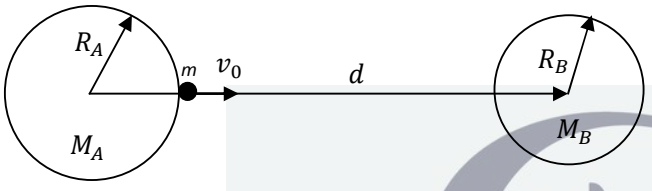
باسمه تعالی

نخستین المپیاد نجوم کشور
مرحله دوم
۱۶ اردیبهشت ماه ۱۳۸۴

۱)دو کره توپر به جرمهای M_A, M_Bرا در نظر بگیرید، که مراکز آنها در فاصله ی ثابت d از یکدیگر قرار گرفته اند. شعاع دو کره به ترتیب R_A, R_B است و داریم : $d = 8R_B$ ، $M_A = 8M_B$.

ذره ای به جرم m را از سطح کره ی A و در جهت خط المرکزین دو کره با سرعت اولیه v_0 پرتاب می کنیم. حداقل v_0 چقدر باشد تا جرم m به کره B برسد؟



---

۲) می دانیم که حدود 60 درصد از ستارگان آسمان ، ستاره هایی هستند که در منظومه های دوتایی یا چند تا یی به دور گراینگاه مشترکشان می چرخند. اگر صفحه دوران ستاره تقریباً بر صفحه آسمان عمود باشد ، دو ستاره از نظر ناظر زمینی از مقابل هم می گذرند و چیزی شبیه خورشید گرفتگی رخ می دهد. به این ستارگان ستارهای دوتایی گرفتی می گویند. ستاره های دوتایی گرفتی ستاره هایی هستند با نورانیت متغیر که تغییرات نور آنها از روی زمین قابل اندازه گیری است ، هر چند که در اکثر موارد دو ستاره از دید تلسکوپ قابل تفکیک نیستید. معروفترین ستاره ی متغییر گرفتی که از قدیم مورد توجه اخترشناسان بوده است ، ستاره ی راس الغول در صورت فلکی برساوش است که تغییرات نور آن به راحتی با چشم غیر مسلح نیز قابل مشاهده است. اخترشناسان به کمک بررسی نور ستاره های دوتایی به خصوصیات فیزیکی ستارگان پی می برند و صحت نظریه های اخترفیزیکی را تحقیق می کنند.

فرض کنید همه ستاره های دوتایی در آسمان از دو ستاره به جرم های $M_1 = M_2 = M_\odot$ و شعاع های $R_1 = \mathrm{R}_2 = \mathrm{R}_\odot$ تشکیل شده باشند و فاصله متوسط آنها در حدود 0.1 واحد نجومی است. با این حساب چند درصد ستارگان دوتایی باید متغییر گرفتی باشند؟

---

۳) بازه زمانی بین غروب خورشید و زمانی که زاویه ی سمت الراس آن به $108°$ میرسد، اصطلاحاً شفق خوانده می شود. با توجه به این حساب کنید که در عرض جغرافیایی $60°N$ در چه روزهایی از سال آسمان هرگز به طور کامل تاریک نمی شود.

---

۴) اگر زاویه تمایل محور زمین $23°27'$ باشد، در تاریخ 16 اردیبهشت 1384 ، در شهری با طول جغرافیایی $48°30'$ و عرض جعرافیایی$34°48'$ ، سمت خورشید (A_{sun}) در هنگام طلوع و مدت زمان ΔT که خورشید بالای افق خواهد بود را حساب کنید.(در این سوال زوایا باید بر حسب دقیقه قوسی محاسبه شود.)

---

۵) فرض کنید خورشید وارد یک سحابی کروی با توضیح چگالی همگن ρ_0 شود، اگر در فاصله R_0 از مرکز سحابی سرعت خورشید v_s و جهت آن عمود بر شعاع سحابی باشد، با فرض اینکه نیروی مقاومت گاز تشکیل دهنده ی سحابی در حرکت خورشید تاثیری نداشته باشد(حرکت ابقایی است)، دوره تناوب مدار خورشید به دور مرکز سحابی (P) را بدست آورده و نیم قطر بزرگ (a) و خروج از مرکز مدار(e) را حساب کنید. دقت کنید در این سیستم مرکز بیضی مدار بر مرکز سحابی منطبق است و قوانین بقا حرکت زاویه ای و انرژی بر قرار هستند، به طوری که داریم: $\frac{1}{2}M\left(v_r^2 + v_\theta^2\right) + V(R) = E$ $L = M_\odot R v_\odot$

که در آنها ، R فاصله از مرکز سحابی ،$V(R)$ انرژی پتانسیل گرانشی، E انرژی مکانیکی کل و L اندازه حرکت زاویه هستند.v_r, v_θ به ترتیب مولفه های مماسی و شعاعی بردار سرعت خورشید، هنگام حرکت آن به دور مرکز سحابی است.

۶) نیکلای کپرنیک،ستاره‌شناس لهستانی در قرن پانزدهم و شانزدهم میلادی می‌زیست.او که معتقد نظریه خورشید مرکزی بود،تفاوت بین دوره‌ی هلالی و دوره‌ی نجومی سیارات را دریافت و توانست فاصله سیارات از خورشید را حساب کند و مدلی بر مبنای مرکزیت خورشید در عالم بنا کرد. در این مسأله شما خود را جای کپرنیک می‌گذارید و به روش او فاصله سیارات از خورشید را حساب می‌کنید.

توجه: در این مسأله نباید از قوانین کپلر، مکانیک نیوتونی و جاذبه عمومی استفاده شود.

فرض کنید شما سیاره ای را در آسمان می بینید که در اولین شب رصد در حالت مقابله است. 89 روز بعد سیاره در حالت تربیع دیده می شود و 489 روز بعد، سیاره دوباره به حالت مقابله می رسد. منجمان دیگر که معتقد به نظریه زمین مرکزی بودند می گویند که فاصله این سیاره از زمین نباید بیشتر از فاصله خورشید از زمین باشد، زیرا سرعت حرکت آن به دور زمین از خورشید کمتر است. شما برای اثبات نظر خود مبنی بر اینکه خورشید در مرکز عالم است، باید فاصله این سیاره از خورشید و دوره تناوب آن به دور خورشید را حساب کنید. کپرنیک با همین اطلاعات فاصله سیارات را حساب کرد.

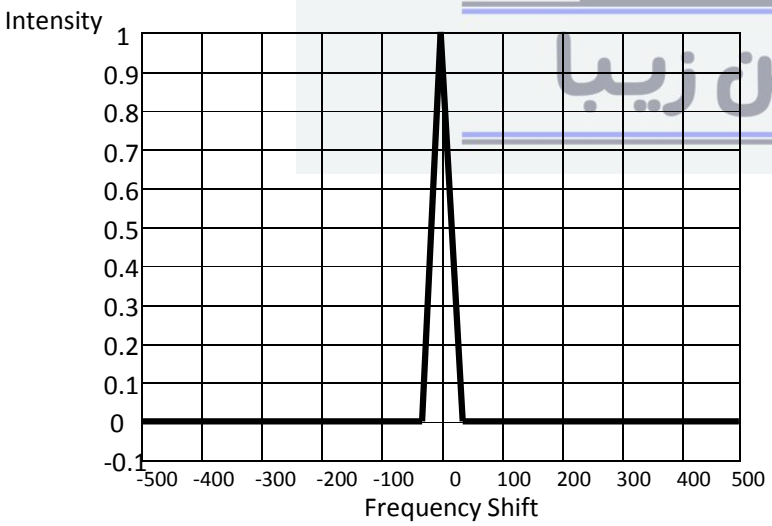
---

۷) معمولاً ستارگان از طریق باد ستاره ای جرم از دست می دهند. همچنین فرایندهای گداخت هسته ای همواره بخشی از جرم ستاره را به انرژی تبدیل می کند که از طریق تابش از ستاره خارج می شود. در نتیجه، از این طریق نیز ستارگان جرم از دست می دهند. بویژه غول‌های سرخ آهنگ کاهش جرم بالایی دارند. فرض کنید، یک ستاره‌ی غول سرخ با جرم $M = 5M_{\odot}$، دارای سیاره باشد که در مداری با فاصله‌ی $a = 10^{AU}$ (10 واحد نجومی) از ستاره به دور آن می گردد. این ستاره غول با آهنگ $10^{-8}\mathrm{M}_{\odot}/\mathrm{year}$ جرم خود را به صورت باد ستاره ای از دست می دهد.اگر تابندگی ستاره $L = 3.83 \times 10^{39} erg/s$ باشد، آهنگ سالانه تغییر اندازه‌ی مدار سیاره $(\frac{da}{dt})$ در اثر کاهش جرم چقدر است؟

---

۸) امروزه یکی از روش های دقیق بررسی سیارات شمسی ارسال امواج رادار به سیارات نزدیک،همچون عطارد، و بررسی امواج منعکس شده از این سیارات است. با بررسی طیف امواج منعکس شده می توان سرعت حرکت وضعی یا سرعت زاویه‌ای سیاره را بدست آورد. فرض کنید توسط راداری متصل به یک ماهواره در مدار دایره‌ای به دور عطارد، یک موج تک فرکانس با فرکانس 30 گیگاهرتز به سمت عطارد ارسال می شود. از مشاهدات زمینی بدست آورده‌ایم که قطر این سیاره $d_M \sim 5000^{km}$ و زاویه تمایل محور آن تقریباً صفر است. پس از منعکس شدن امواج رادیویی از سطح سیاره بخاطر پدیده‌ی دوپلر، موج بازگشتی دیگر تک فرکانس نخواهد بود. در نمودار زیر طیف (منحنی شدت بر حسب تغییرات فرکانسی) موج ارسال شده را روی شکل زیر رسم کنید. توجه:

در شکل زیر محور افقی اختلاف فرکانس موج ارسالی و موج دریافتی را نشان می دهد و عدد صفر نشان دهنده فرکانس موج ارسال شده یا همان 30 گیگاهرتز است. شدت امواج ارسال شده $1^{W/m^2}$ ،$(1W\ m^{-2})$بگیرید. از جذب امواج راداری در بین راه صرف نظر کنید. ماهواره در صفحه‌ی استوای عطارد حرکت می‌کند و به اندازه‌ی کافی از عطارد دور است.



ذهن زیبا