دیگری مثل ۳ یا ۷ یا ۱۱ و ... نیز دیده می شود.در هر یک از این کسرها اگر صورت را بر مخرج تقسیم کنیم ودر تقسیم پیشروی کنیم، باقیمانده هیچگاه به صفر نخواهد رسید وخارج قسمت همیشه تقریبی خواهد بود:

$$\frac{۵}{۶} = ۰/۸۳۳۳۳\cdots = ۰/۸\overline{۳}$$

$$\frac{۱}{۳۰} = ۰/۰\overline{۳}$$

$$\frac{۳}{۲۶} = ۰/۱۱۵۳۸۴۶۱۵۳۸۴۶\cdots = ۰/۱\overline{۱۵۳۸۴۶}$$

این نمادها را نماد اعشاری متناوب مرکب یا عدد اعشاری متناوب مرکب متناظر با کسرهای فوق می خوانیم. در اینجا غیر از ارقام دورهٔ گردش، ارقام دیگری نیز وجود ادرند که تکرار نمی شود که آنها را ارقام غیر دورهٔ گردش می خوانیم. به عنوان مثال در نمایش اعشاری کسر $\frac{۵}{۶}$، ۸ رقم غیر گردش وسه رقم دورهٔ گردش است.

هر عدد گویا رامی توان به صورت یک عدد اعشاری تحقیقی (مختوم)، متناوب ساده یا متناوب مرکب نوشت.اعدادی را که نتوان آنها را به صورت عدد اعشاری تحقیقی یا متناوب نوشت گویا نیستند.

تبدیل کسر اعشاری به کسر متعارفی:

۱-تبدیل عدد اعشاری تحقیقی کوچکتر از واحد به کسر متعارفی :

برای اینکار کافی است کسر متعارفی بنویسیم که صورت آن ارقام بعد از ممیز آن عدد ومخرج آن ۱۰^n باشد (n مساوی تعداد ارقام بعد از ممیز است.) و سپس آن را ساده کرده وبه کسر تحویل ناپذیر تبدیل نماییم.

مثال

اعداد ۰/۸ ، ۰/۷۲ و ۰/۱۲۵ را به صورت کسر گویا بنویسید.

$$۰/۸ = \frac{۸}{۱۰^۱} = \frac{۴}{۵}$$

$$۰/۷۲ = \frac{۷۲}{۱۰^۲} = \frac{۷۲}{۱۰۰} = \frac{۱۸}{۲۵}$$

$$۰/۱۲۵ = \frac{۱۲۵}{۱۰^۳} = \frac{۱}{۸}$$

۲-تبدیل عدد اعشاری متناوب ساده به کسر متعارفی :

ابتدا آن کسر را مساوی x قرار می دهیم (تساوی ۱)

طرفین این تساوی را در ۱۰^n (n تعداد ارقام دورهٔ گردش است) ضرب می کنیم (تساوی ۲)

دو تساوی را از هم کم می کنیم .

از این تساوی x را حساب می کنیم.

مثال

کسر متعارفی مساوی عدد اعشاری $۰/\overline{۷۲}$ را بنویسید.

$$x = ۰/\overline{۷۲} = ۰/۷۲۷۲\cdots \qquad \text{(تساوی ۱)}$$

$$۱۰۰x = ۷۲/۷۲۷۲\cdots \qquad \text{(تساوی ۲)}$$

$$۱۰۰x - x = ۷۲$$

$$۹۹x = ۷۲$$

$$x = \frac{۷۲}{۹۹} = \frac{۸}{۱۱}$$

۳-تبدیل عدد اعشاری متناوب مرکب به کسر متعارفی:

ابتدا آن کسر را مساوی x قرار می دهیم (تساوی ۱)

طرفین این تساوی را در ۱۰^{p} (p تعداد ارقام غیر گردش است) ضرب می کنیم (تساوی ۲)

طرفین این تساوی را در ۱۰^{n} (n تعداد ارقام دورهٔ گردش است) ضرب می کنیم (تساوی ۳)

دو تساوی (۲) و (۳) را از هم کم می کنیم .

از تساوی اخیر x را محاسبه نموده ساده می کنیم.

مثال

کسر متعارفی مساوی عدد اعشاری $۰/۳\overline{۲۷}$ را بنویسید.

$$x = ۰/۳\overline{۲۷} = ۰/۳۲۷۲۷\cdots \qquad \text{(تساوی ۱)}$$

$$۱۰x = ۳/۲۷۲۷\cdots \qquad \text{(تساوی ۲)}$$

$$۱۰۰۰x = ۳۲۷/۲۷۲۷\cdots \qquad \text{(تساوی ۳)}$$

$$۱۰۰۰x - ۱۰x = ۳۲۷/۲۷۲۷\cdots - ۳/۲۷۲۷\cdots$$

$$\Rightarrow ۹۹۰x = ۳۲۷ - ۳$$

$$\Rightarrow x = \frac{۳۲۷-۳}{۹۹۰} = \frac{۱۸}{۵۵}$$

برای تبدیل اعداد اعشاری متناوب می توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\frac{(\text{تمام ارقام}) - (\text{ارقام غیر گردش})}{\text{۹ به تعداد گردش صفر به تعداد غیر گردش}}$$

منبع: کتاب ریاضی اول دبیرستان قدیم