



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان و دانش پژوهان جوان

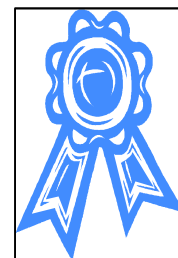


معاونت دانش پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»

## نهمین دوره المپیاد نجوم و اختر فیزیک

تاریخ: ۹۲/۲/۱۲ - ساعت: ۱۴:۰۰ مدت: ۲۴۰ دقیقه



شماره پرونده: -----  
کد ملی: -----  
نام پدر: -----  
نام مدرسه: -----

استان: -----  
منطقه: -----  
حوزه: -----  
پایه تحصیلی: -----

شماره سندلی

.



### توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب مجاز است

- این پاسخنامه به صورت نیمه کامپیوتری تصحیح می شود، بنابراین از مچاله و کثیف کردن آن خودداری نمایید.
- مشخصات خود را با اطلاعات بالای هر صفحه تطبیق دهید. در صورتی که حتی یکی از صفحات پاسخنامه با مشخصات شما همخوانی ندارد، مراقبین را مطلع نمایید.
- پاسخ هر سوال را در محل تعیین شده خود بنویسید. چنانچه همه یا قسمتی از جواب سوال را در محل پاسخ سوال دیگری بنویسید، به شما نمره ای تعلق نمی گیرد.
- با توجه به آنکه برگه های پاسخنامه به نام صادر شده است، امکان ارائه هیچگونه برگه اضافه وجود نخواهد داشت. لذا توصیه می شود ابتدا سوالات را در برگه چرک نویس، حل کرده و آنگاه در پاسخنامه پاکنویس نمایید.
- عملیات تصحیح توسط مصححین، پس از قطع سربرگ، به صورت ناشناس انجام خواهد شد. لذا از درج هرگونه نوشته یا علامت مشخصه که نشان دهنده صاحب برگه باشد، خودداری نمایید. در غیر این صورت تقلب محسوب شده و در هر مرحله ای که باشید از ادامه حضور در المپیاد محروم خواهید شد.
- از مخدوش کردن دایره ها در چهار گوشه صفحه و بارکدها خودداری کنید، در غیر این صورت برگه شما تصحیح نخواهد شد.
- همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه و لپ تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب خواهد شد.
- آزمون مرحله دوم برای دانش آموزان سال اول دبیرستان صرفاً جنبه آزمایشی و آمادگی دارد و شرکت کنندگان در دوره تابستانی از بین دانش آموزان پایه دوم و سوم دبیرستان انتخاب می شوند.



کد ملی: -----



۱- معمولا در ماه مبارک رمضان بیشترین توجه به ساعات شرعی وجود دارد، و دیده می‌شود که ساعات شرعی هر شهر در روزهای مختلف در ساعات متفاوتی است. هم‌چنین ساعات شرعی شهرهای مختلف تفاوت‌هایی با هم دارند. برای سادگی از بیضوی بودن مدار زمین به دور خورشید صرف نظر می‌کنیم (فرض: در تهران همواره ظهر شرعی ساعت ۱۲:۰۰ باشد و از اثر آنالما صرف نظر کنیم). زاویه‌ی میل خورشید به صورت یک تابع سینوسی ساده به فرم زیر تغییر می‌کند:  $D = A \sin(2\pi t/T)$  که  $T$  دوره تناوب سالانه (۳۶۵٫۲۵ روز)،  $t$  زمان سپری شده از لحظه‌ی تحویل سال،  $A = ۲۳٫۵^\circ$  و  $D$  میل خورشید است.

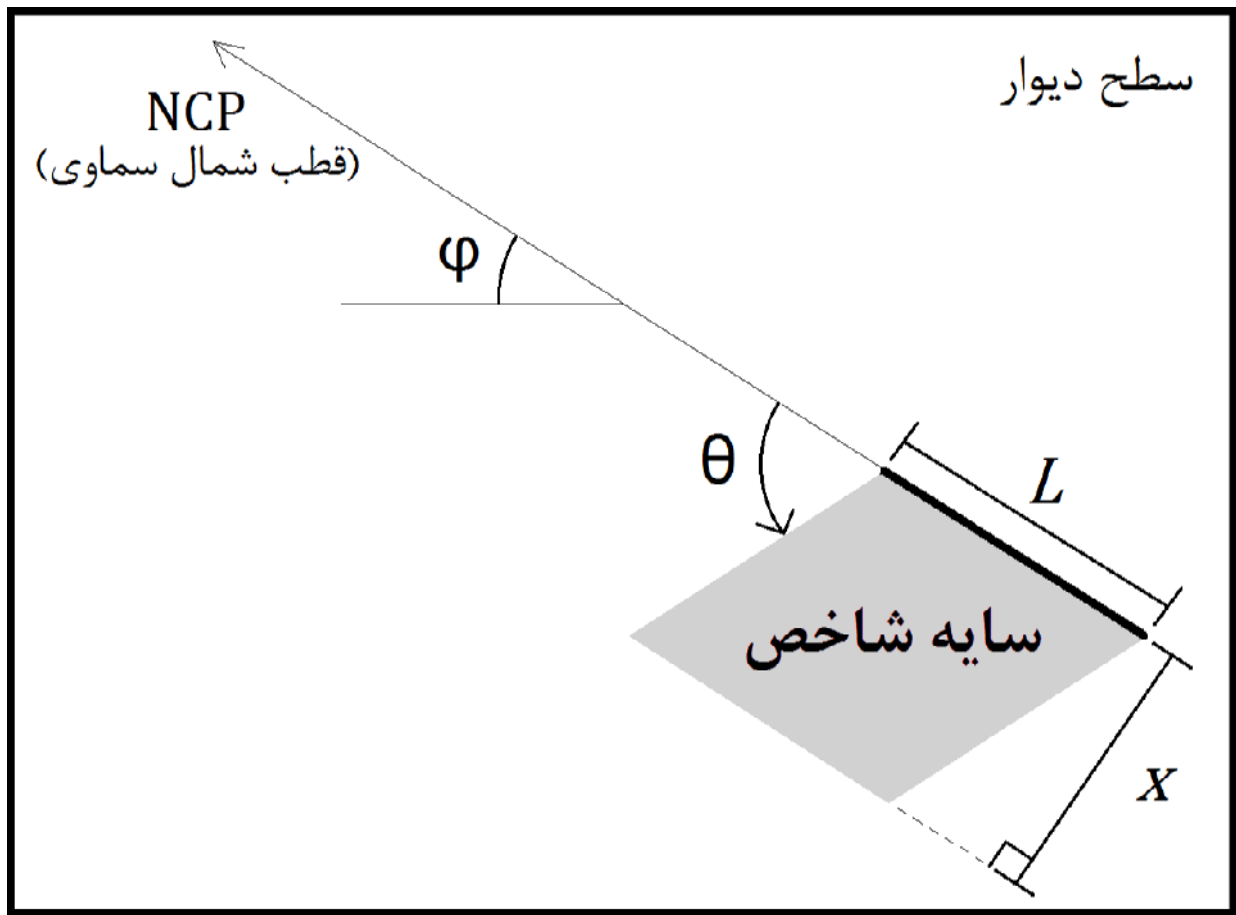
- الف) امسال اولین روز ماه رمضان ۱۹ تیرماه است. طلوع آفتاب را برای شهر تهران ( $۳۵٫۷^\circ N$  و  $۵۱٫۴^\circ E$ ) در این تاریخ برحسب ساعت رسمی کشور محاسبه کنید.
- ب) اگر اذان صبح زمانی باشد که خورشید تقریبا  $۲۲^\circ$  درجه زیر افق قرار گرفته است و همچنین زمان اذان مغرب زمانی باشد که خورشید تقریبا  $۵^\circ$  درجه به زیر افق می‌رود، طول روز روزه داران در ۱۹ تیر را حساب کنید.
- ج) در شهر زنجان ( $۳۵٫۷^\circ N$  و  $۴۸٫۳^\circ E$ ) طلوع آفتاب در این روز چه ساعتی خواهد بود؟
- د) در شهر اصفهان ( $۳۲٫۲^\circ N$  و  $۵۱٫۴^\circ E$ ) طلوع آفتاب در این روز چه ساعتی خواهد بود؟



کد ملی: -----



۲- در شکل زیر یک نوع خاص از ساعت آفتابی را مشاهده می‌کنید. شاخص این ساعت آفتابی، مستطیلی به طول  $L$  و ارتفاع  $h$  می‌باشد که به طور عمود روی وجه غربی دیوار قائمی که در راستای شمال-جنوب کشیده شده است، قرار دارد. طول این مستطیل در راستای  $NCP$  (قطب شمال سماوی) و  $SCP$  (قطب جنوب سماوی) می‌باشد. شکل زیر وجه غربی دیوار را نشان می‌دهد، زاویه‌ی  $\Phi$  عرض جغرافیایی مکانی است که ساعت آفتابی در آنجا نصب شده (که در شکل،  $\Phi$  شمالی در نظر گرفته شده است) و  $X$  ارتفاع سایه‌ی متوازی الاضلاع شکل است. الف) رابطه‌ای به دست آورید که از مقدار  $X$  بتوان زاویه‌ی ساعتی خورشید را محاسبه کرد. ب) چنانچه این ساعت آفتابی در تهران ( $\Phi=35.7^\circ$ ) به کار رود، بیشترین و کمترین مقدار زاویه‌ی  $\theta$  را در روزی که میل خورشید  $\delta=21.4^\circ$  است محاسبه کنید.












کد ملی: -----



۵- فرض کنید فقط دو نوع ستاره‌ی  $x$  و  $y$  با جرم‌های  $M_x=0.5$  و  $M_y=5$  (برحسب جرم خورشیدی) در یک خوشه‌ی ستاره‌ای وجود دارند. همچنین فرض کنید رابطه‌ی جرم-درخشندگی در ستاره‌ها به صورت زیر است:

$$\frac{L}{L_{sun}} = \left(\frac{M}{M_{sun}}\right)^3$$

الف) اگر نسبت جرم به درخشندگی این خوشه دو برابر نسبت جرم به درخشندگی خورشید باشد  $\left(\frac{M}{L} = 2 \frac{M_{sun}}{L_{sun}}\right)$ ,

نسبت تعداد ستاره‌های نوع  $x$  به تعداد ستاره‌های نوع  $y$  را به دست آورید.

ب) نسبت درخشندگی ناشی از مجموع ستاره‌های نوع  $x$  به درخشندگی ناشی از مجموع ستاره‌های نوع  $y$  را به دست آورید.

ج) تابع جرم یک خوشه‌ی ستاره‌ای به این صورت تعریف می‌شود:  $N(m) = Cm^{-\alpha}$ ، که در این رابطه  $N(m)$  تعداد ستاره‌های با جرم  $m$  است، همچنین  $C$  و  $\alpha$  مقادیری ثابت هستند. برای خوشه‌ی ستاره‌ای تعریف شده در بالا مقدار  $\alpha$  را به دست آورید.





کد ملی: -----



۷- قرص برافزایشی توده‌ای از گاز چرخان بسیار داغ است که سیاهچاله‌ها را احاطه کرده است. قسمت‌های داخلی قرص در این مساله مورد نظر است. فرض کنید ناحیه مورد نظر از  $R_{ISCO}$  تا  $2R_{ISCO}$  امتداد داشته باشد.  
( $ISCO$ : innermost stable circular orbit)

در داخل این ناحیه ( $r < R_{ISCO}$ )، گاز بسیار رقیق و تابش بسیار کمی از قرص خواهیم داشت. تابش اصلی قرص از ناحیه  $R_{ISCO} < r < 2R_{ISCO}$  می‌آید.

فرض کنید ناحیه مورد نظر تابش جسم سیاهی در دمای  $T$  داشته باشد. فرض کنید قرص زاویه‌ی انحراف  $i$  داشته باشد (نسبت به ناظر زمینی). فاصله قرص از زمین را هم  $d$  بگیرید. ناظر زمینی یک شار کلی از این قرص به اندازه‌ی  $F$  دریافت می‌کند (برحسب  $\text{erg}/(\text{s}\cdot\text{cm}^2)$ ).

الف) رابطه‌ای دقیق برای  $R_{ISCO}$  برحسب کمیت‌های داده شده به دست آورید.

ب) بیشینه‌ی شار تابشی  $F_\lambda$  (شار در بازه‌ی  $\lambda$  و  $\lambda + d\lambda$ ) در  $\lambda_{max} = 2.9\text{nm}$  اتفاق می‌افتد. شار بولومتریک  $F = \int_0^\infty F_\lambda d\lambda = 2 \times 10^{-12} \text{ erg}/(\text{s}\cdot\text{cm}^2)$  است. از رصدهای دیگر نیز می‌دانیم  $d = 1\text{kpc}$  و  $i = 80^\circ$  هستند. با این مقادیر  $R_{ISCO}$  را برحسب  $km$  به دست آورید.

ج) می‌دانیم جرم این سیاهچاله  $M = 10M_\odot$  است. در نظریه‌های اخترفیزیکی در سیاهچاله‌های غیرچرخان  $R_{ISCO} = 6R_G$  و در سیاهچاله‌های با بیشینه چرخش  $R_{ISCO} = R_G$  است، که در آن  $R_G = \frac{GM}{c^2}$  است. با استفاده از داده‌های قسمت «ب» چه نتیجه‌ای راجع به چرخش سیاهچاله می‌گیریم.

د) رابطه‌ای برای  $\dot{M}$  برحسب  $R_{ISCO}$ ،  $M$  و  $T$  به دست آورید. مقدار  $\dot{M}$  را در این سیستم برحسب  $M_\odot/\text{yr}$  به دست آورید.

ذهن زیبا
